الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لتلمسان ـ ثانوية بوعزة ميلود ـ مغنية ـ

الفرض المحروس الثالث في مادة الرياضيات

الشعبة: رياضيات — **المدة : ساعة ونصف** — **الاثنين 29 يناير 2018**

التمرين الأول: (5 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على ما يأتي:

1. إذا كان $2x \equiv 6[10]$ فإن $x \equiv 3[10]$.

2. العدد $n\left(n^2-1\right)$ مضاعف لـ 3.

3. $n^2-3n+6 \equiv 0[n+1]$ معناه $(n+1)$ يقسم 10.

4. مجموعة الأعداد الصحيحة x التي تحقق: $x^2+x-7 \equiv 0[5]$ هي الأعداد من الشكل $x=5k+1$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

5. n عدد طبيعي غير معدوم.

قيمة المجموع S_n حيث: $S_n = 3+33+333+3333+....+\underbrace{3333....3}_{n \text{ مرة}}$ هي: $S_n = \dfrac{10}{27}\left(10^n-1\right)-\dfrac{1}{3}n$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

n عدد طبيعي أكبر تماماً من 2 . a ، b وَ c أعداد طبيعية حيث: $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ و $c=2n+3$.

1. أثبت أنّ العددين a وَ b أوليان فيما بينهما واستنتج أن الأعداد a ، b وَ c أولية فيما بينها.

2. عيّن تبعاً لقيم n القسم المشترك الأكبر للعددين b وَ c .

3. عين قيمة n بحيث يكون: $PGCD\,(b;c)=3$ وَ $PPCM\,(b;c)=1305$.

4. أُكتب العدد b^2 في نظام أساسه a.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

الجزء الأول:

1. عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9.

2. جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $4^{2015}+4^{2016}+4^{2017}$ على 9 ؟

3. عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي α حيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} 4^n+4^{n+1}+4^{n+2}+\alpha+4 \equiv 0[9] \\ \alpha \equiv 2[7] \end{cases}$.

4. عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون العدد $\left(4^{3n}+16^n+25\right)$ قابلا للقسمة على 9.

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 3\times4+3\times4^2+3\times4^3+....+3\times4^{n+1}$.

أحسب S_n بدلالة n، ثم عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد S_n قابلاً للقسمة على 36.

الجزء الثاني:

نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $3x-21y=78 \;......(E)$ حيث x وَ y عددان صحيحان.

1. أ) بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلاً للمعادلة (E) فإنّ $x \equiv 5[7]$ ، ثم حل المعادلة (E).

ب) استنتج حل الجملة: $\begin{cases} 3x \equiv 78[21] \\ 138 < x < 152 \end{cases}$.

ج) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث y قاسماً لـ x .

2. d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين x وَ y حيث الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة لـ d ؟

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون: $d=13$.

3. عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية ، حلول المعادلة (E) بحيث يكون: $4^x+4^y \equiv 2[9]$.

انتهى بالتوفيق