الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — ثـــــــــانوية الشلالـــــة

**إمتحان** : بكالوريا التجريبي — دورة مـــــــاي 2018

**الشعبة** :الثالثة علوم تجريبية — يــــــوم: 21. 05. 2018

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات و نصف

---

**على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين**

**ملاحظة : في كل موضوع اختر تمرين ما بين الهندسة الفضائية و الاحتمالات أما باقي التمارين فهي إجبارية**

## الموضوع الاول :

### التمرين الاول (04ن):

**1.** نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب $z_A = 4+2i$ ، $z_B = 3-i$ .

أ. أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$

ب. ثم استنتج طبيعة المثلث ABO .

**2.** نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ و الذي يحول النقطة A إلى النقطة B ويحول النقطة B إلى النقطة O .

أ. بيّن انّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي : $z' = -iz + 1 + 3i$ ثم عيّن طبيعة R وعناصره المميزة ب عيّن $z_C$ لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABOC .

**3.** أ. عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث : $|z-4-2i| = |z|$

ب- من اجل $z \neq 2+i$ نضع : $L = \frac{z'-2-i}{z-2-i}$ بيّن انّ : $L = -i$ .

ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $L^n$ حقيقيا .

د- بيّن انّ : $(z'-2-i)^2 + (z-2-i)^2 = 0$ .

### التمرين الثاني (05ن) :

لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $u_0 = 3$ و $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ .

1. أحسب $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ .
2. أ- برهن انّه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$ .

   ب- استنتج انّه من اجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، $u_n > \frac{4}{3}n$ .
3. لتكن $(v_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = u_n - 2n + 1$ .

   أ- بيّن انّ $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

   ب- استنتج انّه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$ .

   ج- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ .
4. نعتبر المتتالية $(w_n)$ المعرفة بـــ $w_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $nw_n(n+1)w_{n-1} + 3$

   أ- أحسب $w_1$ ، $w_2$ ، $w_3$ ، $w_4$ . ما تخمينك لطبيعة المتتالية $(w_n)$ ؟

   ب- برهن صحة تخمينك لطبيعة المتتالية $(w_n)$ ثم احسب $w_{1008}$

## التمرين الثالث (04ن)( اختيار):

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و سبع كرات سوداء ( لا يمكن التمييز بينهم عند اللمس )

1. نسحب عشوائيا و في ان واحد كرتين من الصندوق و نعتبر A و B حدثين
   A : الكرتان المسحوبتان لونهما أسود ، B : سحب كرة بيضاء على الأقل
   - أحسب احتمال A و B .
2. نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق ، فإذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب و إذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية و أخيرة من الصندوق .ليكن C و D الحدثين التاليين :
   C:" الحصول على كرة بيضاء في السحبة الاولى" . D :" الحصول على كرة بيضاء "
   - أحسب احتمال C و D .

## التمرين الثالث(04ن) (اختيار) :

نعتبر في الفضاءء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(3;-2;1)$ ، $B(5;-3;2)$ ، $C(2;3;2)$ ، $D(-1;-5;2)$

1. أ- تحقق انّ النقط A، B و C تعيّن مستوي (P) .
   ب- أوجد العددين الحقيقين α و β بحيث يكون الشعاع $\vec{n}(\alpha;1;\beta)$ ناظمي لــ (P) .
   ج- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .
2. أ- اكتب تمثيلا و سيطيا للمستقم (Δ) الذي يشمل النقطة D و يعامد المستوي (P) .
   ب- أوجد احداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .
3. ( C) هي الدائرة التي مركزها H و نصف قطرها R=2 .
   - جد معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها D حيث : $(S)\cap(P)=(C)$ .

## التمرين الرابع(07ن) :

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

$\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج هندسيا .
2. أ- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
   ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$ .
   ج- أحسب $f(x)+f(-x)$ ماذا تستنتج ؟
3. بيّن انّ المعادلة f(x)=0 تقبل وحيدا α حيث : $-1<\alpha<-0.5$ ، فسّر ذلك هندسيا .
4. أثبت انّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ و يمسه في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتها ثم جد معادلة للمماس (T) .
5. أرسم (T) ، (Δ) و $\left(C_f\right)$ .
6. أ- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة التالية $f(x)=mx+1$ .
7. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $h(x)=1+\frac{\ln x^2}{|x|}$ .
   أ – برهن أنّ h زوجية .
   ب- أرسم المنحنى $\left(C_h\right)$ اعتمادا على $\left(C_f\right)$ مع الشرح .

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني (20ن)

### التمرين الأول (05ن):

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+4)(z^2-6z+10)=0$ .
2. المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ . لتكن النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2i$ ، $z_B=-2i$ ، $z_C=3-i$ ، $z_D=3+i$ ، $z_E=2-2i$ .

أ- اكتب العدد المركب L على الشكل الأسي حيث : $L=\frac{z_C-z_A}{z_D-z_B}$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

ب- استنتج أنه يوجد دوران وحيد R يحول B إلى A و يحول D إلى C يطلب ايجاد زاويته .

3. لتكن $(\Gamma_1)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $\arg(iz+1-3i)=\frac{-\pi}{4}$.

أ- تحقق أنّ B تنتمي إلى المجموعة $(\Gamma_1)$ ، ثم عيّن طبيعة $(\Gamma_1)$ .

ب- نسمي $(\Gamma_2)$ صورة $(\Gamma_1)$ بالدوران R . عيّن المجموعة $(\Gamma_2)$ .

4. نرفق بكل نقطة M من المستوي المركب ذات اللاحقة z النقطة M’ ذات اللاحقة z’ بالدوران R.

أ- أكتب العبارة المركبة للدوران R . ثم عيّن سابقة النقطة O بالدوران R .

ب- عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|-iz+2+2i|=|z_A|$ .

ج- عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث يكون العدد المركب $\frac{z-z_B}{z-z_D}$ حقيقيا سالبا .

### التمرين الثاني (04ن) :

لتكن $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0=\alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي : $u_{n+1}=\frac{7u_n+2}{u_n+8}$.

1. عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة .
2. نفرض انّ $u_0=0$

أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها .

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<1$ .

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .

3. لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n=\frac{u_n+2}{u_n-1}$ .

أ- برهن انّ $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول .

ب- أكتب عبارة $u_n$ بدلالة n

ج-أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ أحسب $P_n$ حيث : $P_n=v_0\times v_1\times\ldots\times v_n$ .

### التمرين الثالث (04ن) ( اختيار):

كيس به 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس . 7 كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 و 3 كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 2، 3

1. نسحب عشوائيا كريتين في ان واحد
2. أحسب احتمال الحصول على كرتين بيضاوين .

ب- أحسب احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين فرديين .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- أحسب الامل الرياضي E(X) للمتغير العشوائي X .

**التمرين الثالث(04ن)( اختياري )**

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) ومعادلة ديكارتية للمستوي (P) .

$$(D):\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -3 - \lambda \end{cases} \quad , \quad (P): x + 2y - 3z - 1 = 0 \; .$$

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل :

| | الاقتراح الاول | الاقتراح الثاني | الاقتراح الثالث |
|---|---|---|---|
| | [illegible] | [illegible] | |
| 2 | $\vec{u}(1;2;3)$ هو شعاع توجيه لـ (D) | $(-2;1;1)$ هو شعاع توجيه لـ(D) | $(3;1;4)$ هو شعاع توجيه لـ (D) |
| 3 | (D) يوازي (P) | (D) يوازي تماما (P) | (D) يقطع (P) |
| 4 | المستوي ... ذي المعادلة : $-3x+2y-z-1=0$ يعامد (P) | المستوي ... ذي المعادلة : $-4x+5y+2z+3=0$ يعامد (P) | المستوي ... ذي المعادلة : $x+2y-3z-1=0$ يعامد (P) |
| 5 | المسافة بين النقطة $M(1;-3;2)$ و المستوي (P) هي : $2\sqrt{3}$ | المسافة بين النقطة $M(1;-3;2)$ و المستوي (P) هي : 14 | المسافة بين النقطة $M(1;-3;2)$ و المستوي (P) هي : $\sqrt{14}$ |

**التمرين الرابع (07ن):**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x - (x^2+1)e^{-x+1}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1. أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 1 + (x-1)^2 e^{-x+1}$

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة y=x مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\Delta)$
3. بيّن انّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.8 < \alpha < 1.9$ .
4. أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) لمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.
5. أ- بيّن انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = -(x-1)(x-3)e^{-x+1}$

ب- استنتج انّ $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6. أحسب f(0) ؛ f(3) ثم أرسم $(\Delta)$ ، (T) و $(C_f)$ .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

**انتهى الموضوع الثاني**

**موفقون في شهادة البكالوريا ان شاء الله**