✌ من أجل ☺ التحضير ☺ الجيد للبكالوريا☺ 2017 ❀

سلسلة تمارين رقم 10 المحور : الدوال اللوغاريتمية السنة الدراسية: 2016 \ 2017

💻 التمرين الأول :

☜ 1) ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين تماما . أكمل ما يلي :

$\ln(a\times b)=$..................... $\ln\left(\frac{1}{b}\right)=$..................... $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=$.....................

$\ln a^n=$..................... $\ln a^2=$..................... $\ln\sqrt{a}=$.....................

☜ 2) أكمل ما يلي :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=$......... $\lim\limits_{x\to0^+}\ln(x)=$......... $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=$.........

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=$......... $\lim\limits_{x\to0^+}x\ln(x)=$......... $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^n}=$......... و $n\in\mathbb{N}^*$

$\lim\limits_{x\to0^+}x^n\ln(x)=$......... و $n\in\mathbb{N}^*$

💻 التمرين الثاني :

☜ بسط ما يلي :

$e^{\ln 2}+e^{\ln 3}$ $\ln 3+\ln\frac{1}{3}$ $2\ln\sqrt{2}$

$2\ln 2-\ln 16+\ln 128$ $\ln e^{2x-4}-\ln e^{2x+4}$ $\frac{3\ln e^{x+1}}{2\ln e^{1-x}}$

💻 التمرين الثالث :

☜ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة مما يلي :

1) $f(x)=x+\frac{1+\ln x}{x}$	2) $f(x)=(\ln x)^2-\ln x$	3) $f(x)=\ln(x^2)-\ln x$
4) $f(x)=\frac{1}{\ln x}$	5) $f(x)=\ln(3-2x)$	6) $f(x)=\ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$
7) $f(x)=\frac{x-2}{1-(\ln x)^2}$	8) $f(x)=\sqrt{1-\ln x}$	9) $f(x)=\ln\lvert x\rvert$

💻 التمرين الرابع :

☜ حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

1) $\ln(2x+3)-\ln(x-1)=0$	2) $2\ln(x-1)-\ln(x+2)=0$	3) $(\ln x)^2-\ln x<0$
4) $\ln x^2-1=0$	5) $2(\ln x)^2+\ln x-3=0$	6) $\ln\left(\frac{2x}{x+1}\right)\le 0$
7) $3\ln x<\ln(3x-2)$	8) $\frac{1}{2}\ln(2x)=\ln(3-x)-\ln\sqrt{x+1}$	9) $\ln 3\le\ln(5-x)+\ln(x-1)$

💻 التمرين الخامس :

☜ عين f' الدالة المشتقة الاولى للدالة f في كل حالة مما يلي :

1) $f(x)=x\ln x$	2) $f(x)=\ln(3x-2)$	3) $f(x)=x^2+1-2\ln x$

$f(x)=\dfrac{\ln x}{\ln x+1}$ (4	$f(x)=\dfrac{1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ (5	$f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(\ln x+1)$ (6
$f(x)=x+\ln\left(e^{x}+1\right)$ (7	$f(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$ (8	$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ (9
$f(x)=\dfrac{1+x\ln x}{x}$ (10	$f(x)=\dfrac{1}{x}-\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ (11	$f(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{\ln x}\right)$ (12

التمرين السادس :

أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\ln x)$	**2)** $\lim\limits_{x\to0^+}(x-\ln x)$	**3)** $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{1}{x}+\ln x\right)$
4) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{x}$	**5)** $\lim\limits_{x\to0^+}x(\ln x)^2$	**6)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}$
7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{1+\ln x}$	**8)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\ln\left(x^2\right)\right)$	**9)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)\right)$
10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-2x+\ln x\right)$	**11)** $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x^2-2x+\ln x\right)$	**12)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\ln\left(\dfrac{1}{1+x^2}\right)\right)$
13) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$	**14)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(e^x+1\right)$	**15)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(e^x+1\right)$
16) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)$	**17)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^2+x+2}{x^2+1}\right)$	**18)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\ln(x-2)}{x-3}$
19) $\lim\limits_{x\to-\infty}x+\ln\left(e^x+1\right)$	**20)** $\lim\limits_{x\to0^+}x^2\ln x$	**21)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(ex^2-x-2\right)$
22) $\lim\limits_{x\to+\infty}ex+1+\ln x$	**23)** $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{1-\ln x}$	**24)** $\lim\limits_{x\to0^+}e^{1-\ln x}$

التمرين السابع :

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x-3+\ln(x)$

1) أدرس تغيرات الدالة g.
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0;+\infty[$. تحقق من أن $\alpha\in]1.34;1.35[$.
3) استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(x-2)^2+x\ln(x)$

(C_f) المنحني البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$. أستنتج اتجاه تغير الدالة f.
2) أحسب نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ و شكل جدول تغيرات الدالة f.
3) بين أن : $f(\alpha)=-\alpha^2-\alpha+4$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1.
5) احسب $f(2)$,$f(3)$ ثم أرسم (T) و (C_f).

✌ من أجل ☺ التحضير ☺ الجيد للبكالوريا☺ 2017 ❀

💻 التمرين الثامن :

☜ **الجزء الأول** : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

☜ **الجزء الثاني :** f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1}{2}+\dfrac{\ln(x)}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x+\dfrac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة الى (Δ).
5. أكتب معادلة ديكارتية لـ(T)المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e .
6. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0;+\infty[$.تحقق من أنَّ $\alpha\in]0.5;0.6[$.
7. أرسم (Δ)، (T) و (C_f).
8. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E):(1-2m)x+2\ln(x)=0$$

💻 التمرين التاسع:

☜ $(\mathcal{C})$ التمثيل البياني للدالة ln في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. ولتكن A نقطة من $(\mathcal{C})$ فاصلتها a حيث $a>0$ ، (T_a)المماس للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة A .

1. بيَن أنَ معادلة المماس (T_a) هي : $y=\dfrac{1}{a}x-1+ln\,a$.
2. بين أنَ المماس (T_e) يمر من المبدأO.
3. من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x نضع : $g(x)=\dfrac{1}{a}x-1+ln\,a-ln\,x$

أ) أدرس تغيرات الدالة gوشكل جدول تغيراتها.

ب)إستنتج إشارة$g(x)$ على $\mathbb{R}_+^*$.

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C})$بالنسبة إلى المماس (T_a).

✌ بالتوفيق☺ والنجاح في البكالوريا ☺ BAC 2017 ❀❀