

❸ إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

(1) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_{n+1} = \frac{11}{4}u_n - 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

أ) أحسب u_1 و u_2 .

ب) أبرهن بالترابع من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n > 2$.

ج) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على المجموعة \mathbb{N} بـ: $v_n = 4u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

أ) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى.

ب) باستعمال قيمة α الحصول عليها سابقاً ، اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) هل المتتالية (u_n) محدودة.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n $S_n = \frac{u_0}{4^0} + \frac{u_1}{4^1} + \frac{u_2}{4^2} + \dots + \frac{u_n}{4^n}$:

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $\frac{u_n}{4^n} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^n + 2 \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثم استنتاج بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الثاني : (06 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ: 1، 1، 0، 0، 1 وخمس كرات سوداء مرقمة بـ: 1، 1، 0، 0، 1 لاميز بينها

باللمس. نسحب عشوائياً وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق.

I. نعتبر الأحداث التالية :

A: "الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط"

C : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون"

F : "مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

أ) أحسب إحتمال الأحداث A ، B و C .

(2) بين أنّ : $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ و $P(D) = \frac{5}{6}$

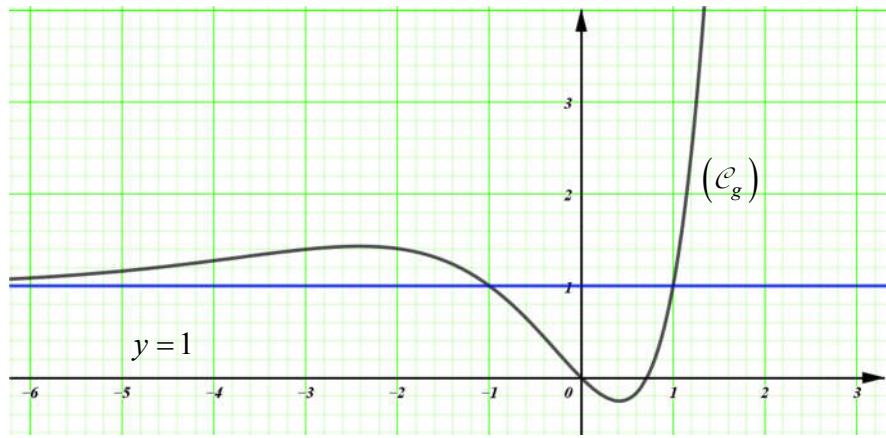
(3) إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون؟

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمثله الرياضي .

التمرين الثالث : (08 نقاط) الجزء الأول :



لتكن الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$g(x) = (x^2 - 1)e^x + 1$$

(\mathcal{C}_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

يعطى جدول القيم التالي:

x	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8
$g(x)$	-0.17	-0.11	-0.03	0.07	0.2

1) يبيّن أن المعادلة $0 = g(x)$ تقبل في المجموعة \mathbb{R} حلّين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $0.7 < \alpha < 0.75$.

2) إستنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في \mathbb{R} .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ :

(\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب) يبيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x) = g(x)$ ثم إستنتاج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) تحقق من أنّ : $f(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha + 1}$ f ثم عين حصراً $f(\alpha)$.

3) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (\mathcal{C}_f) في النقطة $A(1;1)$.

ج) يبيّن أنّ المماس (T) هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (\mathcal{C}_f) بجوار $-\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

د) يبيّن المنحني (\mathcal{C}_f) يقبل مماسا (T') يوازي (T) في نقطة B يطلب تعين فاصلتها ثم أكتب معادلة للمماس (T') .

4) أرسم كلا من (T') ، (T) و (\mathcal{C}_f) .

5) نعتبر في \mathbb{R} المعادلة ذات المجهول الحقيقي x والوسيط الحقيقي m المعادلة التالية : $(E): (x-1)^2 e^x - m - 1 = 0$ عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ثلاثة حلول .

❀ بال توفيق ☺ والنجاح بامتياز ☺ في البكالوريا 2018 ❀

أساتذة المادة



تصحيح الإختبار الثاني في مادة الرياضيات

العلامة	التصحيح
06 نقاط	التمرين الأول :
2×0.25	<p>لدينا : (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = \frac{11}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 4$</p> <p>(1) حساب u_1 و u_2 :</p> $u_1 = 3u_0 - 4 = 3 \times \frac{11}{4} - 4 = \frac{33-16}{4} = \frac{17}{4}$ $u_2 = 3u_1 - 4 = 3 \times \frac{17}{4} - 4 = \frac{51-16}{4} = \frac{35}{4}$ <p>(2) البرهان بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n > 2$ نسمى $P(n)$ هذه الخاصية .</p> <p>(1) من أجل $n=0$ لدينا :</p> $u_0 > 2 \quad \text{و منه} \quad \frac{11}{4} > 2 \quad u_0 = \frac{11}{4}$ <p>(2) نفرض صحة $P(n)$ نبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نفرض أن $u_n > 2$ وبرهن أن $u_{n+1} > 2$</p> <p>لدينا : $3u_n - 4 > 3 \times 2 - 4 \quad \text{وبالتالي} \quad 3u_n > 3 \times 2 - 4 \quad u_n > 2$</p> <p>ومنه : $u_{n+1} > 2 \quad \text{إذن} \quad P(n+1) \quad \text{صحيحة .}$</p> <p>(3) الخلاصة : حسب مبدأ الإستدلال بالترابع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n > 2$</p>
0.75	<p>ب) دراسة رتبة المتتالية (u_n) :</p> <p>ندرس إشارة الفرق $u_{n+1} - u_n$:</p> <p>لدينا : $u_{n+1} - u_n = 3u_n - 4 - u_n = 2u_n - 4$</p> <p>لدينا : $2u_n - 4 > 2 \times 2 - 4 \quad \text{و منه} \quad u_n > 2$</p> <p>وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة تماما</p>
0.5	<p>ج) دراسة تقارب المتتالية (u_n) :</p> <p>لدينا (u_n) محدودة من الأسفل ومتزايدة تماما فهي غير متقاربة (متبااعدة)</p> <p>لدينا : $v_n = 4u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .</p> <p>(أ) تعين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية :</p> <p>لدينا : $v_{n+1} = 4(3u_n - 4) + \alpha = 12u_n - 16 + \alpha \quad v_{n+1} = 4u_{n+1} + \alpha$</p> <p>أي $v_{n+1} = 12 \times \left(\frac{1}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha \right) - 16 + \alpha = \frac{12}{4}v_n - \frac{12}{4}\alpha - 16 + \alpha$</p> <p>وبالتالي : $v_{n+1} = 3v_n - 3\alpha - 16 + \alpha = 3v_n - 2\alpha - 16$</p> <p>$-2\alpha - 16 = 0 \quad \text{يكافى هندسية} \quad (v_n)$</p> <p>$-2\alpha = 16 \Leftrightarrow \alpha = -8$</p>
	الصفحة ~3~ من 9

2×0.25	$v_0 = 3$ فإن المتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدتها الأول $\alpha = -8$ $v_0 = 4u_0 - 4 = 4 \times \frac{11}{4} - 8 = 11 - 8 = 3$
0.25	$v_n = 3^{n+1}$ $v_n = v_0 \times q^n = 3 \times 3^n = 3^{n+1}$ ب) كتابة عبارة v_n بدلالة n:
0.5	$u_n = \frac{3}{4} \times 3^n + 2$ أي $u_n = \frac{1}{4}v_n - \frac{1}{4}(-8) = \frac{1}{4} \times 3^{n+1} + 2 = \frac{3}{4} \times 3^n + 2$ لدينا : إستنتاج عبارة u_n بدلالة n:
0.5	ج) دراسة تقارب المتالية (u_n): $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n = +\infty$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4} \times 3^n + 2 \right) = +\infty$ لدينا : ومنه المتالية (u_n) غير محدودة من الأعلى (متبااعدة)
0.5	من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $S_n = \frac{u_0}{4^0} + \frac{u_1}{4^1} + \frac{u_2}{4^2} + \dots + \frac{u_n}{4^n}$ تبیان آنہ من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $\frac{u_n}{4^n} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n$ $\frac{u_n}{4^n} = \frac{\frac{3}{4} \times 3^n + 2}{4^n} = \frac{3}{4} \times \frac{3^n}{4^n} + \frac{2}{4^n} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n$ لدينا : إذن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $\frac{u_n}{4^n} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n$
0.75	حساب الجمجم S_n بدلالة n: $b_n = 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n$ و $a_n = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n$ نضع : $S_n = \frac{u_0}{4^0} + \frac{u_1}{4^1} + \frac{u_2}{4^2} + \dots + \frac{u_n}{4^n} = a_0 + b_0 + a_1 + b_1 + \dots + a_n + b_n$ ومنه $S_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n + b_0 + b_1 + \dots + b_n$ أي حيث (a_n) متالية هندسية أساسها $q_1 = \frac{3}{4}$ و حدتها الأول a_0 $b_0 = 2$ و $q_2 = \frac{1}{4}$ و (b_n) متالية هندسية أساسها $q_2 = \frac{1}{4}$ و حدتها الأول b_0 $S_n = a_0 \times \frac{1 - q_1^{n+1}}{1 - q_1} + b_0 \times \frac{1 - q_2^{n+1}}{1 - q_2} = \frac{3}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} + 2 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{4}}$ إذن $S_n = \frac{3}{4} \times 4 \times \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} \right) + 2 \times \frac{4}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right) = 3 - \frac{9}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n + \frac{8}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} \right)^n$ أي $S_n = \frac{17}{3} - \frac{9}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^n - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} \right)^n$ إذن

		التمرين الثاني :
06 نقاط		لدينا: 5 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1, 0, 1, 1, 0 و 5 كرات سوداء مرقمة بـ: 0, 1, 1, 0, -1
0.25		<p>I. حساب الإحتمالات :</p> <p>عدد الحالات الممكنة هو : $C_{10}^3 = 120$</p> <p>حساب إحتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط: (سحب كرة بيضاء واحدة وكرتين سوداويين)</p> $P(A) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{120} = \frac{5 \times 10}{120} = \frac{5}{12}$ <p>حساب إحتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل: (سحب كرة بيضاء واحدة وكرتين سوداويين) أو (سحب كرتين بيضاوين وكرة سوداء واحدة) أو (سحب ثلاث كرات بيضاء)</p> $P(B) = \frac{C_5^1 \times C_5^2 + C_5^2 \times C_5^1}{120} + \frac{C_5^3}{120} = \frac{5 \times 10}{120} + \frac{10 \times 5}{120} + \frac{10}{120} = \frac{11}{12}$ <p>حساب إحتمال الحصول على ثلاثة كرات من نفس اللون (سحب ثلاثة كرات بيضاء) أو (ثلاث كرات سوداء)</p> $P(C) = \frac{C_5^3}{120} + \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120} + \frac{10}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ <p>(2) تبيان أنّ: $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$ و $P(F) = \frac{31}{120}$ ، $P(D) = \frac{5}{6}$</p> <p>D: "الحصول على اللونين الأبيض والأسود": (سحب كرتين بيضاوين وكرة سوداء) أو (سحب كرة سوداء وكرتين سوداويين)</p> $P(D) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{120} + \frac{C_5^1 \times C_5^2}{120} = \frac{5 \times 10}{120} + \frac{5 \times 10}{120} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$ <p>"مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0" F</p> <p>يعني (سحب كرة تحمل 1 وكرة تحمل 0 وكرة تحمل -1) أو (ثلاث كرات تحمل 0)</p> $P(F) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} + \frac{C_3^3}{120} = \frac{5 \times 3 \times 2}{120} + \frac{1}{120} = \frac{31}{120}$ <p>"الحصول على ثلاثة كرات من نفس اللون و مجموع أرقامها يساوي 0" ($C \cap F$)</p> <p>يعني (سحب ثلاثة كرات بيضاء مرقمة بـ 1 و 0 و -1) أو (سحب ثلاثة كرات سوداء مرقمة بـ 1 و 0 و -1)</p> $P(C \cap F) = \frac{C_3^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{120} + \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{120} = \frac{3+4}{120} = \frac{7}{120}$ <p>(3) حساب إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون علماً أن مجموع أرقامها يساوي 0:</p> $P_F(C) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{7}{120}}{\frac{31}{120}} = \frac{7}{31}$ <p>حساب</p> <p>II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .</p> <p>(1) تعين قيمة المتغير العشوائي X : هي {-2; -1; 0; 1; 2; 3}</p>
3x0.5		
0.75		
0.5		

(2) تعريف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X :

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X معرف بالجدول التالي :

01

x_i	-2	-1	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{120}$	$\frac{11}{120}$	$\frac{31}{120}$	$\frac{35}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

قيمة X	الحالات الملائمة	الإحتمالات
$X = -2$	سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، -1، 0	$P(X = -2) = \frac{C_2^2 \times C_3^1}{120} = \frac{3}{120}$
$X = -1$	سحب 3 كرات مرقمة بـ -1، 0، 0 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ 1، -1، 0	$P(X = -1) = \frac{C_2^1 \times C_3^2}{120} + \frac{C_2^2 \times C_5^1}{120} = \frac{11}{120}$
$X = 0$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 1، 0، -1 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 0، 0	$P(X = 0) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_5^1}{120} + \frac{C_3^3}{120} = \frac{31}{120}$
$X = 1$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 1، 0، 0 أو سحب 3 كرات مرقمة بـ 1، 1، -1	$P(X = 1) = \frac{C_3^2 \times C_5^1}{120} + \frac{C_5^2 \times C_2^1}{120} = \frac{35}{120}$
$X = 2$	سحب 3 كرات مرقمة بـ 0، 1، 1	$P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120}$
$X = 3$	سحب ثلاث كرات مرقمة بـ 1، 1، 1	$P(X = 3) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$

حساب الأمل الرياضي :

0.5

$$E(X) = -2 \times \frac{3}{120} + (-1) \times \frac{11}{120} + 0 \times \frac{31}{120} + 1 \times \frac{35}{120} + 2 \times \frac{30}{120} + 3 \times \frac{10}{120} = \frac{9}{10}$$

نقط 08

التمرين الثالث :

$$\text{لدينا : } g(x) = (x^2 - 1)e^x + 1$$

الجزء الأول :

(1) تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والحل الآخر α حيث، $0.7 < \alpha < 0.75$

$$\text{لدينا : } g(0) = (0^2 - 1)e^0 + 1 = -1 + 1 = 0 \quad \text{ومنه } 0 \text{ حل للمعادلة}$$

ولدينا : g دالة مستمرة ورتبة تماما على المجال $[0.7; 0.75]$ و

$$g(0.7) \times g(0.75) = -0.03 \times 0.07 = -0.0021 < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7 < \alpha < 0.75$

وبالتالي المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والحل الآخر α حيث، $0.7 < \alpha < 0.75$

(2) إستنتاج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في \mathbb{R}

0.5

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	0

جدول إشارة $g(x)$:

سـ .

الجزء الثاني :

لدينا : $D_f = \mathbb{R}$ معرفة على $f(x) = x + (x-1)^2 e^x$

(أ) حساب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [x + (x-1)^2 e^x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + x^2 e^x - 2xe^x + e^x) = -\infty$$

لدينا :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)^2 e^x = +\infty$$

لأن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x + (x-1)^2 e^x] = +\infty$$

و

2×0.25

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن :

لدينا : $x \in \mathbb{R}$

0.5

$$f'(x) = 1 + 2(x-1)e^x + (x-1)^2 e^x = 1 + [2x-2+(x-1)^2]e^x$$

$$f'(x) = g(x) \quad \text{أي} \quad f'(x) = 1 + (2x-2+x^2-2x+1)e^x = 1 + (x^2-1)e^x = g(x)$$

- إستنتاج إتجاه تغير الدالة f :

إشارة المشتقة $f'(x)$ نفس إشارة $g(x)$

0.25

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0

إذن الدالة f متزايدة تماماً على كل من المجالين $[\alpha; +\infty]$ و $[-\infty; 0]$

و f متناقصة تماماً على المجال $[0; \alpha]$

- جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	1	$f(\alpha)$	$+\infty$

2) التتحقق من أن : $f(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha + 1}$

لدينا : $f(\alpha) = \alpha + (\alpha-1)^2 e^\alpha$

$$e^\alpha = -\frac{1}{\alpha^2 - 1} \quad \text{وبالتالي} \quad 1 + (\alpha^2 - 1)e^\alpha = 0 \quad \text{ومنه} \quad g(\alpha) = 0$$

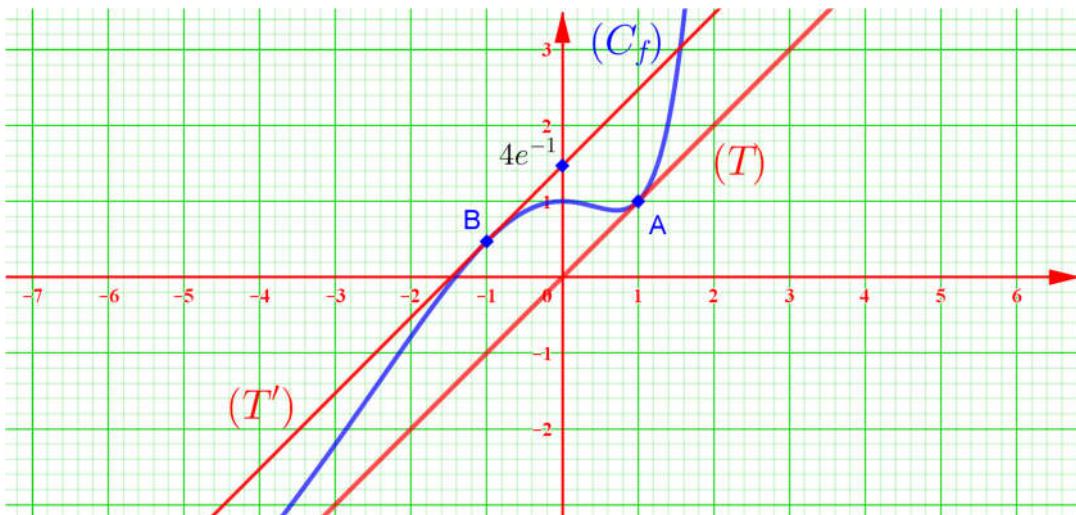
0.5	$f(\alpha) = \alpha - \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha^2-1} = \frac{\alpha^3-\alpha-\alpha^2+2\alpha-1}{\alpha^2-1}$ أي $f(\alpha) = \alpha + (\alpha-1)^2 \times \left(-\frac{1}{\alpha^2-1}\right)$ إذن : $f(\alpha) = \frac{\alpha^3-\alpha^2+\alpha-1}{\alpha^2-1} = \frac{\alpha^2(\alpha-1)+(\alpha-1)}{(\alpha+1)(\alpha-1)} = \frac{(\alpha-1)(\alpha^2+1)}{(\alpha+1)(\alpha-1)}$ وبالتالي $f(\alpha) = \frac{\alpha^2+1}{\alpha+1}$ ومنه												
0.5	$0.7+1 < \alpha+1 < 0.75+1$ و $(0.7)^2+1 < \alpha^2+1 < (0.75)^2+1$ ومنه $0.7 < \alpha < 0.75$ لدينا : $0.85 < f(\alpha) < 0.92$ وبالتالي $\frac{(0.7)^2+1}{0.75+1} < \frac{\alpha^2+1}{\alpha+1} < \frac{(0.75)^2+1}{0.7+1}$ إذن												
0.5	$(3) \quad \text{أ) كتابة معادلة ديكارتية للماس } (T) \text{ لمنحني } (\mathcal{C}_f) \text{ في النقطة } A(1;1)$ $y = f'(1)(x-1) + f(1) = g(1)(x-1) + 1 = x-1+1 = x$ $(T) : y = x$ إذن												
0.5	$b) \quad \text{بيان أن الماس } (T) \text{ هو مستقيم مقارب مائل لمنحني } (\mathcal{C}_f) \text{ بجوار } -\infty$ لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [x + (x-1)^2 e^x - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)^2 e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 e^x - 2xe^x + e^x) = 0$ $\text{ومنه الماس } (T) \text{ هو مستقيم مقارب مائل لمنحني } (\mathcal{C}_f) \text{ بجوار } -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ لأن												
0.5	$\text{دراسة الوضع النسيي لمنحني } (\mathcal{C}_f) \text{ بالنسبة إلى الماس } (T) :$ $f(x) - y$ ندرس إشارة الفرق $f(x) - y = x + (x-1)^2 e^x - x = (x-1)^2 e^x$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x) - y$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">الوضع النسيي</td> <td style="text-align: center;">فوق (\mathcal{C}_f)</td> <td style="text-align: center;">فوق (\mathcal{C}_f)</td> <td style="text-align: center;">قطع (\mathcal{C}_f)</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x) - y$	+	0	+	الوضع النسيي	فوق (\mathcal{C}_f)	فوق (\mathcal{C}_f)	قطع (\mathcal{C}_f)
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
$f(x) - y$	+	0	+										
الوضع النسيي	فوق (\mathcal{C}_f)	فوق (\mathcal{C}_f)	قطع (\mathcal{C}_f)										
0.5	$\text{بيان أن المحنبي } (\mathcal{C}_f) \text{ يقبل ماسا } (T') \text{ بوازي } (T) \text{ في نقطة } B$ لدينا : $\text{معامل توجيه الماس } (T') \text{ يساوي } 1$ يعني $(T') \parallel (T)$ $1 + (x_0^2 - 1)e^{x_0} = 1$ منه $f'(x_0) = 1$ $(x_0^2 - 1)e^{x_0} = 0$ وبالتالي :												

ومنه $x_0 = 1$ أو $x_0 = -1$ إما $x_0^2 - 1 = 0$
إذن (\mathcal{C}_f) يقبل مماسا (T') يوازي (T) في النقطة ذات الفاصلة -1

0.5

كتابة معادلة للمماس (T') لدينا :
 $B(-1; -1 + 4e^{-1})$ إذن :
 $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = 1 \times (x+1) - 1 + 4e^{-1} = x + 4e^{-1}$
 $(T') : y = x + 4e^{-1}$

: الرسم (4)



01

5) تعين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة (E) ثلاثة حلول:

لدينا : (E) تكافئ $(x-1)^2 e^x = m+1$

تكافئ $x + (x-1)^2 e^x = x + m+1$

تكافئ $f(x) = x + m+1$

0.5

حلول المعادلة (E) بيانيا هي فواصل النقط المشتركة بين المنحني (\mathcal{C}_f) والمستقيم ذي المعادلة

$y = x + m+1$ الموازي لكل من المماسين (T') و (T) .

المعادلة (E) تقبل ثلاثة حلول يعني $-1 < m < 4e^{-1} - 1$ وبالتالي : $0 < m+1 < 4e^{-1}$

مع تمنياتي الخالصة لطلابنا الأعزاء بالتوفيق والنجاح في البكالوريا 2018

الأستاذ ثابت إبراهيم لا تنسونا من خالص الدعاء