الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مـــديرية التربية بولاية تمنراست

ثانويات تمنراست المقاطعة 29 — المـوسم الدراسي : 2017/2016

امتـــــــحان الثلاثي الثاني — الشعبـــة : الثالثة علوم التجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المــــــــدة : ثلاث ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول(4 نقاط) :

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية

1) (p) مستوي معادلته $x+y+z-9=0$ و $A(-1;-1;-1)$ نقطة من الفضاء حيث A لا تنتمي إلى (p) و H المسقط العمودي لـ A على المستوي (p) . إحداثيات H هي :

أ) $H(3;3;3)$ ب) $H(3;0;6)$ ج) $H(0;3;6)$

2) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=x-\frac{1}{(e^x+1)}$ و (C_g) تمثيلها البياني . (C_g) يقبل نقطة انعطاف إحداثياتها :

أ) $\Omega(0;1)$ ب) $\Omega(-1;0)$ ج) $\Omega(1;1)$

3) مجموعة حلول المعادلة $4^x-3\times 2^x-4=0$ هي :

أ) $S=\{-1;1\}$ ب) $S=\{2\}$ ج) $S=\{4;-1\}$

4) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ و M نقطة من المستوي لاحقتها z

مجموعة النقط M من المستوي حيث $|z-4-2i|=|z|$ هي :

أ) مستقيم ب) دائرة ج) نقطة

التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j};\overrightarrow{k})$ نعتبر النقط

$A(1;4;-5)$, $B(3;2;-4)$; $C(5;4;-3)$: و $D(-2;8;4)$ و الشعاع $\overrightarrow{u}(1;5;-1)$.

1) - بين أن $x-2z-11=0$ معادلة للمستوي (ABC).

- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) المار من النقطة D و $\overrightarrow{u}$ شعاع توجيه له .

2) ليكن المستوي (p) ذي المعادلة $x-y-z=7$.

أ) بين أن المستويان (p) و(ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي

$$\begin{cases} x=11+2t \\ y=4+t \quad ; t\in R \\ z=t \end{cases}$$.

ب) أثبت أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي .

3) تُعطى النقطتان $E(3;0;-4)$ و $F(-3;3;5)$ تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (Δ) و النقطة F تنتمي إلى (T).

4) عين (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=63$

التمرين الثالث (5 نقاط)

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (1)..........$\left(z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}\right)\left(z^2-2\sqrt{2}z+4\right)=0$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) .

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)$ نعتبر النقط A ;B ;C لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $z_B=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$; $z_C=\sqrt{2}-7\sqrt{2}i$.

أ) أكتب z_A على الشكل الأسي .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(z_A\right)^n$ حقيقي .

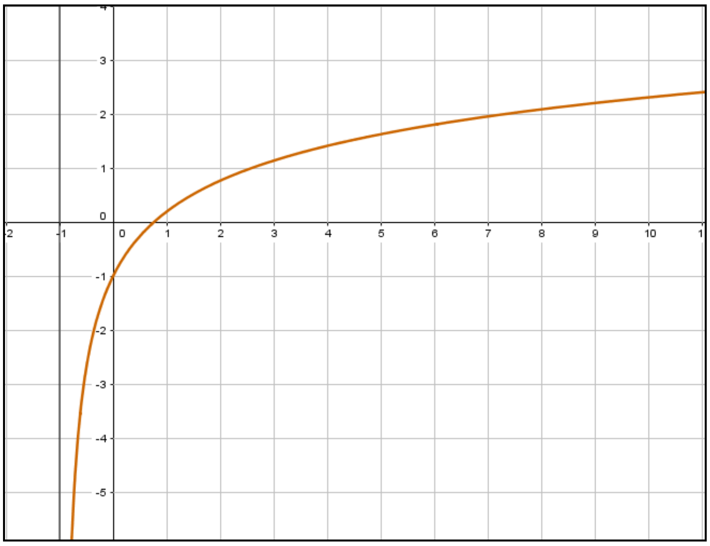
ج) حدد الشكل المثلثي للعدد $\dfrac{z_A}{z_B}$ و استنتج طبيعة المثلث OAB .

3) بين أن العدد $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ حقيقي و استنتج طبيعة التحويل الذي يحول النقطة A إلى C.

التمرين الرابع (7 نقاط):

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-\dfrac{1}{1+x}+\ln(1+x)$

و $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$. (الشكل المقابل)،



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0,7;0,8[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي

$$f(x)=1-x+x.\ln(1+x)$$

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ؛ فسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$,

2) أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f

3) أ-أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب-أثبت أن $f(\alpha)=1-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ؛ أستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ $\left(C_f\right)$ و (Δ).

4) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة $1+x.\ln(1+x)-m=0$.

انتهى الموضوع الأول

الحل المفصل – الموضوع الأول

التمرين الأول :

1/ **طريقة 1 :**

لدينا $\vec{n}\,(1\,;\ 1;\ 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) .

يكون H المسقط العمودي لـ A على (P) إذا كان $H \in (P)$ و $\overrightarrow{AH}$ شعاع ناظمي لـ (P) أي $\overrightarrow{AH}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطيا .

من أجل : أ/ $H(3;3;3)$ لدينا $x_H + y_H + z_H - 9 = 3+3+3-9 = 0$ أي $H \in (P)$ و $\overrightarrow{AH}(4;4;4)$ أي $\overrightarrow{AH} = 4\vec{n}$

الإجابة الصحيحة أ/ $H(3;3;3)$.

طريقة 2 :

H هي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) المار من A والعمودي على (P) ، تمثيل وسيطي لـ (Δ) هو :

$(\Delta): \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1+t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = -1+t \end{cases}$ (شعاع توجيه لـ (Δ) هو $\vec{n}(1;1;1)$ الشعاع الناظمي لـ (P)) .

نحل الجملة : $(\Delta): \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1+t \\ z = -1+t \\ x+y+z-9=0 \end{cases}$ أي نحل المعادلة $(-1+t)+(-1+t)+(-1+t)-9=0$

نجد : $3t - 12 = 0$ أي $t = 4$ ومنه : $H(3;3;3)$.

2/ $g(x) = x + \dfrac{2}{e^x+1}$ إذن : $g'(x) = 1 - \dfrac{2e^x}{(e^x+1)^2}$ و $g''(x) = \dfrac{2e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^3}$.

إشارة $g''(x)$ من إشارة $e^x - 1$:

x		0	
	-	0	+

$g''(x)$ تنعدم من أجل 0 مغيرة إشارتها إذن النقطة : $\Omega(0; g(0))$ أي $\Omega(0;1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_g) .

الإجابة الصحيحة أ/ $\Omega(0;1)$

3/ $4^x - 3\times 2^x - 4 = 0$ تكافئ $2^{2x} - 3.2^x - 4 = 0$

نضع $2^x = X$ ومنه $2^{2x} = (2^x)^2 = X^2$ والمعادلة تكتب : $X^2 - 3X - 4 = 0$.للمعادلة حلين هما : -1 و 4

$X = -1$ معناه $2^x = -1$ والمعادلة ليس لها حلا .

$X = 4$ معناه $2^x = 4$ أي $x\ln 2 = 2\ln 2$ أي $x = 2$

الإجابة الصحيحة ب/ $S = \{2\}$.

4/ $|z-4-2i| = |z|$ معناه $|z-(4+2i)| = |z|$. نسمي A النقطة ذات اللاحقة $4+2i$

أي $|z - z_A| = |z|$ أي $AM = OM$

إذن مجموعة النقط هي المستقيم المحوري للقطعة $[OA]$ حيث $A(4;2)$

ملاحظة : يمكن وضع $z = x+iy$ ويكون :

$|z-4-2i| = |z|$ معناه $|z-(4+2i)| = |z|$ أي $|(x-4)+i(y-2)| = |x+iy|$

أي $|(x-4)+i(y-2)|^2 = |x+iy|^2$ أي $y = -2x+5$ وهي معادلة مستقيم

الإجابة الصحيحة أ/ مستقيم .

التمرين الثاني :

1/ **التحقق أن** $x-2z-11=0$ **معادلة للمستوي** (ABC).

لدينا A ، B و C ليست في استقامية . بالفعل $\overrightarrow{AB}(2;-2;1)$ و $\overrightarrow{AC}(4;0;2)$ و $4/2 \neq 0/2$ و :

$A(1;4;-5)$: $x_A - 2z_A - 11 = 1 - 2(-5) - 11 = 1 + 10 - 11 = 0$

$B(3;2;-4)$: $x_B - 2z_B - 11 = 3 - 2(-4) - 11 = 3 + 8 - 11 = 0$

$C(5;4;-3)$: $x_C - 2z_C - 11 = 5 - 3(-2) - 11 = 5 + 6 - 11 = 0$

إحداثيات A ، B و C تحقق المعادلة $x-2z-11=0$ وبما أن A ، B و C ليست في استقامية فهي تعين مستويا معادلة ديكارتية له هي : $x-2z-11=0$.

ملاحظة :

يمكن تعيين شعاع ناظمي للمستوي (ABC) **ثم تعيين معادلة ديكارتية له .**

بالفعل : $\vec{n}(a;b;c)$ شعاع ناظمي لـ (ABC) إذن :

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases}$ أي $\begin{cases} \vec{n} \,.\, \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n} \,.\, \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2c = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} b = 0 \\ c = -2a \end{cases}$ ومنه $\vec{n}(a;0;-2a)$ / $a \in \mathbb{R}^*$.

نأخذ : $a = 1$ نجد : $\vec{n}(1;0;-2)$.

معادلة ديكارتية لـ (ABC) هي إذن : $x - 2z + d = 0$ / d حقيقي .

$A \in (ABC)$ إذن : $x_A - 2z_A + d = 0$ أي $11 + d = 0$ أي $d = -11$ **إذن :** (ABC) **:** $x-2z-11=0$

- **تمثيل وسيطي للمستقيم** (T) **المار من** $D(-2;8;4)$ **و** $\vec{u}(1;5;-1)$ **شعاع توجيه له**

لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء .

$M \in (T)$ معناه يوجد k حقيقي حيث : $\overrightarrow{DM} = k\vec{u}$ ومنه : $(T): \begin{cases} x = -2 + k \\ y = 8 + 5k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - k \end{cases}$.

2/ ليكن المستوي (p) ذي المعادلة $x-y-z=7$.

أ) **إثبات أن** (p) **و** (ABC) **متقاطعان وفق المستقيم** (Δ) **المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي** $t \in R$: $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$.

لدينا : $(P): (11+2t) - (4+t) - t - 7 = 11 - 4 + 2t - t - t - 7 = 0$

$(ABC): (11+2t) - 2(t) - 11 = 11 - 11 + 2t - 2t = 0$.

إذن : $(\Delta) \subset (P)$ و $(\Delta) \subset (ABC)$ ومنه $(\Delta) = (P) \cap (ABC)$

ملاحظة : **يمكن إثبات أن** (p) **و** (ABC) **متقاطعان وفق** (Δ) **كما يلي :**

$\vec{n}(1;0;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) و $\vec{n}'(1;0;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) .

لدينا $y_{\vec{n}} = x_{\vec{n}'}$ و $y_{\vec{n}} = y_{\vec{n}'}$ إذن $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ غير مرتبطين خطيا ومنه (p) و (ABC) غير متوازيين فهما متقاطعان

وفق مستقيم معرف بـ : $\begin{cases} x-2z-11=0 \\ x-y-z-7=0 \end{cases}$.

بوضع $z = t$ نجد : $x = 11 + 2t$ و $y = 4 + t$ إذن : تمثيل وسيطي لـ (Δ) هو : $t \in R$: $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$

ب/ إثبات أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي .

طريقة 1:

لدينا : $\vec{u}(1;5;-1)$ شعاع توجيه لـ (T) و $\vec{v}(2;1;1)$ شعاع توجيه لـ (Δ) .

$1/5 \neq 2/1$ إذن : $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (T) و (Δ) غير متوازيين فهما متقاطعان أو ليسا من نفس المستوي .

نحل الجملة : $\begin{cases} -2+k=11+2t \\ 4-k=t \end{cases}$ أي الجملة $\begin{cases} 2t-k=-13 \\ t+k=4 \end{cases}$ نجد $t=-3$ و $k=7$

النقطة من (T) من أجل $k=7$ هي : $(\mathbf{5};\mathbf{43};-\mathbf{3})$ والنقطة من (Δ) من أجل $t=-3$ هي : $(\mathbf{5};\mathbf{1};-\mathbf{3})$

إذن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي

طريقة 2:

نحل الجملة : $\begin{cases} -2+k=11+2t \\ 8+5k=4+t \\ 4-k=t \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2t-k=-13 \quad ....(1) \\ t-5k=4 \quad ..... \ (2) \\ t+k=4 \ ...... \quad (3) \end{cases}$ من (1) و (3) وبالجمع نجد : $t=-3$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد $k=7$ وبالتعويض في المعادلة (2) نجد $k=-\frac{7}{5}$ إذن ليس للجملة حلا وبالتالي

(T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي

3/ التحقق أن $E(3;0;-4)$ تنتمي إلى (Δ) :

لدينا : $\begin{cases} 3=11+2t \\ 0=4+t \\ -4=t \end{cases}$ ومنه $t=-4$ إذن E تنتمي إلى (Δ) .

التحقق أن $F(-3;3;5)$ تنتمي إلى (Δ) (المستقيم المار من $D(-2;8;4)$) **:**

يمكن أن نتبع الطريقة التالية : نثبت أن : $\overrightarrow{FD}(-1;-5;-1)$ و $\vec{u}(1;5;-1)$ مرتبطان خطيا .

لدينا $\overrightarrow{FD}=-\vec{u}$ إذن $\overrightarrow{FD}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا ومنه F تنتمي إلى (T) .

4/ عين (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=63$

طريقة : نبحث عن معادلة ديكارتية للمجموعة (S) . لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء .

$M \in (S)$ معناه $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=63$

لدينا : $\overrightarrow{ME}(3-\mathrm{x};-\mathrm{y};-4-\mathrm{z})$ و $\overrightarrow{FE}(6;-3;-9)$.

$\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=63$ معناه $(3-x)\times 6+(-\mathrm{y})(-3)+(-4-\mathrm{z})(-9)=63$

أي $-6x+3y+9z-9=0$

أو $6x-3y-9z+9=0$

أو $2x-y-3z+3=0$

إذن (S) هو المستوي المار من $N(3;0;3)$ و $\overrightarrow{FE}$ شعاع ناظمي له

ملاحظة : تقبل أي طريقة أخرى صحيحة

التمرين الثالث :

1/ **حل المعادلة :** $\left(z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}\right)\left(z^2-2\sqrt{2}z+4\right)=0 \ldots\ldots\ldots.(1)$

(1) تكافئ $z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}=0$ أو $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

- $z-\sqrt{2}+7i\sqrt{2}=0$ معناه : $z=\sqrt{2}-7i\sqrt{2}$
- نحل المعادلة $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

لدينا : $\Delta=-8=8i^2=\left(2i\sqrt{2}\right)^2$ إذن الجذران التربيعيان لـ Δ هما : $2i\sqrt{2}$ و $-2i\sqrt{2}$

للمعادلة حلين هما : $z'=\sqrt{2}(1-i)$ و $z''=\overline{z'}=\sqrt{2}(1+i)$

مجموعة حلول المعادلة (1) هي : $S=\{\sqrt{2}(1-7i)\ ;\ \sqrt{2}(1-i)\ ;\ \sqrt{2}(1+i)\ \}$.

2/ $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{2}\ ;\ z_B=\sqrt{2}-i\sqrt{2}\ ;\ z_C=\sqrt{2}-7\sqrt{2}i$.

أ/ **الشكل الأسي للعدد** z_A **:**

لدينا : $|z_A|=\sqrt{2}|1+i|=2$ و $\arg z_A=\frac{\pi}{4}$ إذن : $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

ب/ **تعيين قيم العدد الطبيعي** n **بحيث يكون** $z_A{}^n$ **حقيقيا :**

لدينا : $z_A{}^n=\left(2e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^n=2^n e^{i\frac{n\pi}{4}}=2^n(\cos\frac{n\pi}{4}+i\sin\frac{n\pi}{4})$

$z_A{}^n$ **حقيقيا** معناه $2^n\sin\frac{n\pi}{4}=0$ أي $\sin\frac{n\pi}{4}=0$ أي $\frac{n\pi}{4}=k\pi\ \ /\ \ k\in\mathbb{N}$

إذن : $z_A{}^n$ **حقيقيا معناه** $n=4k\ \ /\ \ k\in\mathbb{N}$.

ج/ **الشكل المثلثي للعدد** $\frac{z_A}{z_B}$:

لدينا : $\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}(1+i)}{\sqrt{2}(1-i)}=\frac{1+i}{1-i}=i=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$

طبيعة المثلث OAB :

لدينا : $|i|=1$ إذن $\frac{OA}{OB}=1$ أي $OA=OB$ و $\arg i=\frac{\pi}{2}$ إذن $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OA})=\frac{\pi}{2}$

المثلث OAB **قائم في** O **ومتساوي الساقين .**

3/ **تبيين أن العدد** $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ **حقيقي .**

لدينا : $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=\frac{\sqrt{2}-7i\sqrt{2}-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{2}+i\sqrt{2}-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}=\frac{-6i\sqrt{2}}{2i\sqrt{2}}=-3$ إذن : **العدد** $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ **حقيقيا** .

طبيعة التحويل الذي يحول النقطة A **إلى** C.

لدينا : $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-3$ إذن $z_C-z_B=-3(z_A-z_B)$ أي $\overrightarrow{BC}=-3\overrightarrow{BA}$

إذن C **صورة** A **بالتحاكي الذي مركزه** B **ونسبته** -3 **.**

التمرين الرابع :

I/ g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-\dfrac{1}{1+x}+\ln(1+x)$

1- جدول تغيرات الدالة g :

x	-1		α		$+\infty$
$g'(x)$			$+$		
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

2- تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0{,}7;0{,}8[$

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ وتأخذ قيمها في $\mathbb{R}$ و
$0 \in \mathbb{R}$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $]-1;+\infty[$ حلا وحيدا α .

بما أن $g(0.7) \approx$ و $g(0.8) \approx$ أي $g(0.7) \times g(0.8) < 0$ فإن $\alpha \in\ ]0{,}7;0{,}8[$.

أو لدينا :

1/ g مستمرة على المجال $]-1;+\infty[$ إذن g مستمرة على $]0{,}7;0{,}8[$

2/ g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ إذن g متزايدة تماما على $]0{,}7;0{,}8[$

3/ $g(0.7) \approx$ و $g(0.8) \approx$ أي $g(0.7) \times g(0.8) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $]0{,}7;0{,}8[$ حلا وحيدا α .

إشارة $g(x)$:

x	-1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II/ لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي $f(x)=1-x+x.\ln(1+x)$

1/ **أحسب** $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ؛ **فسر النتيجة هندسيا**

لدينا : $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} 1-x = 2 \\ \lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} x\ln(1+x) = +\infty \end{cases}$ إذن بالجمع نجد : $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x) = +\infty$

هندسيا : $\boldsymbol{x = -1}$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

حساب $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)}$:

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left[\frac{1}{x} - 1 + \ln(1+x)\right] = +\infty$ إذن : $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$.

2/ **أ-التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي** x **من المجال** $]-1;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

$$f'(x) = -1 + \ln(1+x) + \frac{x}{1+x} = \frac{-x-1+x}{1+x} + \ln(1+x) = \frac{-1}{1+x} + \ln(1+x) = g'(x)$$

جدول تغيرات الدالة $\boldsymbol{f}$:

x	-1		α		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

3/ أ- معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

$(\Delta): y = f'(0).x + f(0) = -x + 1$ أي : $(\Delta): \boldsymbol{y = -x + 1}$.

ب- إثبات أن $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha + 1}$

لدينا : $f(\alpha) = 1 - \alpha + \alpha \ln(1 + \alpha)$ و $g(\alpha) = 0$ أي : $-\frac{1}{1+\alpha} + \ln(1 + \alpha) = 0$ أي :

إذن : $\ln(1 + \alpha) = \frac{1}{1+\alpha}$

$$f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{\alpha}{1+\alpha} = \frac{1-\alpha^2+\alpha}{1+\alpha} = \frac{1+\alpha-\alpha^2}{1+\alpha} = \frac{1+\alpha}{1+\alpha} - \frac{-\alpha^2}{1+\alpha} = 1 - \frac{-\alpha^2}{1+\alpha}$$

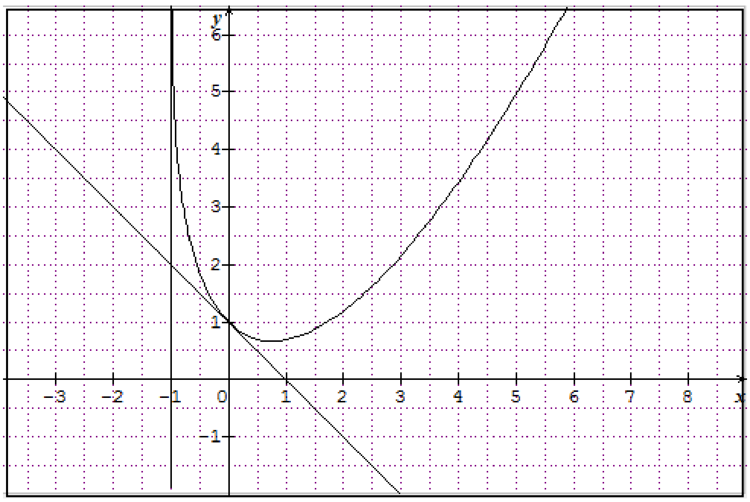
حصر العدد $\boldsymbol{f(\alpha)}$:

لدينا : $0,7 < \alpha < 0,8$ إذن $1,7 < 1 + \alpha < 1,8$ ومنه : $\frac{1}{1,8} < \frac{1}{1+\alpha} < \frac{1}{1,7}$

و $0,49 < \alpha^2 < 0,64$ إذن : $\frac{0,49}{1,8} < \frac{\alpha^2}{1+\alpha} < \frac{0,64}{1,7}$ أي : $0.27 < \frac{\alpha^2}{1+\alpha} < 0.37$

وبالتالي : $-0.37 < \frac{-\alpha^2}{1+\alpha} < -0.27$ **إذن :** $\boldsymbol{0.62 < f(\alpha)} < 0.73$.

<u>الرسم</u> :



4/ المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلول المعادلة : $1 + x\ln(1 + x) = m$.

لدينا : $1 + x\ln(1 + x) = m$ معناه $1 - x + x\ln(1 + x) = -x + m$ أي $\boldsymbol{f(x) = -x + m}$.

حلول المعادلة (في حالة وجودها) هي إذن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم $(\Delta_m): \boldsymbol{y = -x + m}$.

1/ **إذا كان** (Δ_m) **أسفل** (Δ) أي $-x + m < -x + 1$ أي $m < 1$: (Δ_m) لا يقطع (C_f) والمعادلة ليس لها حلا

2/ **إذا كان** (Δ_m) **منطبق على** (Δ) أي $-x + m = -x + 1$ أي $m = 1$: (Δ_m) يقطع (C_f) في النقطة

$A(0; 1)$ وبالتالي المعادلة تقبل حلا معدوما هو 0 .

3/ **إذا كان** (Δ_m) **أعلى** (Δ) أي $-x + m > -x + 1$ أي $m > 1$: (Δ_m) يقطع (C_f) في نقطتين متمايزتين

وبالتالي للمعادلة حلين من إشارتين مختلفتين .