الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية محمد العربي بن مهيدي

امتحان بكالوريا التجريبي — عين مليلـة

الشعبة : علوم تجريبية — دورة ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03سا و 30 د

على الطالب أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضـوع الأول

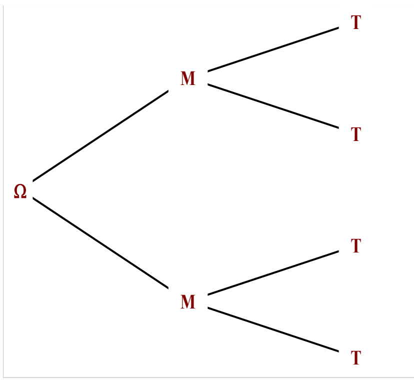
التمرين الأول:(**04** نقاط)

في محل بيع الأدوات الكهرو منزلية نهتم بسلوك أحد الزبائن نحو شراء جهاز تلفزة وآلة غسيل .

احتمال أن يشتري جهاز تلفزة هو $0,6$.

احتمال أن يشتري آلة غسيل بعد شرائه جهاز تلفزة هو $0,4$.

احتمال أن يشتري آلة غسيل عندما لا يشتري جهاز تلفزة هو $0,2$.



لتكن T الحادثة "الزبون يشتري جهاز تلفزة" و M الحادثة "الزبون يشتري آلة غسيل "

1. ما هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل ؟

2. ما هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل ؟

3. ما هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة علما انه اشترى آلة غسيل ؟

4. أكمل شجرة الاحتمالات الموضحة في الشكل .

التمرين الثاني: (**04** نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=-\frac{5}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=(2+u_n)^2-2$.

1. أ– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<-1$.

ب– أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم أستنتج أنها متقاربة .

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(u_n+2)$.

أ– بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب–أكتب v_n بدلالة n ثم أستنتج عبارة u_n بدلالة n.

3. أحسب بدلالة nالمجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+\dots+v_n$.

أستنتج الجداء P_n حيث : $P_n=(u_0+2)\times(u_1+2)\times\ldots\times(u_n+2)$

التمرين الثالث:(**05 نقاط**)

1. حلّ ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلتين : $z^2-4z+13=0$ و $z^2=-12+16i$.

2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B ، C ، D و E نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2+4i$ ، $z_B=-2-4i$ ، $z_C=2+3i$ ، $z_D=2-3i$ و $z_E=-4+2i$.

أ– أكتب العدد المركب L حيث : $L=z_B+z_C+1$ على الشكل الجبري ثم الأسي .

ب– تحقق أن : $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}+i=0$

3. أ– أثبت أن $z_A-z_E=i\left(z_B-z_E\right)$ ثم أستنتج طبيعة المثلث ABE .

ب– بيّن أنه يوجد دوران r مركزه E و يحول النقطة B الى النقطة A يطلب تعيين زاويته .

4. عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $arg\left(\frac{\overline{z}-z_C}{\overline{z}-z_D}\right)=-\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الرابع : (**07 نقاط**)

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، (وحدة الطول $4cm$) .

1. أ– أحسب نهايتي الدّالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

ب– أدرس اتجاه تغير الدّالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2. بيّن أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x-1$ مقاربان للمنحني (C_f)، ثم أدرس الوضعية النسبية لكل منهما بالنسبة الى (C_f).

3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(-x)+f(x)=-1$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

4. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<0,5$.

5. أرسم كلا من (Δ_1)، (Δ_2) و (C_f) .

6. أ– بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$.

ب– أحسب العدد الحقيقي A حيث : $A=\int_0^1\left[x-f(x)\right]dx$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (**04 نقاط**)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، لتكن النقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$ و $D(1;-1;3)$ و المستوي (P) حيث $2x+y-2z+4=0$ معادلة له .

أجب بـ : صحيح أو خطأ مع تبرير الاجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1. النقط A ، B و D في استقامية .

2. المستوي (P) هو نفسه المستوي (ABC) .

3. بُعد النقطة D عن المستوي (P) يساوي $\frac{1}{3}$ وحدة أطوال .

4. حجم رباعي الوجوه $ABCD$ يساوي $\frac{3}{2}$ وحدة حجوم .

التمرين الثاني:(**04 نقاط**)

(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\frac{1}{4}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$.

1. عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث يكون : $u_{n+1}=a+\frac{b}{u_n+4}$

2. **أ–** برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$.

ب– أدرس اتجاه تغير المتتالية ثم أستنتج أنها متقاربة .

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$.

أ– بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب– عبّر عن u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{5}{v_1}+\frac{5^2}{v_2}+...+\frac{5^n}{v_n}$.

التمرين الثالث : (**05 نقاط**)

1. حلّ ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\left(z^2+1\right)\left(z^2-4z+5\right)=0$

2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A ، B ، C ، D و E نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2+i$ ، $z_B=2-i$ ، $z_C=i$ ، $z_D=-i$ و $z_E=-3i$.

– أكتب الشكل الأسي للعدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم أستنتج طبيعة المثلث ABC .

3. **أ–** بيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه C و يحول النقطة A الى النقطة B يطلب تعيين نسبته و زاويته .

ب–عيّن صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه المباشر S .

جـ– أستنتج مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه المباشر S .

4. عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $iz=1+2i.e^{i\theta}$ لما θ يمسح $\mathbb{R}$.

التمرين الرابع : (**07 نقاط**)

I– نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x^2-1+\ln x$.

1.أدرس تغيرات الدّالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2.بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$ ثم أستنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II– نعتبر الدّالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1.أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2.بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي xمن المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدّالة f .

– شكل جدول تغيرات f .

3.بيّن أن (C_f)يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)حيث $y=2x-1$ معادلة له ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f)و (Δ).

4.أ– بيّن أن $f(\alpha)=4\alpha-\frac{1}{\alpha}-1$ ثم أستنتج حصرا لـلعدد $f(\alpha)$.

ب– أرسم (Δ) و (C_f) .

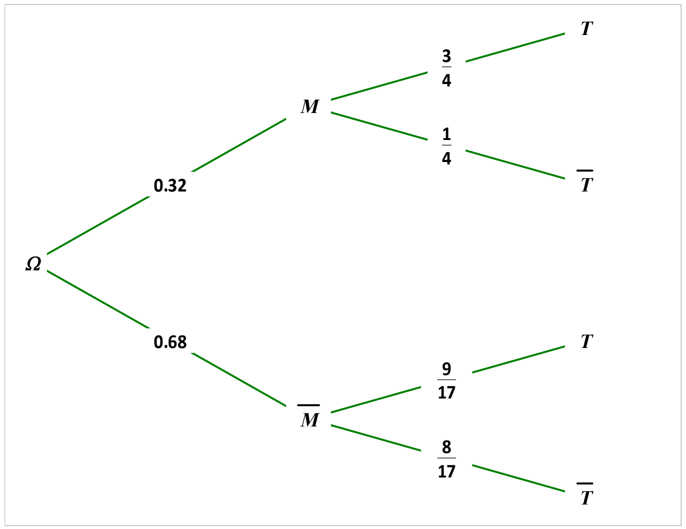
5. أ– جد دالة أصلية للدّالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب–$A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f)والمستقيمات التي معادلاتها: $y=2x-1$ ، $x=\alpha$ و $x=1$.

- بيّن أن : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2\,ua$ ثم تحقق أن : $A(\alpha)=\frac{1}{2}\left(-2\alpha^2+1\right)^2 ua$.

سلم تنقيط امتحان بكالوريا التجريبي مادة الرياضيات دورة ماي 2018 المستوى :3 علوم تجريبية

الموضوع الأوّل

التمرين	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأول	المعطيات: $P(T)=0,6$ ، $P_T(M)=0,4$ ، $P_{\overline{T}}(M)=0,2$		04
	1. احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل هو : $P(M\cap T)=P(T)\times P_T(M)=0,6\times0,4=0,24$	01	
	2. احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل هو: $P(M)=P(M\cap T)+P(M\cap\overline{T})$ $P(M)=P(T)\times P_T(M)+P(\overline{T})\times P_{\overline{T}}(M)=0,6\times0,4+0,4\times0,2$ $P(M)=0,32$	01	
	3. احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة علما انه اشترى آلة غسيل هو: $P_M(T)=\dfrac{P(T\cap M)}{P(M)}=\dfrac{0,24}{0,32}=\dfrac{3}{4}$	01	
	4. اكمال شجرة الاحتمالات:  	01	
الثاني	1.أ– نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<-1$ ب– اثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة :	0.5	

التمرين	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	$u_{n+1}-u_n=u_n^2+3u_n+2$ $\begin{array}{c\|ccccccc} u_n & -\infty & & -2 & & -1 & & +\infty \\ \hline u_{n+1}-u_n & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$ بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-2<u_n<-1$ فان $u_{n+1}-u_n<0$ فالمتتالية (u_n) متناقصة	0.5	04
	استنتاج أنها متقاربة : بما أن (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل بالعدد -2 فهي متقاربة	0.25	
	2. (v_n) : $v_n=\ln(u_n+2)$. أ– نبيّن أن (v_n) متتالية هندسية : $v_{n+1}=2\times v_n$	0.5	
	الأساس $q=2$ الحد الأول $v_0=ln\left(\frac{3}{4}\right)$	0.25	
	ب–كتابة v_n بدلالة n : $v_n=2^n\times ln\left(\frac{3}{4}\right)$	0.5	
	استنتاج عبارة u_n بدلالة n: $u_n=e^{v_n}-2=e^{2^n\times ln\left(\frac{3}{4}\right)}-2$	0.5	
	3. حساب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$: $S_n=v_0\left[\dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}\right]=ln\left(\frac{3}{4}\right)\left(2^{n+1}-1\right)$	0.5	
	– استنتاج الجداء P_n : $P_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times\ldots\times e^{v_n}=e^{v_0+v_1+\ldots+v_n}$ أي $P_n=e^{S_n}=e^{ln\left(\frac{3}{4}\right)\left(2^{n+1}-1\right)}$	0.5	
الثالث	1. حلّ المعادلتين : لدينا: $z^2-4z+13=0$ ، $\Delta=-36$ ، $z_1=2-3i$ ، $z_2=\overline{z_1}$	0.5	05
	$z^2=-12+16i$ بوضع $z=x+iy$ نجد $\begin{cases} x^2-y^2=-12 \\ 2xy=16 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ بحل الجملة نجد $z=2+4i$ أو $z=-2-4i$	0.5	
	2. $z_A=2+4i$ ، $z_B=-2-4i$ ، $z_C=2+3i$ ، $z_D=2-3i$ و $z_E=-4+2i$.		

أ- كتابة العدد المركب L حيث: $L=z_B+z_C+1$ على الشكل الجبري ثم الأسي:

لدينا: $L=1-i$ و منه $L=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ — **0.5** **0.5**

ب- التحقق أن: $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}+i=0$: يكفي التحقق أن: $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}=-i$ — **0.5**

لدينا: $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}=\left(e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}\right)^{2018}=e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=-i$

3. أ- اثبات أن $z_A-z_E=i\left(z_B-z_E\right)$ .... — **0.5**

استنتاج طبيعة المثلث ABE : بما أن $\frac{z_A-z_E}{z_B-z_E}=i=e^{\frac{\pi}{2}i}$ فان

$EA=EB$ و $\left(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EA}\right)=\frac{\pi}{2}$

أي أن المثلث ABE قائم في E و متساوي الساقين .... — **0.5**

ب- نبيّن أنه يوجد دوران r مركزه E و يحول النقطة B الى النقطة A :

لدينا $z_A-z_E=i\left(z_B-z_E\right)$ معناه $z_A-z_E=e^{\frac{\pi}{2}i}\left(z_B-z_E\right)$

أي أنه يوجد دوران r مركزه E و يحول النقطة B الى النقطة A............. — **0.75**

4. تعيين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث:

$\arg\left(\frac{\bar{z}-\bar{z}_A}{\bar{z}-\bar{z}_B}\right)=-\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

لدينا $\arg\left(\frac{\bar{z}-\bar{z}_A}{\bar{z}-\bar{z}_B}\right)=-\frac{\pi}{2}+k\pi$ تكافئ $\arg\left(\frac{\overline{z-z_C}}{\overline{z-z_D}}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ و منه

$\arg\left(\frac{z-\bar{z}_C}{z-z_D}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ بوضع و نجد $\arg\left(\frac{z-z_D}{z-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أي — **0.75**

أن $\left(\overrightarrow{CM},\overrightarrow{DM}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$

وهذا يعني أن (Γ) الدائرة التي قطرها $[CD]$ ما عدا النقطتين C و D .

الرابع — **07**

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-\frac{1}{e^x+1}$

1. أ- حساب نهايتي الدّالة f: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ — **0.5**

ب- دراسة اتجاه تغير الدّالة f على $\mathbb{R}$: $f'(x)=1+\frac{e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$ — **0.5**

من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)>0$ فالدّالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ — **0.5**

جدول التغيرات : — **0.5**

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

2. نبيّن أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x-1$ مقاربان للمنحنى (C_f):

لدينا $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x}{e^x+1}=0$ — **0.5**

و $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{e^x+1}=0$ — **0.5**

دراسة الوضعية النسبية لكل منهما بالنسبة الى (C_f):

من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: لدينا $f(x)-(x-1)>0$ معناه

(C_f) يقع فوق (Δ_2) .... — **0.25**

من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: لدينا $f(x)-x<0$ معناه (C_f)

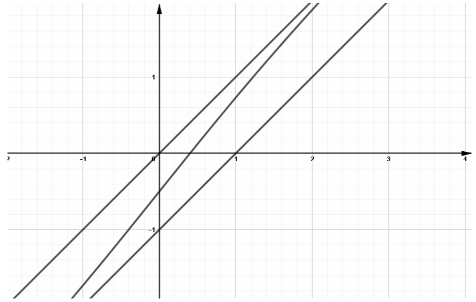
يقع تحت (Δ_1) .... — **0.25**

3. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(-x)+f(x)=-1$ — **0.5**

تفسير النتيجة هندسيا: النقطة $\omega\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .... — **0.25**

4. نبيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0<\alpha<0,5$ — **0.5**

تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة ($f(0)=-0,5$ و $f(0,5)=0,12$)

التمرين	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
	5. رسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f) : 	1	
	6. أ– نبيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$ $1-\frac{e^x}{e^x+1}=\frac{e^x+1-e^x}{e^x+1}=\frac{1}{e^x+1}$ و $x-f(x)=\frac{1}{e^x+1}$ و منه نستنتج : $x-f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$	0.5	
	ب– حساب العدد الحقيقي A حيث : $A=\int_0^1[x-f(x)]dx$: $A=\int_0^1[x-f(x)]dx=\int_0^1\left[1-\frac{e^x}{e^x+1}\right]dx$ و منه $A=\left[x-ln(e^x+1)\right]_0^1=16\left(1+ln\left(\frac{2}{e+1}\right)\right)cm^2$	0.5	
	تفسير النتيجة هندسيا : العدد الحقيقي A يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_1) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$.	0.25	

انتهى تصحيح الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
الأول	1. النقط A ، B و D في استقامية : خطأ .	0.25	04
	التبرير : لدينا $\overrightarrow{AB}(-2;0,-2)$ ، $\overrightarrow{AD}(-2;-3,-3)$ غير مرتبطين خطيا لأنه لا يوجد عدد حقيقي k بحيث $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AD}$	0.75	
	2. المستوى (P) هو نفسه المستوى (ABC) : صحيح .	0.25	
	التبرير: يكفي التحقق أن احداثيات النقط A ، B و C تحقق معادلة المستوى (P)	0.75	
	3. بُعد النقطة D عن المستوى (P) يساوي $\frac{1}{3}$ وحدة أطوال : صحيح .	0.25	
	التبرير: $d(D,(P))=\frac{\lvert x_D-2y_D+2z_D+4\rvert}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{1}{3}$	0.75	
	4. حجم رباعي الوجوه $ABCD$ يساوي $\frac{3}{2}$ وحدة حجوم : خطأ .	0.25	
	التبرير: $V=\frac{1}{3}\times S_{ABC}\times h=\frac{1}{3}\times\frac{AB\times AC}{2}\times d\left(D,(ABC)\right)$ $V=\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\ uv$	0.75	
الثاني	(u_n) : $u_0=\frac{1}{4}$ و $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$.		04
	1. تعين العددين الحقيقين a و b بحيث يكون : $u_{n+1}=a+\frac{b}{u_n+4}$: بالمطابقة نجد : $a=3$ و $b=-10$ أي $u_{n+1}=3-\frac{10}{u_n+4}$.....	0.5	
	2. أ– برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$	0.75	
	ب– دراسة اتجاه تغير المتتالية : $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2-u_n+2}{u_n+4}$..........		

u_n	$-\infty$		-4		-2		1		$+\infty$
$-u_n^2-u_n+2$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
u_n+4		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$u_{n+1}-u_n$		$+$		$-$	0	$+$	0	$-$	

0.5 نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$ ومنه $u_{n+1}-u_n>0$

فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما ....

0.25 استنتاج أنها متقاربة:بما أن (u_n) مزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1 فهي متقاربة...

3. (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n+2}{1-u_n}$.

0.5 أ– نبيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها: $v_{n+1}=\dfrac{5}{2}\times v_n$ و منه

0.25 (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0=3$.....................

0.5 ب– عبارة u_n بدلالة n : $u_n=\dfrac{-2+v_n}{1+v_n}=\dfrac{-2+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}{-2+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$ ....

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{-2+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}{-2+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}\right)=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\left(\frac{5}{2}\right)^n\left(-2\left(\frac{2}{5}\right)^n+3\right)}{\left(\frac{5}{2}\right)^n\left(-2\left(\frac{2}{5}\right)^n+3\right)}\right)$$

0.25 $$\lim_{n\to+\infty} u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\left(-2\left(\frac{2}{5}\right)^n+3\right)}{\left(-2\left(\frac{2}{5}\right)^n+3\right)}\right)=\frac{3}{3}=1$$

4. حساب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{5}{v_1}+\dfrac{5^2}{v_2}+\ldots+\dfrac{5^n}{v_n}$

لدينا $\dfrac{1}{v_n}=\dfrac{1}{v_0\times q^n}$

ومنه $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{5}{v_0\times q^1}+\dfrac{5^2}{v_0\times q^2}+\ldots+\dfrac{5^n}{v_0\times q^n}$

لدينا $\dfrac{5^n}{q^n}=\dfrac{5^n}{\frac{5^n}{2^n}}=5^n\times\dfrac{2^n}{5^n}=2^n$

0.5 $S_n=\dfrac{1}{v_0}\left(1+\dfrac{5}{q^1}+\dfrac{5^2}{q^2}+\ldots+\dfrac{5^n}{q^n}\right)=\dfrac{1}{3}\left(1+2^1+2^2+\ldots+2^n\right)$

$S_n=\dfrac{1}{3}\left(2^{n+1}-1\right)$

الثالث (05)

1. حلّ المعادلة : $(z^2+1)(z^2-4z+5)=0$ ....$(^*)$

المعادلة $(^*)$ تكافئ $z^2-4z+5=0$ أو $z^2+1=0$

0.75 $z^2-4z+5=0$ ، $\Delta=-4$ ، $z=2-i$ أو $z=2+i$

0.5 $z^2+1=0$ تكافئ $z^2=-1$ ومنه $z=-i$ أو $z=i$

2. $z_A=2+i$ ، $z_B=2-i$ ، $z_C=i$ ، $z_D=-i$ و $z_E=-3i$.

0.5 – كتابة الشكل الأسي للعدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$: $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-i=e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$

استنتاج طبيعة المثلث ABC : لدينا $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ تكافئ

0.5 $AC=AB$ و $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\pi}{2}$ ومنه المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين .

3. أ– نبيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه C و يحول النقطة A الى النقطة B

0.75 لدينا $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=1-i=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ ومنه $z_B-z_C=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}(z_A-z_C)$

و هذا يعني أنه يوجد تشابه مباشر S : مركزه C

نسبته $k=\sqrt{2}$ و زاويته $\theta=-\dfrac{\pi}{4}$

ب– صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه المباشر S :

العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'-z_C=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}(z-z_C)$

لدينا $S(A)=B$

نضع $S(B)=B'$ ومنه نجد : $z_{B'}-z_C=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}(z_B-z_C)$ — 0.5

ومنه نجد : $z_{B'}=-3i=z_E$ أي أن : $S(B)=E$.

ومنه صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه المباشر S هي القطعة $[BE]$

جـ– استنتاج مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه المباشر S : نرمز الى مساحة المثلث ABC بـ A و الى مسحة صورته بالتشابه المباشر S بـ A' — 0.5

نعلم أن $A'=k^2\times A$ و لدينا $A=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{2\times 2}{2}=2ua$

و منه $A'=\sqrt{2}^2\times 2=4ua$.

4. تعيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $iz=1+2ie^{i\theta}$ لما θ يمسح $\mathbb{R}$.

لدينا $iz=1+2ie^{i\theta}$ تكافئ $z=-i+2e^{i\theta}$ أي $z-z_D=2e^{i\theta}$ — 1

معناه $DM=2$ و $(\vec{u},\overrightarrow{DM})=\theta$ و منه (Γ) هي الدائرة التي مركزها النقطة D ونصف قطرها 2 .

الرابع

I– نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x^2-1+\ln x$.

1. دراسة تغيرات الدّالة g: $\lim_{x\to 0^{>}} g(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ — 0.25

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=4x+\frac{1}{x}$. — 0.25

$g'(x)>0$ ، g **متزايدة تماما** على $]0;+\infty[$ ....

تشكيل جدول تغيراتها : — 0.25

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2. نبيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$ — 0.5

تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة.......................................

استنتاج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$: — 0.25

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

07

II– f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\frac{\ln x}{x}$ — 0.5

1. $\lim_{x\to 0^{>}} f(x)=+\infty$ و منه $x=0$ معادلة المستقيم المقارب لـ (C_f) — 0.25

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... — 0.25

2. نبيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ — 0.25

– استنتاج اتجاه تغير الدّالة f : اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ — 0.25

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

– جدول تغيرات f : — 0.5

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3. نبيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث $y=2x-1$ معادلة له — 0.5

لدينا $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x-1)\right)=\lim_{x\to+\infty}-\frac{\ln x}{x}=0$

دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) : — 0.5

– على المجال $]0;1[$ ، (C_f) **يقع فوق** (Δ)

– على المجال $]1;+\infty[$ ، (C_f) **يقع تحت** (Δ)

– (C_f) و (Δ) **يتقاطعان في النقطة** $A(1;1)$

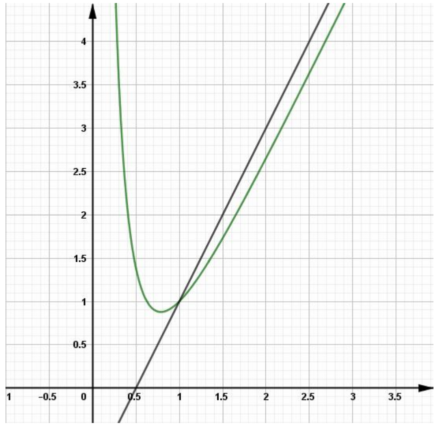
4. أ– نبيّن أن $f(\alpha)=4\alpha-\frac{1}{\alpha}-1$:

لدينا $f(\alpha)=2\alpha-1-\frac{\ln\alpha}{\alpha}$ و لدينا $g(\alpha)=0$ معناه — 0.5

$\ln\alpha=1-2\alpha^2$ بالتعويض نجد : $f(\alpha)=4\alpha-\frac{1}{\alpha}-1$

استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$: $0,37<f(\alpha)<0,95$ — 0.25

ب− رسم (Δ) و (C_f) :



0.75

5. أ− ايجاد دالة أصلية للدّالة $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$:

بوضع $u(x)=\ln x$ نجد $u'(x)=\dfrac{1}{x}$ أي أن $\dfrac{\ln x}{x}=u'(x)\times u(x)$

و منه الدّالة الأصلية المطلوبة هي : $x \mapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ **0.5**

ب− نبيّن أن : $A(\alpha)=\displaystyle\int_{\alpha}^{1}[f(x)-(2x-1)]dx$

و منه $A(\alpha)=-\displaystyle\int_{\alpha}^{1}\dfrac{\ln x}{x}dx=-\left[\dfrac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{1}=\dfrac{1}{2}(\ln \alpha)^2 ua$ **0.25**

التحقق أن: $A(\alpha)=\dfrac{1}{2}\left(-2\alpha^2+1\right)^2 ua$: لدينا $\ln \alpha=-2\alpha^2+1$

ومنه $A(\alpha)=\dfrac{1}{2}\left(-2\alpha^2+1\right)^2 ua$ **0.25**

انتهى تصحيح الموضوع الثاني