على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كرات لا نميز بينها عند اللمس منها: 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام: 0، 1، 1، 2. و4 كرات حمراء تحمل الأرقام: 1، 1، 2، 2.

1) نسحب ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس.

❖ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم ". B : " الكرات المسحوبة من نفس اللون ".

C : " الكرات المسحوبة أرقامها مختلفة مثنى مثنى ".

2) X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقم 1.

❖ أكتب قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضياتي.

❖ أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04.5 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. أنشئ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

1) مثل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0; u_1$ و u_2 باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود.

أ) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

ب) برهن بالتراجع أنه ومن اجل كل عدد طبيعي n : أن $1 \le u_n \prec 4$

ت) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بالعلاقة: $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

أ) عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

ب) نضع $\alpha = -4$

- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

- تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n).

- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots\dots + u_n$.

التمرين الثالث: (4.5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب.

أ - تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

ب – علم بدقة النقط A، B، C و D .

جـ- اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول O إلى A ويحول C إلى D، ثم عين عناصره المميزة.

4) لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1، -1، 2 على الترتيب.

أ– عين احداثيي النقطة G.

ب –بين ان (d) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$ هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها 1.

جـ - عين طبيعة (d’) صورة (d) بالتشابه المباشر S محددا عناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-x^2e^x$، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث: وحدة الطول $1cm$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=-x(x+2)e^x$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. بين أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف. يطلب تعين إحداثيتيهما.
4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7\prec\alpha\prec0,8$
5. عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها -1.
6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{1}{e}+xe^x$

   أ. أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $h(x)\geq0$.

   ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)-\left(\dfrac{1}{e}x+1\right)=-xh(x)$، ثم استنتج وضعية (C) بالنسبة لـ (T).
7. G الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $G(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ حيث a، b و c أعداد حقيقية ثابتة .

   أ. عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون الدالة G أصلية للدالة $g:x\to x^2e^x$ على $\mathbb{R}$.

   ب. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=1$ ، $x=-2$ و $x=0$.

الموضــوع الثاني

التمرين الأول : (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ **نعتبر النقط :** $A\left(2;0;1\right)$ ، $B\left(3;2;0\right)$، $C\left(-1;-2;2\right)$.

1- أ. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا،

ب. بين أن الشعاع $\vec{n}\left(0;1;2\right)$ **ناظمي للمستوي** $\left(ABC\right)$،ثم أكتب معادلة ديكارتيه له.

2- ليكن المستوي $\left(p\right)$ الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$.

أ. تحقق من ان المستويين $\left(ABC\right)$ و $\left(p\right)$ متعامدين.

ت. عين تمثيلا وسطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$ مستقيم تقاطع المستويين $\left(ABC\right)$ و $\left(p\right)$.

3- **لتكن** $\left(\ddot{}_{k}\right)$ **مجموعة النقط** M **من الفضاء والتي تحقق:** $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}=k$ ، حيث k عدد حقيقي.

أ. عين إحداثيات النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $\left[AB\right]$.

ب. عين قيمة k التي يكون من أجلها $\left(\ddot{}_{k}\right)$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $\left[AB\right]$.

ت. أدرس تقاطع المستويات الثلاثة $\left(ABC\right)$، $\left(p\right)$, $\left(\ddot{}_{-3}\right)$.

4- عين بعد النقطة I عن المستقيم $\left(\Delta\right)$.

التمرين الثاني : (04.5 نقطة)

1) أ) **حل في المجموعة** $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z , $z^{2}-6z+21=0....\left(\mathrm{I}\right)$.

2) **في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ **نعتبر النقط** A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب $z_{A}=\sqrt{3}e^{i\frac{®}{2}}$ ، $z_{B}=\sqrt{3}e^{-i\frac{®}{2}}$ ، $z_{C}=3+2i\sqrt{3}$ و $z_{D}=\overline{z_{C}}$

أ) بيّن أن النقط A ، B ، C و D **تنتمي إلى نفس الدائرة التي** مركزها Ω **ذات اللاحقة** $z_{\Omega}=3$ ويطلب تعيين نصف قطرها.

ب) **لتكن النقطة** E نظيرة النقطة D **بالنسبة إلى المبدأ** O، بين أن $\dfrac{z_{C}-z_{B}}{z_{E}-z_{B}}=e^{i\left(-\frac{®}{3}\right)}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

3) استنتج أنه يوجد دوران r **مركزه** B ويحول النقطة E **إلى** C، يطلب تعيين زوايته.

4) نعتبرالتحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M **من المستوي ذات اللاحقة** z **النقطة** M' **ذات اللاحقة** z' حيث:

$$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{®}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right) .$$

أ) عيّن طبيعة التحويل S و حدد عناصره المميزة .

ب)عيّن $\left(\Gamma\right)$ **مجموعة النقط** M **ذات اللاحقة** z **التي تحقق :** $\left|z-z_{\Omega}\right|^{2}=-\left(z_{A}-z_{B}\right)^{2}$.

جـ) عيّن طبيعة المجموعة $\left(\Gamma'\right)$ **صورة** $\left(\Gamma\right)$ بالتحويل S، محددا عناصرها المميزة.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$.

2. . أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) استنتج أن (u_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.

3. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n = \frac{1}{2} + ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_1 = \frac{3}{2}$.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n.

جـ) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{1+lnu_1} + \frac{1}{1+lnu_2} + ... + \frac{1}{1+lnu_n}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم متعامد والمتجانس $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} -1} f(x)$.

2) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$،
ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$

5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x = 0$

7) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها ~ حيث : $-\frac{1}{2} < \sim < 0$.

8) أنشئ (T)، (Δ) والمنحنى (C_f).

9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.

10) أ - بين أن الدالة $F_a : x \to (x+a)\ln(x+a) - x$ دالة أصلية للدالة $f_a : x \to \ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = x + 1$ ، $x = 0$، $x = 1$.