الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية .. مديرية التربية لولاية بومرداس

ثانوية زموری الجديدة ماي 2018

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

شعبة رياضيات .... المدة 4 سا و 30 د

الموضوع الأول

التمرين الأول : 4 نقاط

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_1=\frac{1}{2}$ و بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1}=\frac{1}{6}u_n+\frac{1}{3}$.

أ) و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل $n\geq 1$ بـ : $v_n=u_n-\frac{2}{5}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

ب) إستنتج عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

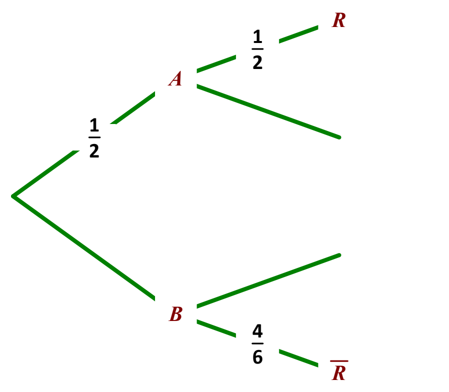
2) نعتبر نردين A و B غير مزيفين بحيث : النرد A به ثلاث أوجه حمراء و ثلاث أوجه بيضاء أما النرد B به أربع أوجه حمراء و وجهين بيضاوين .

نختار عشوائيا نردا و نرميه : إذا ظهر اللون الأحمر نحتفظ بهذا النرد . أما إذا ظهر اللون الأبيض نغير النرد . ثم نرمي هذا النرد وهكذا دواليك .

نرمز بـ : A_n إلى الحادثة : " رمي النرد n مرة " . و بـ : $\overline{A_n}$ الحادثة العكسية للحادثة A_n .

R_n إلى الحادثة : " ظهور اللون الأحمر في الرمية n " . و بـ : $\overline{R_n}$ الحادثة العكسية للحادثة R_n .

و نرمز بـ : a_n إلى إحتمال الحادثة A_n و r_n إلى إحتمال الحادثة R_n .



أ) عين a_1 .

ب) أكمل الشجرة ثم عين r_1 .

جـ) بملاحظة من أجل كل $n\geq 1$:

$$R_n=\left(R_n\cap A_n\right)\cup\left(R_n\cap\overline{A_n}\right)$$

بين أن : $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$.

د) بين من أجل كل $n\geq 1$: $A_{n+1}=\left(A_n\cap R_n\right)\cup\left(\overline{A_n}\cap\overline{R_n}\right)$.

ه) إستنتج من أجل كل $n\geq 1$: $a_{n+1}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$. ثم عين عبارة a_n بدلالة n .

و) إستنتج عبارة r_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} r_n$

التمرين الثاني : 5 نقاط

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-2z+4=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A, B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_c=1-i\sqrt{3}$. و لتكن (Γ) الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .

أ) أكتب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) تحقق أن العدد المركب $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2019}$ حقيقي .

جـ) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما .

3) ليكن $\theta \in]-\pi\ ;\ \pi]$. M نقطة من الدائرة (Γ) لاحقتها $2e^{i\theta}$.

نسمي N النقطة من (Γ) حيث $(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. تحقق أن : $z_N = 2e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$.

4) ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) تحقق أن العبارة المركبة للدوران r هي : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2 - 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

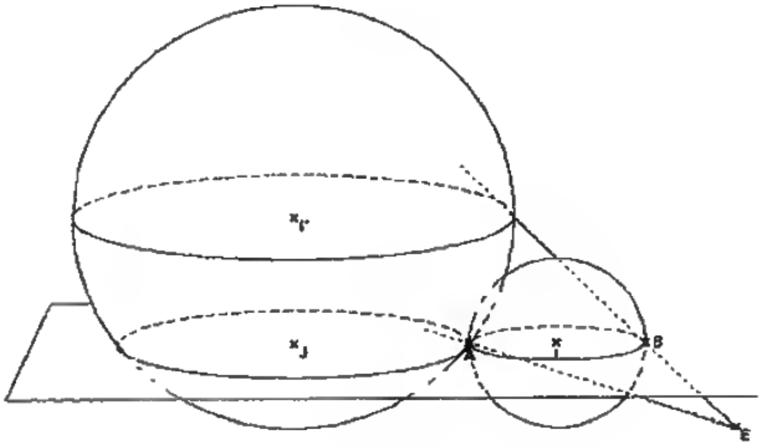
ب) ليكن : F منتصف $[BM]$ و K منتصف $[CN]$. بين أن : $r(F) = K$

جـ) إستنتج طبيعة المثلث AFK .

5) أ) بين أن : $AF^2 = 4 - 2\sqrt{3}\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

ب) إستنتج z_M لاحقة النقطة M بحيث تكون المسافة AF أكبر ما يمكن .

التمرين الثالث : 5 نقاط



ليكن $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء .

نعتبر النقطتين : $A(-2;3;2)$ و $B(2;3;2)$ و S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 4z + 9 = 0$

1) أ) بين أن S معادلة سطح كرة يطلب تعيين نصف قطرها و احداثيات مركزها I .

ب) بين أن $[AB]$ قطرا لـ S .

2) ليكن (P) مستو معرف بالمعادلة $z = 2$ و لتكن النقطة $J(-6;3;2)$

أ) تحقق أن I تنتمي إلى (P) و إستنتج أن S تقطع المستوي (P) وفق دائرة Γ قطرها $[AB]$.

ب) نعتبر في المستوي (P) دائرة Γ' مركزها J و نصف قطرها 4 . بين أن الدائرتين Γ و Γ' متماستان خارجيا في A .

3) لتكن النقطة $E(4;3;0)$ و نعتبر التحاكي $h\left(E;\frac{5}{2}\right)$ و نرمز بـ S' إلى صورة S بـ h .

أ) عين نصف قطر S' و إحداثي مركزها I' .

ب) برر أن المستوي (P) يقطع S' وفق الدائرة Γ'

جـ) المستقيم (EA) يقطع S' في A' . لتكن B' متقابلة قطريا مع A' على S' . بين أن النقط E , B و B' في إستقامية .

التمرين الرابع : 6 نقاط

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = e^{-x}$ و (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين معادلة مماس المنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ) بين من أجل كل $x \geq 0$: $1 - x \leq e^{-x} \leq 1$.

ب)إستنتج من أجل كل $x \geq 0$: $x - \frac{x^2}{2} \leq 1 - e^{-x} \leq x$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0\ ;\ +\infty[$ كما يلي : $f(0) = 0$ و $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$ إذا كان $x > 0$

(C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أدرس إستمرارية و قابلية الإشتقاق للدالة f على اليمين في 0 .

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ) بين أن $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{e^2}\right)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

ب) أكتب معادلة المماس T لـ (C_f) في النقطة $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{e^2}\right)$.

3) في الشكل المعطى أسفل الورقة الذي يعاد مع ورقة الإجابة هو منحنى الدالة (C_g) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

علم النقطة I ، أرسم T و (C_f) .

4) لتكن A_k مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y=1$ ، $x=k$ و $x=k+1$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم .

أ) باستعمال : $(I)2$ب) بين أن : $\ln\left(\frac{k+1}{k}\right)-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right]\leq A_k\leq \ln\left(\frac{k+1}{k}\right)$

ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty} A_k$.

5) من أجل كل $n\geq 1$ نضع : $S_n=\sum_{k=1}^{n}A_k$.

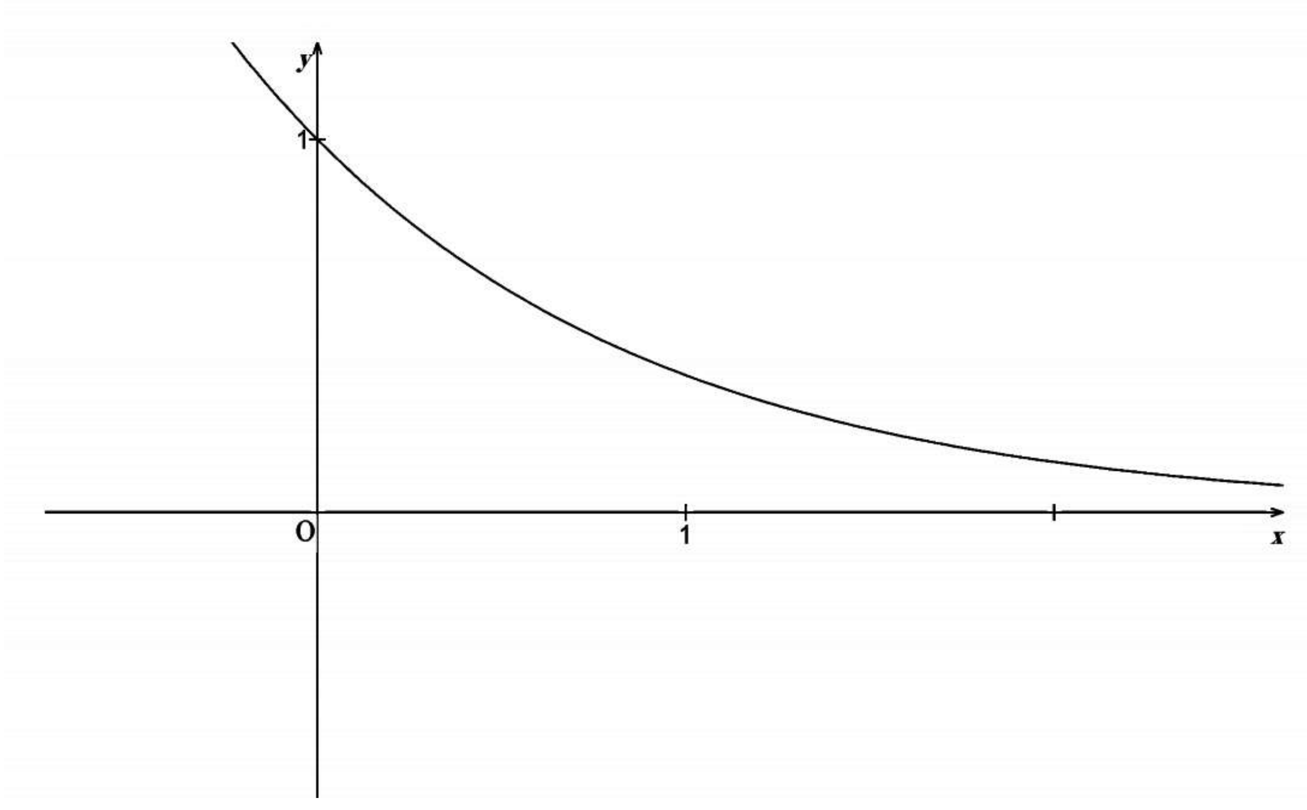
أ) فسر هندسيا S_n .

ب) بين أن : $\ln(n+1)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\leq S_n\leq \ln(n+1)$

جـ) إستنتج : $\lim_{x\to+\infty} S_n$.

إنتهى ....بالتوفيق ....أستاذ المادة :

اللقب :　　　　　　　　　　　　　　　　الإسم:



وزارة التربية الوطنية .. مديرية التربية لولاية بومرداس

ثانوية زموري الجديدة **ماي 2018**

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

شعبة رياضيات .... **المدة 4 سا و 30 د**

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 7 نقاط

الجزء الأول :لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\left[0\ ;\ +\infty\right[$ بما يلي :

$f(0)=0$ و $f(x)=x\left(1+ln^2 x\right)$ إذا كان $x>0$. $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ) بين أن الدالة f مستمرة على اليمين في 0 .

ب) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x}$. فسر النتيجة هندسيا .

جـ) أحسب $f'(x)$ من أجل $x>0$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\left[0\ ;\ +\infty\right[$.

3. أ) بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة إنعطاف I فاصلتها e^{-1} .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم الذي معادلته : $y=x$.

جـ) أنشئ $\left(C_f\right)$. (إستعن بـ : $f(3)\ ; f(e)\ ; f(2)$).

الجزء الثاني : نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ المعرفة بما بلي : $u_0=e^{-1}$ و $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$.

1. بين بالتراجع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $e^{-1}\leq u_n\leq 1$.
2. بين أن المتتالية $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما . و إستنتج تقاربها .
3. نضع : $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = l$. بين أن $e^{-1}\leq l\leq 1$ ثم حدد قيمة l مع التعليل .

الجزء الثالث: لتكن F الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]0\ ;\ +\infty\right[$ بما يلي : $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

1.أ) بين أن الدالة : $H : x\mapsto -\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة $h : x\mapsto x\ln x$ على المجال $\left]0;+\infty\right[$

ب) بين من أجل $x>0$: $\int_1^x t\,ln^2(t)dt=\dfrac{x^2}{2}ln^2(x)-\int_1^x t\,ln(t)$.

جـ) إستنتج من أجل $x>0$ أن : $F(x)=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{x^2}{2}ln(x)+\dfrac{x^2}{2}ln^2(x)$.

2. أ) بين أن الدالة F مستمرة على المجال : $\left[0\ ;\ +\infty\right[$.

ب) أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} F(x)$ ثم إستنتج قيمة التكامل $\int_0^1 f(x)\,dx$.

التمرين الثاني : 4 نقاط

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\;;\vec{j}\;;\vec{k}\right)$ و m عدد حقيقي:

و لتكن $\left(P_m\right)$ مجموعة النقط $M\left(x\,;y\,;z\right)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+\left(2-m\right)z+m+4=0$.

1. بين أن $\left(P_m\right)$ مستو من أجل كل عدد حقيقي m .
2. بين أن جميع المستويات تتقاطع في نفس المستقيم $\left(\varDelta\right)$ الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
3. عين m حتى يكون $\left(P_2\right)$ عمودي على $\left(P_m\right)$.
4. نعتبر النقطة $H\left(0\,;1\,;1\right)$ أحسب : $d\left(H\,;\left(\varDelta\right)\right)$.
5. أ) ليكن $\left(S\right)$ سطح الكرة ذو المعادلة : $x^2+y^2+z^2-2y-2z-3=0$.عين مركز و نصف قطر $\left(S\right)$.

ب) عين المستويات $\left(P_m\right)$ التي تمس $\left(S\right)$.

6. ليكن المستقيم $\left(D\right)$ المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=-1-3t \end{cases}$.

أدرس الوضع النسبي بين $\left(D\right)$ و $\left(P_m\right)$.

التمرين الثالث : 5 نقاط

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$. نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=\left(m-i\right)z+b$.($m\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{C}$).

1. أ) عين قيم m حتى يكون T دوران يطلب تعيين زاويته .

ب) عين العدد المركب b حتى يكون مركز الدوران هو النقطة A ذات اللاحقة $-1+4i$.

2. نضع : $m=\sqrt{3}$ و $b=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان .

أ) أثبت أن T تشابه مباشر يطلب تعيين نسبته و زاويته .

ب) عين العدد المركب z_0 لاحقة النقطة ω مركز التشابه T و ذلك بدلالة x و y .

جـ) عين $\left(\varGamma\right)$ مجموعة النقط بحيث يكون z_0 عددا تخيليا صرفا .

3. نعتبر النقط : $A\;;B\;;C$ ذات اللواحق : $z_A=-1+4i\;;\;z_B=1\;;\;z_C=yi$. عين العددان الحقيقيان y و β حتى تكون النقطة O (مبدأ المعلم) مرجحا للجملة : $\left\{\left(A\,;2\right),\left(B\,;\beta\right),\left(C\,;3\right)\right\}$.
4. أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه O و نسبته 2 و زاويته $\dfrac{7\pi}{6}$.
5. بين أن التحويل النقطي $T\circ S$ تحاك يطلب تعيين نسبته .

<u>التمرين الرابع : 4 نقاط</u>

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $3x+4y=-8$.

1. أ) تحقق أن $(0\,;-2)$ حل لـ (E) .

ب) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة (E) .

2. نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة : $3x+4y+8=0$ و A نقطة من (Δ) فاصلتها معدومة .

أ) بين أنه إذا كانت M نقطة من (Δ) إحداثياها أعداد صحيحة فإن AM مضاعف لـ 5 .

ب) لتكن N نقطة من (Δ) إحداثياها $(x\,;y)$. تحقق أن : $AN=\dfrac{5}{4}|x|$.

جـ) إستنتج أنه إذا كانت AN مضاعف لـ 5 فإن x و y عددان صحيحان .

إنتهى ....بالتوفيق ....أستاذ المادة :