الجمهورية الجزائرية الدّيمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **متقن عبد السلام حسين عين وسارة**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي **دورة: ماي 2018**

الشّعبة: رياضيات و تقني رياضي.

اختبار في مادّة: الرّياضيات **المدّة: 4 سا و 30 دقيقة**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط:

$A\left(1;4;-5\right)$ ، $B\left(3;2;-4\right)$ ، $C\left(5;4;-3\right)$ و $D\left(-2;8;4\right)$ والشعاع $\vec{u}\left(1;5;-1\right)$.

1) بيّن أنّ $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

2) حدّد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(T\right)$ الذي يشمل النقطة D ويوازي $\vec{u}$.

3) ليكن $\left(P\right)$ المستوي ذو المعادلة: $x-y-z-7=0$.

أ) بيّن أنّ المستويين $\left(ABC\right)$ و $\left(P\right)$ يتقاطعان وفق مستقيم $\left(\Delta\right)$ تمثيله الوسيطي $\left(t\in\mathbb{R}\right)$ $\begin{cases} x=11+2t \\ y=4+t \\ z=t \end{cases}$

ب) بيّن أنّ المستقيمين $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ ليسا من نفس المستوي.

4) تعطى النقطتان $E\left(3;0;-4\right)$ و $F\left(-3;3;5\right)$ ، تحقق أنّ: $E\in\left(\Delta\right)$ و $F\in\left(T\right)$.

5) لتكن $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث: $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=\alpha$ مع α عدد حقيقي.

أ) جد بدلالة α معادلة ديكارتية لـ$\left(\Gamma\right)$ واستنتج أنّ $\left(\Gamma\right)$ مستو، $\overrightarrow{EF}$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن قيمة α حتى يكون $\left(\Gamma\right)$ المستوي المحوري للقطعة $\left[EF\right]$.

التمرين الثّاني:

نعتبر المعادلة $\left(E\right)$.....$7x-3y=10$ ذات المجهول $\left(x;y\right)$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) عيّن الحل الخاص $\left(x_0;y_0\right)$ للمعادلة $\left(E\right)$ الذي يحقق: $\begin{cases} x_0-1\equiv 0\left[3\right] \\ -2<x_0<4 \end{cases}$.

ثمّ حل المعادلة $\left(E\right)$.

2) بفرض أن الثنائية $\left(x;y\right)$ حل للمعادلة $\left(E\right)$ حيث x و y عددان طبيعيان ؛

عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة التالية: $\begin{cases} 2^x+y+n^2-2\equiv 0\left[7\right] \\ 0<n<18 \end{cases}$.

3) جد الثنائية الوحيدة $\left(x;y\right)$ حل المعادلة $\left(E\right)$ بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين x و y هو 2139 .

التمرين الثالث:

I) ليكن $P(z)$ كثير الحدود للمتغيّر المركب z حيث: $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنّه، من أجل كل عدد مركب z، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$، ثمّ استنتج جذرا آخر له.

3) حل في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A=-1$، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب.

1) التحويل النقطي S يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$.

أ . ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميزة.

ب . لتكن M نقطة تختلف عن A، ماطبيعة المثلث AMM'.

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A، لاحقتها العدد المركب z_n.

نضع $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ . أثبت أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب . عيّن قيّم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O، A و M_n في استقامية.

التمرين الرابع:

1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-x+\ln(2x)$.

بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α على المجال $[1;+\infty[$ و أنّ $\ln(2\alpha)+1=\alpha$.

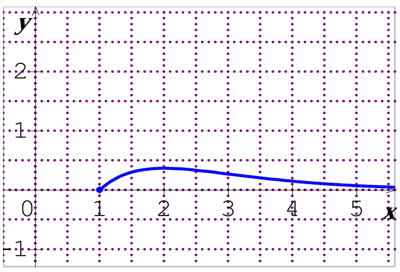
2) لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\ln(2u_n)+1$.

أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le u_{n+1}\le 3$.

ب) استنتج أن (u_n) متقاربة ونهايتها العدد α.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x-1)e^{1-x}$.

يعطى في الشكل المرفق المقابل المنحنى (ζ) الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



1) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ نضع: $F(x)=\int_1^x (t-1)e^{1-t}dt$.

أ) برهن أن الدالة F متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

ب) بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$، $F(x)=-xe^{1-x}+1$.

جـ) برهن أنه على المجال $[1;+\infty[$ المعادلة $F(x)=\frac{1}{2}$ تكافئ المعادلة $\ln(2x)+1=x$

2) ليكن β عدد حقيقيا حيث $\beta\ge 1$، D_β مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (ζ)، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\beta$.

ـ عيّن قيمة العدد β التي من أجلها يكون $D_\beta=\frac{1}{2}ua$.

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=10u_n+21$

1– احسب الحدود u_1، u_2، u_3

2–أ) برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n، $3u_n=10^{n+1}-7$.

ب) استنتج، من أجل كل عدد طبيعي n، الكتابة العشرية للعدد u_n

3– بين أن العدد u_2 أولي.

4– برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، u_n لايقبل القسمة على 2 ولاعلى 3 ولا على 5.

5–أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3u_n\equiv 4-(-1)^n\,[11]$.

ب) استنتج ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n، u_n لا يقبل القسمة على 11.

6–أ) بين أن: $10^{16}\equiv 1[17]$.

ب) استنتج، أنه من أجل كل عدد طبيعي k، u_{16k+8} يقبل القسمة على 17.

التمرين الثاني:

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C ذات اللاحقات $z_A=-2+2i$، $z_B=-3-6i$ و $z_C=1$.

1. ما طبيعة المثلث ABC.

2. r الدوران الذي مركزه B وزاويته θ حيث $\theta\in]0;\pi[$؛ لتكن A' صورة A بالدوران r و S منتصف القطعة $[AA']$.

أ) برهن أنّ النقطة S تنتمي إلى الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC.

ب) نضع $\theta=\frac{\pi}{2}$. عيّن $z_{A'}$ و z_S لاحقتي النقطتين A' و S على الترتيب.

3. نعتبر النقطة C' صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، Q منتصف القطعة $[CC']$

و B' صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$ و P منتصف القطعة $[BB']$.

أ) بيّن أن لاحقتي النقطتين Q و P هما $z_Q=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$ و $z_P=2-5i$ على الترتيب.

ب) بيّن أنّ $\frac{z_S-z_Q}{z_P-z_A}=-i$.

جـ) استنتج أن المستقيمين (AP) و (QS) متعامدان وأنّ $AP=QS$.

4. برهن أن للمستقيمات (AP)، (BQ) و (CS) نقطة مشتركة.

التمرين الثالث:

صندوق يحتوي على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها: 7 كريات بيضاء تحمل الأرقام من 1 إلى 7 و 3 كريات سوداء تحمل الأرقام من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق

1) أ) نرمز بـ A إلى الحادثة " الحصول على كريتين بيضاوين "

- بيّن أنّ إحتمال الحادثة A هو $\frac{7}{15}$.

ب) نرمز بـ B إلى الحادثة " الحصول على كريتين تحملان رقمين فرديين "

- احسب احتمال الحادثة B.

ج) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب، عدد الكريات البيضاء المسحوبة

أ) عيّن قانون احتمال المتغيّر X.

ب) احسب الأمل الرياضي للمتغيّر X.

التمرين الرابع:

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{1+x}$.

أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$.

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $D=]-\infty;-1[\cup[0;+\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right); x\in]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

أ) أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أن $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)=1$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

جـ - بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (وحدة الطول $2cm$).

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x)=f(-1-x)$.

أ) بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$.

ب) عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة) ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) بين أن (C_h) منحنى الدالة h والمنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x=-\frac{1}{2}$.

5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.

6) أحسب التكامل التالي $\int_{\frac{1}{2}}^{1}[1-f(x)]dx$، ثم فسر النتيجة هندسيا

انتهى الموضوع الثاني