الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **السنة الدراسية :2018/2017**

ثانوية :العقيد سي الحواس - بسكرة - — **الشعبة :3 علوم تجريبية 1.**

الإختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات — **المدة :3 ساعة**

التمرين الأول:

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التبرير:

	أ	ب	ج
1. إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ فان $\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{1}{e^x}\right)$ تساوي :	$+\infty$	$-\infty$	0
2. إذا كانت f دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $x\le f(x)\le x^2$ و g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{f(x)}{e^x}$ فان:	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=2$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 فان $\lim_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+h)}{h}$ تساوي :	$f'(1)$	$-f'(1)$	$+\infty$
4. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{-3x+2}\le 1$ هي :	$\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]$	$\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$	IR
5 . حل المعادلة التفاضلية $y'=2y-2$ والذي يحقق $f(0)=0$ هو f	$f(x)=-e^{-2x}-1$	$f(x)=e^{-2x}+1$	$f(x)=-e^{-2x}+1$

التمرين الثاني:

g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-x+e^{x-2}$.

1- أ) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)>0$.

2- لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+xe^{2-x}$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- بيّن أنّ : $\lim_{x\to+\infty} xe^{2-x}=0$ ، ثمّ أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

3- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل بجوار $(+\infty)$ ، ثمّ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

4- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{2-x}.g(x)$ ، ثمّ شكل جدول تغيّرات الدالة f .

5- ليكن α عدد حقيقي حيث : $0.1<\alpha<0.2$.

- بيّن أنّ : $f(\alpha)=0$ ، ثمّ إستنتج حلول المتراجحة : $e^{2-x}\geq\frac{1-\alpha}{\alpha}$.

6- أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب كتابة معادلة المماس (T) عندها .

ب) أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T) .

7- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $f(x)=-x+m$.

<u>التمرين الثالث :</u>

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا.
2- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) .
3- أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
4- أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل .
5- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
6- أنشيء (C_f) ، (Δ) ، (T) .
7- لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2.\frac{|x|+2}{(|x|+1)^2}$

- بين أن g دالة زوجية وأن $g=f$ على مجال يطلب تعيينه .
- أدرس إستمرارية الدالة g عند 0 ، ثم إشتقاقية g عند 0 .
- أنشيء (C_g) .

<u>بالتوفيـــــــق للجميع .</u>

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

إختبار مادة : الرياضيات **المستوى: الثالثة ثانوي شعبة العلوم التجريبية**

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدوال العددية	**التمرين الأول:**		
	1: 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{e^{x}}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$	1	05
	2: 0 (النهاية بالحصر) لأن: $x\le f(x)\le x^{2}$ و منه $\frac{x}{e^{x}}\le\frac{f(x)}{e^{x}}\le\frac{x^{2}}{e^{x}}$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}\le\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{e^{x}}\le\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2}}{e^{x}}$ أي $0\le\lim_{x\to+\infty}g(x)\le0$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$	1	
	3: $-f'(1)$ لأن: $\lim_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+h)}{h}=-\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-f'(1)$	1	
	4: $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ لأن: $e^{-3x+2}\le1$ تكافيء $e^{-3x+2}\le e^{0}$ ومنه $-3x+2\le0$ ومنه $-3x\le-2$ ومنه $x\ge\frac{2}{3}$	1	
	5: $f_{-1}(x)=-e^{2x}+1$ لأن: حلول المعادلة التفاضلية $y'=2y-2$ هي الدوال $f_{c}(x)=ce^{2x}+1$ و $f(0)=0$ معناه $c=-1$	1	
		....	....
	التمرين الثاني:		09
	1. أ) دراسةاتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها: $g'(x)=-1+e^{x-2}$	0,5	
	• إشارة المشتقة:	0.5	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	

	• حساب النهايات: $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$	0,5	
	• جدول التغيرات:	0.5	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(2)=0$	↗	$+\infty$

	ب) من خلال الجدول نستنتج ان المنحني يقع فوق محور الفواصل أي $g(x)\ge0$ دوما................	0,5	
	2. * اثبات ان $\lim_{x\to+\infty}xe^{2-x}=0$:		

الدوال العددية

0,5

$\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{2-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(e^{2}\times e^{-x}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{e^{x}}\left(e^{2}\right) = 0\times e^{2} = 0$ ....

- حساب النهايات لـ f على اطراف مجموعة تعريفها:

0,5

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ....

3) * تبيين ان $(\Delta): y = x-1$ مقارب مائل بجوار $(+\infty)$:

0,5

نحسب نهاية الفرق: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right] = 0$ ....

- دراسة الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) :

ندرس إشارة الفرق : $f(x)-(x-1) = x-1+xe^{2-x}-x+1 = xe^{2-x}$

ومنه لما $x=0$ يتقاطعان وفي المجال الموجب (C_f) فوق (Δ) وفي المجال السالب (C_f)

0,5

تحت (Δ) ....

4) * تبيين انه مهما كان العدد الحقيقي x فان $f'(x) = e^{2-x}.g(x)$:

$f'(x) = 1+e^{2-x}-xe^{2-x} = e^{2-x}\left(\frac{1}{e^{2-x}}+1-x\right) = e^{2-x}\left(1-x+e^{x-2}\right)$ ومنه

0,5

نجد $f'(x) = e^{2-x}g(x)$ ....

- تشكيل جدول تغيرات f :وجدنا $f'(x) = e^{2-x}g(x)$ أي ان إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ ووجدنا سابقا ان $g(x)\geq 0$ دوما أي ان $f'(x)\geq 0$ دوما ومنه الدالة f متزايدة دوما على مجموعة تعريفها:..

0,5

جدول التغيرات:

0,5

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(2)=3$	↗	$+\infty$

5) $0,1 \prec \alpha \prec 0,2$:

من خلال جدول تغيرات الدالة f نلاحظ انها رتيبة تماما على المجال $]0;1[$ و $f(0)\times f(1) = -1\times e \prec 0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج ان للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α في المجال $]0;1[$: لنا $f(0,1)\times f(0,2) \prec 0$ اذن المجال $]0,1;0,2[$ ما هو الا حصر لحل هذه المعادلة سعته $0,1$ وعليه من اجل كل عدد α من

0,5

$]0,1;0,2[$ فان $f(\alpha)=0$ ....

- استنتاج حلول المتراجحة $e^{2-x} \geq \frac{1-\alpha}{\alpha}$ ....(1)

لنا $f(\alpha)=0$ ومنه $\alpha-1+\alpha e^{2-\alpha} = 0$ ومنه نجد $e^{2-\alpha} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$ ......(2)

من (1) و (2) نجد $e^{2-x} \geq e^{2-\alpha}$ ومنه $2-x \geq 2-\alpha$ أي $x \leq \alpha$ اذن حلول المتراجحة

0,5

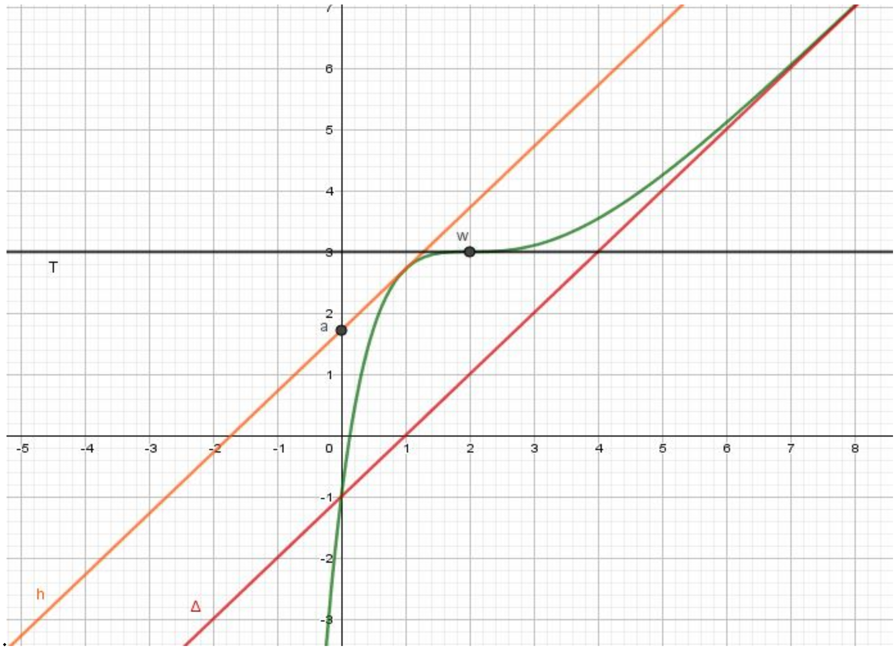
المعطاة هي $S =]-\infty;\alpha]$ ....

6) أ) اثبات ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف وكتابة معادلة المماس (T) عندها:

من خلال جدول التغيرات نستنتج ان الدالة المشتقة تنعدم عند 2 ولم تغير اشارتها وبالتالي فان

0,5

النقطة $\omega(2;3)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f) ....

	0 ,5	معادلة المماس: $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ ومنه نجد $(T): y=3$	
	0.5	ب) إنساء (C_f) ، (Δ) و (T) : 	
....	0,5	7) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=-x+m$: حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-x+m$ وهي مناقشة مائلة: من خلال التمثيل البياني ينتج : • لما $m\in]-\infty;-1]$ هناك حل واحد سالب. • لما $m\in]-1;-1+e[$ هناك حلان موجبان. • لما $m=-1+e$ هناك حل واحد هو $x=1$ (فاصلة نقطة المماس (h)). • لما $m\in]-1+e;+\infty[$ ليس هناك حلول..	
06	1 0,5	**التمرين الثالث:** 1- دراسة تغيرات الدالة f : $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}=\frac{x^3+2x^2}{x^2+2x+1}$ • النهايات: $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to-1^+} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$ ، $\lim_{x\to-1^-} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... • حساب الدالة المشتقة ودراسة اشارتها: $f'(x)=\left[\frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2}\right]\frac{x}{x+1}$ لنا $\Delta=9-16=-7\prec 0$ اذن $\left[\frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2}\right]$ موجبة دوما وبالتالي فان إشارة	

$f'(x)$ من نقس إشارة $\dfrac{x}{x+1}$ على مجموعة التعريف:

جدول الإشارة:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		-	||	-	0	+	
$x+1$		-	||	+		+	
$\dfrac{x}{x+1}$		+	||	-	0	+	
$f'(x)$		+	||	-	0	+	

0,5

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	||	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0.5

0,25

من خلال النهايات نستنتج ان المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب يوازي محور التراتيب.

2) اثبات ان $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) : نحسب نهاية الفرق :

$$\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^3+2x^2}{x^2+2x+1}-x\right]$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^3+2x^2-x^3-2x^2-x}{x^2+2x+1}\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{-x}{x^2+2x+1}\right]=0$$

0.5

اذن $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) ....

3) دراسة الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f): ندرس إشارة الفرق : $f(x)-x=\dfrac{-x}{(x+1)^2}$

0,5

ومن الواضح ان (C_f) فوق (Δ) في المجال السالب و (C_f) تحت (Δ) في المجال الموجب ويقطعه ڤي $x=0$ ....

4) احداثيات نقطتي تقاطع (C_f) معحامل محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ ومنه

0,25

$x^3+2x^2=0$ ومنه اما $x=0$ او $x=-2$

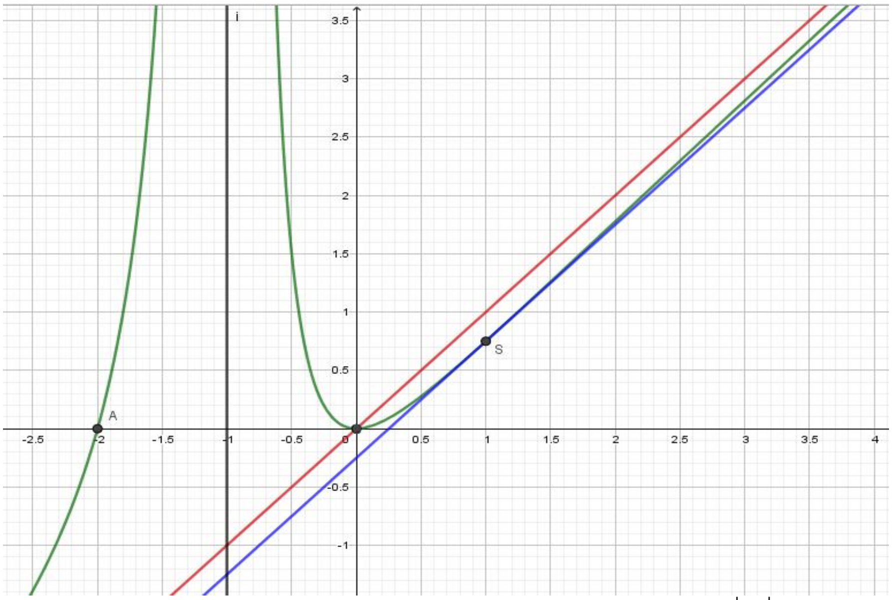
اذن نقطتي التقاطع هما $O(0;0)$ و $A(-2;0)$ ....

0,25

5) كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ومنه

$y=x-1+\dfrac{3}{4}$ ومنه $y=x-\dfrac{1}{4}$ ....

6) انشاء (C_f) ، (Δ) و (T) :



0,5

7) $g(x)=x^2.\dfrac{|x|+2}{(|x|+1)^2}$:

* اثبات ان الدالة g زوجية: الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ أي ان مجموعة تعريفها متناظرة بالنسبة لـ0 **0,25**

و $g(-x)=(-x)^2.\dfrac{|-x|+2}{(|-x|+1)^2}=x^2.\dfrac{|x|+2}{(|x|+1)^2}=g(x)$ أي انها زوجية....................

نلاحظ انه لما $x\ge 0$ نجد $g(x)=x^2.\dfrac{x+2}{(x+1)^2}=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$ اذن على المجال الموجب **0,25**

$g=f$ ....

- دراسة استمرارية g عند 0:

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & : x\ge 0 \\ \dfrac{-x^3+2x^2}{(x+1)^2} & : x\prec 0 \end{cases}$$

$g(0)=0$ و $\lim_{x\to0^+} g(x)=\lim_{x\to0^+} f(x)=0=g(0)$ اذن g مستمرة عند يمين 0.

و $\lim_{x\to0^-} g(x)=\lim_{x\to0^-}\dfrac{-x^3+2x^2}{(x+1)^2}=0=g(0)$ أيضا g مستمرة عند يسار 0. **0,25**

وعليه g مستمرة عند 0...

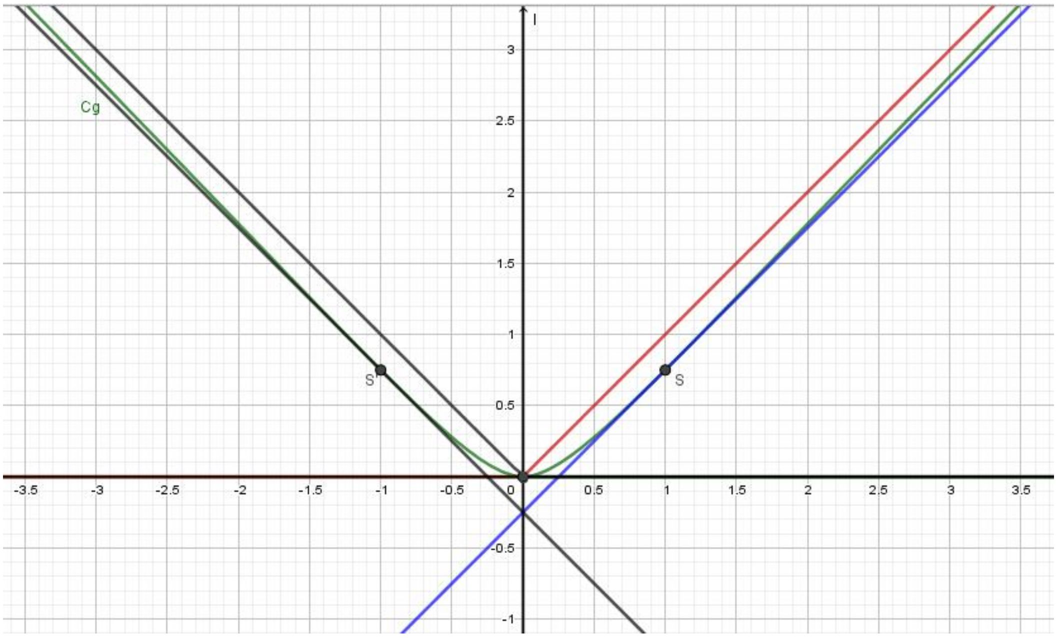
- دراسة اشتقاقية g عند 0:

$\lim_{x\to0^+}\dfrac{g(x)-g(0)}{x-0}=\lim_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=0$ اذن g تقبل الاشتقاق عند يمين 0وعددها المشتق عنده هو 0.

- $\lim_{x\to0^-}\dfrac{g(x)-g(0)}{x-0}=\lim_{x\to0^-}\dfrac{\dfrac{-x^3+2x^2}{(x+1)^2}}{x}=\lim_{x\to0^-}\dfrac{-x^2+2x}{(x+1)^2}=0$ اذن أيضا **0,25**

الدالة g تقبل الاشتقاق عند يسار 0و عددها المشتق عنده هو 0. ومن نستنتج ان الدالة g تقبل الاشتقاق عند 0 وعددها المشتق هو 0..

- انشاء $\left(C_g\right)$: بما ان الدالة g زوجية فان محور التراتيب هو محور تناظر لمنحنيها البياني وبما ان منحنيها البياني في المجال الموجب هو نفسه $\left(C_f\right)$ اذن في المجال السالب نحصل عليه بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب:



0,25