الجُمْهُورِيَّةُ الجَزَائِرِيَّةُ الدِّيمُقْرَاطِيَّةُ الشَّعْبِيَّةُ

وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ الوَطَنِيَةِ

مُدِيرِيَة التَّرْبِيَة لِوِلَايَةِ الأَغْوَاطِ   ثَانَوِيَّةُ الشَّهِيدِ مُحمَّد بُوسبسي

الاختبار الثاني في مـــادّة الرياضيات لسنوات الثّالثة علوم تجريبية

2017 ⟷ 2018

ملاحظة

✍ تُمنح نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الإِجَابَة

السُّؤَالُ النَّظَري:(نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ):

✍ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$.

حيث: C_n^p ترمز إلى عدد التوفيقات ذات P عنصراً من مجموعة ذات n عنصراً .مع : n وَ P عددان طبيعيان. وَ $(n \geq P \geq 0)$.

التمرين الأول: (07نقاط):

✍ **ملاحظـــــة: أسئلة الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها البعض**

يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللّمس) منها 5 حمراء و 3 زرقاء و 2 صفراء.

الجزء الأوّل:

نسحب عشوائياً 3 كريّات وَ في **آنٍ واحد.**

✍ ماهو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

✍ أحسب إحتمال كل من الحادثتين التاليتين :

✓ A : " تظهر الألوان الثلاثة في السحب".

✓ B : " من بين الكريّات المسحوبة توجد **على الأقل** واحدة زرقاء".

✍ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريّات الزرقاء المسحوبة.

✓ عين قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X. و أحسب أمله الرياضياتي.

✓ أوجد $P\left(e^X \geq e\right)$.

الجزء الثاني: نفرض أن الكريّات المسحوبة في الجزء الأوّل كلها زرقاء و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس **كريّتين** على التوالي و بدون إرجاع.

- أجب بـــ : **صح** أو **خطأ** مع التبرير:

✍ عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

✍ إحتمال الحصول على كريتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$.

✍ إحتمال أن تكون الكريّة الثانية حمراء علماً أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثّالث: نفرض أن الكريّات المسحوبة في الجزء الثّاني مختلفة اللّون و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس **كريّتين** على التوالي و بإرجاع الكرية المسحوبة.

✍ بين أنّ : $P_{R_2}\left(J_1\right) = \frac{1}{5}$.

حيث: R_2 تعني الكرية الثانية حمراء وَ J_1 تعني الكرية الأولى صفراء.

التمرين الثّاني:(05 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، النقط A ، B وَ C التي لواحقها على الترتيب :
$z_C=2i$, $z_B=1+i\left(\sqrt{3}+2\right)$, $z_A=\sqrt{3}+i$.

1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلثي العدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$.

- استنتج طبيعة المثلث ABC.
- علّم بدقة النقط: B,A وَ C.
- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $(L)^{n+1}$ حقيقياً موجباً تماماً.

2) (Υ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث: $(\Upsilon): z-3i-2e^{i\theta}=(i)^{1439}$, و θ يمسح $\mathbb{R}$.

- بين أنّ المجموعة (Υ) هي الدائرة ذات المركز C , و نصف القطر $|z_A|$. ثم أنشئها.

3) عين z_D لاحقة D نظيرة B بالنسبة إلى C.ثم عين z_E لاحقة E حتى يكون الرباعي $BEDA$ متوازي أضلاع.

- استنتج بدقة طبيعة الرباعي $BEDA$.

4) أثبت - هندسيًا - أنّ العدد $\left(\dfrac{z_B-z_E}{z_D-z_E}\times\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)$ حقيقي سالب تماما.

التمرين الثالث :(06نقاط)

الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $g(x)=e^{x+1}+x+2$.

1) أدرس تغيرات الدّالة g , ثم شكل جدول تغيّراتها.

- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيداً α في المجال $]-2.5;-2.2[$. ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{(x+1)e^{x+1}}{e^{x+1}+1}$.

C_f تمثليها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث: $\left(\|\vec{i}\|=2cm\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بين أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. (تذكير : $\lim\limits_{u\to-\infty}\left(ue^{u}\right)=0$).

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)e^{x+1}}{\left(e^{x+1}+1\right)^2}$.

- استنتج إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) بين أنّ $f(\alpha)=\alpha+2$. ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-1}.

- عين دون حساب : $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\dfrac{f(x)-\alpha-2}{x-\alpha}\right)$. و فسّــر النتيجة هندسيًا.

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1-\dfrac{x+1}{e^{x+1}+1}$.

- استنتج أنّ C_f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$. يُطلب تعيين معادلة له.
- أدرس الوضع النسبي بين C_f وَ Δ.

5) أنشئ Δ وَ C_f في المعلم السابق.

6) ناقش بيانيا وَ حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+1$.

المثابرة تغلب الذكاء....و الصبر يغلب الحظ..... و العبرة بالنتيجة