امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

المستوى : 3 ع ت المدة : 03 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي وعاء على 3 قريصات سوداء و 4 حمراء إحدى القريصات السوداء تحمل الرقم (-1) و الأخريان يحملان الرقم 4 أما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد

1) ما هو احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون ثم استنتج احتمال القريصتين مختلفتي اللون

2) ما هو احتمال أن يكون جداء رقمي القريصتين يساوي عدد سالب

3) ما هو احتمال أن يكون مجموع رقمي القريصتين يساوي 3

4) ما هو احتمال أن تكون القريصتين المسحوبتين تحملان رقما زوجيا علما أنهما حمراوين

5) نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما

أ) ماهي قيم المتغير العشوائي

ب) اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{2}{3-U_n}$

1) أحسب U_1 ، U_2 ، U_3

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \in \left[1,\frac{3}{2}\right]$

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أن (U_n) متقاربة

4) لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\frac{U_n-1}{U_n-2}$

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0

ب) أكتب V_n بدلالة n ، ثم أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=\frac{2+2^n}{1+2^n}$

ج) استنتج $\lim_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعدد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z+\sqrt{3}+i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=e^{i\pi}z_A$ على الترتيب

أ) احسب $|z_A|$ ، $|z_B|$ ، $|z_C|$

ب) استنتج أن النقاط A ، B ، C تنتمي إلى الدائرة (Γ) يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

ج) أنشىء (Γ) و النقاط A ، B ، C في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$

د) أوجد z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$z'=(1-i\sqrt{3})z-3+i\sqrt{3}$

أ) عين طبيعة التحويل النقطي S ، مع تحديد عناصره المميزة

ب) عين ثم أنشىء (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي المركب التي تحقق :

$$(z-z_A)\left(\overline{z-z_A}\right)=(z-z_c)\left(\overline{z-z_c}\right) \quad ....(E)$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، $\|\vec{i}\|=1cm$

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=e^{-x}g(e^x)$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أنشىء (C_f) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

4) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=e^{-|x|}\ln\left(e^{|x|}+1\right)$

(C_h) تمثيلها البياني في نفس المستوي المزود بالمعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

أ) بين أن الدالة h دالة زوجية

ب) باستعمال (C_f) أنشىء (C_h) في المعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

5) أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = x - (e^{-x}+1)\ln(e^x+1)$ هي دالة أصلية لدالة f على $\mathbb{R}$

ب) A مساحة السطح المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات $y=0$ و $x=0$ و $x=\ln 2$ ، احسب بـ cm^2 المساحة A

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

يتشكل قطاع انتاج بمؤسسة من 3 أصناف من العمال ، مهندسين بنسبة 8٪ و عمال انتاج بنسبة 82٪ و الباقي أعوان صيانة

النساء يمثلن 50٪ من المهندسين و 25٪ من أعوان الصيانة و 60٪ من عمال الانتاج

I) تم استجواب أحد الأعضاء لهذه المؤسسة عشوائيا

1) أنشىء شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : (عون صيانة)　　　B : (عاملة صيانة)　　　C : (امرأة)

II) مصلحة الصيانة تقوم بمراقبة الماكينات للتدخل عند وقوع عطل من أجل ذلك وضعت صفارةالانذار و بينت الدراسات أنه خلال اليوم : احتمال عدم حدوث عطل و لا إنطلاق لصفارة الانذار يساوي 0,002 و احتمال وقوع عطل و انطلاق لصفارة الانذار هو 0,003 واحتمال وقوع عطل هو 0,04

أ) بين أن احتمال حدوث عطل و عدم انطلاق لصفارة الانذار هو 0,037

ب) ما هو احتمال عدم انطلاق صفارة الانذار

ج) ماهو احتمال حدوث عطل علما أن صفارة الانذار لا تنطلق

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بالحد الأول U_0 و بالعلاقة $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n - \frac{3}{4}$ حيث $n \in \mathbb{N}$

I) عين U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة

II) فيما يلي نعتبر : $U_0 = 0$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geq -1$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أن (U_n) متقاربة

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n + 1$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0

ب) عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$

د) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = V_0.V_1.V_2........V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر A ، B ، C ، D نقط من المستوي لواحقها : $z_A = 1 + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = \frac{1}{2}(1-i)$ ، $z_D = \overline{z_C}$

1) أ) أكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للعددين z_B و z_D

ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $(z_A)^n$ حقيقيا سالبا تماما

2) أ) أوجد نسبة و مركز التحاكي h الذي يحول D إلى A و يحول C إلى B

ب) احسب طويلة العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ADCB$

3) جد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,2);(C,-1);(D,-1)\}$

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \sqrt{5}$

بين أن النقطة A من (Γ) ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميزة

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

و (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

4) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين فاصلتها

ج) أنشىء (Δ) و (T) و (C_f) في نفس المعلم

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$