الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة **الثانوية: توفيق خزندار**

المادة: الرياضيات **المستوى: ثالثة ثانوي**

الشعبة : رياضيات **المعامل: 7**

الإثنين 12 مارس 2018

دورة مارس2018 **بكالوريا بيضاء** **المدة : 4 سا وَ نصف**

الموضوع الأول

التمرين الأول (4ن):

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نستطيع التفرقة بينها عند اللمس منها:

3 حمراء ، 3 خضراء وَ 4 بيضاء. نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد.**(0.25ن).**

1) ما هو إحتمال الحصول على نفس اللون؟ ما هو إحتمال الحصول على الألوان الثلاثة؟ ما هو إحتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.**(0.25ن+0.25ن+0.25ن).**
نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات "عدد الكرات البيضاء المسحوبة"
2) ما هو قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X؟ (عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X).**(1.25ن).**
3) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X. **(0.5ن+0.5ن).**
4) أحسب التباين $V(X)$ وَ الإنحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X. **(0.5ن+0.25ن).**

التمرين الثاني (5ن):

نعتبر المتتاليتين (x_n) وَ (y_n) حدودهما أعداد طبيعية، معرّفتان كما يلي:

$$\begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 1 \end{cases} \quad \text{وَ} \quad \begin{cases} x_{n+1} = 2x_n - 1 \\ y_{n+1} = 2y_n + 3 \end{cases}$$

1) برهن أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $x_n = 2^{n+1} + 1$.**(1ن).**
2) أحسب $PGCD(x_8; x_9)$ ،ماذا تُلاحظ؟ هل العددين x_n وَ x_{n+1} أوليان فيما بينهما من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ؟ **(1ن).**
عيّن $PGCD(x_{2017}; x_{2018})$ ، $PGCD(x_{1438}; x_{1439})$ ثُمّ $PGCD(x_{2967}; x_{2968})$.**(0.75ن).**
3) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $2x_n - y_n = 5$. عبّر عن y_n بدلالة n. **(0.5ن+0.25ن).**
4) أدرس حسب قيم p باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^p على 5.**(0.5ن).**
5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $d_n = PGCD(x_n; y_n)$.
برهن أنّ $d_n = 1$ أوْ $d_n = 5$ ثُمّ إستنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(x_n; y_n) = 1$.**(0.25ن+0.75ن).**

التمرين الثالث(4ن):

1) حل المعادلة التفاضلية : $f' - f = 0$ علماً أنّ : $f(0) = 2$.**(1ن).**

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم ، نُعرّف المتتالية العددية (u_n) بـ : $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \ln f(u_n) \end{cases}$.

برهن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها. **(1ن).**

3) أوجد عبارة الحد العام u_n بدلالة n. **(1ن).**

4) برهن بالتراجع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فإنّ :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \left(\frac{\ln 2}{2}\right) n^2 + \left(3 - \frac{\ln 2}{2}\right) n$$ **(1ن).**

التمرين الرابع(7ن):

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة بـ: $f(x) = x + \ln\left|\frac{x+1}{x-3}\right|$ وَ (C_f) تمثيلها البياني.

1) أ- أدرس تغيّرات الدالة f و المستقيمات المقاربة .**(1.75ن+0.75ن).**

ب- أدرس وضعية المستقيم المقارب المائل (Δ) بالنسبة لـ (C_f).**(1ن).**

2) أ- أثبت أنّه من أجل كل $x \in D_f$: $f(2-x) + f(x) = 2$ ، ماذا تستنتج؟**(0.25ن).**

ب-هل النقطة $\omega(1;1)$ نقطة إنعطاف للبيان (C_f) ؟**(0.25ن).**

3) بيّن أنّ المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $]0.5; 0.51[\ni \alpha$.**(0.75ن).**

4) أنشئ بدقة كل من (Δ) وَ (C_f).**(0.25ن+0.75ن).**

5) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x - m - \ln\left|\frac{1-x}{3+x}\right| = 0.$$

6) لتكن الدالة العددية g المعرّفة بـ: $g(x) = \left||x| + \ln\left|\frac{|x|+1}{|x|-3}\right|\right|$ وَ (C_g) تمثيلها البياني.

عيّن مجموعة تعريف الدالة g ثُمّ بيّن أنّها زوجية. ماذا تستنتج؟**(0.75ن).**

7) إشرح كيف يُمكن إنشاء المنحنى (C_g) بإستعمال البيان (C_f) ثُم أنشئ (C_g).**(0.5ن).**

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4ن):

في ثانوية ما ، 25% من التلاميذ مستواهم ضعيف في مادة الرياضيات وَ 15% منهم مستواهم ضعيف في مادة الفيزياء وَ 10% مستواهم ضعيف في المادتين معاً.
نختار عشوائياً تلميذاً واحداً من هذه الثانوية.

1) ما إحتمال أن يكون مستوى هذا التلميذ ضعيفاً في مادة الرياضيات وَ مادة الفيزياء معاً. **(1ن).**
2) ما إحتمال أن يكون مستوى هذا التلميذ ضعيفاً في مادة الرياضيات أَوْ في مادة الفيزياء . **(1ن).**
3) إذا كان التلميذ مستواه ضعيفاً في مادة الفيزياء ، ما إحتمال أن يكون مستواه ضعيفاً في مادة الرياضيات أيضاً؟ **(1ن).**
4) إذا كان التلميذ مستواه ضعيفاً في مادة الرياضيات، ما إحتمال أن يكون مستواه ضعيفاً في مادة الفيزياء أيضاً؟ **(1ن).**

التمرين الثاني (5ن):

n عدد طبيعي . نعتبر الأعداد:
$a_n = 4 \times 10^n - 1$ ، $b_n = 2 \times 10^n - 1$ وَ $c_n = 2 \times 10^n + 10$.

1) أحسب كل من b_3 وَ c_3 ، بيّن أنّ a_n وَ c_n يقبلان القسمة على 3 وَ أنّ b_3 عدد أولي. **(1ن).**
2) بيّن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $a_{2n} = b_n \times (c_n - 9)$ ، ثُمّ إستنتج تحليلاً إلى جداء عوامل أولية للعدد a_6 . **(1ن).**
3) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $PGCD(b_n; c_n) = PGCD(b_n; 11)$.
إستنتج أنّ b_n وَ c_n أوليان فيما بينهما. **(1ن).**
4) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $(E) \dots\dots\ b_3x + c_3y = 1$.
بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$. **(1ن).**
5) تحقق أنّ $(-731; 727)$ حلاً للمعادلة (E) ثُم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E). **(1ن).**

التمرين الثالث(4ن):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بحدها الأول : $u_0 = e$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

وَ لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية معرّفة بـ : $v_n = \ln(u_n)$.

1) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها q وَ حدها الأول v_0.**(1ن).**

2) أوجد عبارة v_n بدلالة n ، ثُمّ إستنتج عبارة u_n بدلالة n. **(1ن).**

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع :

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ ، $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$.

أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $P_n = e^{S_n}$. **(1ن).**

4) إستنتج عبارة P_n بدلالة n . أوجد نهاية S_n ثُمّ إستنتج نهاية P_n لما n يؤول إلى $+\infty$.**(1ن).**

التمرين الرابع (7ن):

I) لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x + e^{x-1}$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f مستنتجاً إشارتها. **(1.5ن).**

II) لتكن الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $g(x) = 1 + \ln(e^{x-1} - x)$ ، وَ (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g. **(0.5ن).**

2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة تعريف الدالة g. **(0.75ن).**

3) شكّل جدول تغيّرات الدالة g. **(0.25ن).**

4) أحسب نهاية $[g(x) - x]$ لما x يؤول إلى $+\infty$ ، ماذا تستنتج؟**(0.25ن+0.25ن).**

5) أحسب $g(0)$ ثُمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً آخراً وحيداً α حيث: $1.75 < \alpha < 1.76$. **(1ن).**

6) أرسم (C_g) . **(1ن).**

III) ليكن n عدد طبيعي .

1) أحسب العبارة : $I_n = \int_n^{n+1} [x + f(x)]$. **(0.5ن).**

2) بيّن أنّ (I_n) متتالية هندسية. **(0.5ن).**

3) أحسب المجموع: $S_n = I_0 + I_1 + I_2 + \cdots + I_{n-1}$ بدلالة n. **(0.5ن).**

إنتهى الموضوع الثاني