الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية الشيخ أمود – مديرية التربية بتمنراست   المواسم الدراسي : 2018 /2019

المستوى الثالثة علوم تجريبية   المدة : 3600 ثانية

الفرض المحروس الأول لثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(12 نقطة) :

I- g دالة عددية معرفة على R بـ $g(x)=x^3-3x-4$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيداً α حيث $2<\alpha<2{,}3$

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II- f دالة عددية معرفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1) عين الأعداد الحقيقية a و b و c و d حيت من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2-1}$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f

3) أحسب نهايات الدالة f عند حدود أطرف مجموعة تعريفها المفتوحة مستنتجاً معادلات المستقيمات المقاربة .

4) بين أن $(\Delta):\ y=x+2$ مستقيم مقارب مائل لــ (C_f).

5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

6) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم $(\Delta):\ y=x+2$

التمرين الثاني (8 نقاط)

عين في كل حالة من الحالات الآتية الاقتراح الوحيد الصحيح مع التبرير

1) مجموعة حلول المعادلة التفاضلية $y'+3y=0$

$y=Ce^{-3x}$	$y=Ce^{3x}$	$y=Ce^{-\frac{1}{3}x}$	$y=Ce^{\frac{1}{3}x}$

2) مجموعة حلول المعادلة التفاضلية $y'-2y=6$

$y=Ce^{2x}+3$	$y=Ce^{\frac{1}{2}x}+3$	$y=Ce^{2x}-3$	$y=Ce^{-\frac{1}{2}x}+3$

3) العدد $3-\ln(e^2)+e$ يساوي

$2-e$	0	2	$1+e$

4) العدد $e^{-3\ln(2)}$ يساوي

1	8	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{1}{9}$

5) حلول, المعادلة $e^{2x}-5e^{x}+6=0$ هي

$\{2;3\}$	$\{\ln(2);\ln(3)\}$	$\left\{\ln\left(\dfrac{1}{2}\right);\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)\right\}$	$\{e^2;e^3\}$

تصحيح الفرض المحروس الأول لثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(12 نقطة) :

I- g دالة عددية معرفة على R بـ $g(x)=x^3-3x-4$.

1) أدرس تغيرات الدالة g :

النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3)=-\infty$ .... $(0,5)$

المشتقة : $g'(x)=3x^2-3$ و المشتقة تنعدم عند -1 و 1 .... $(0,5)$

الدالة g متزايدة على المجالين $]-\infty\,;-1]$ و $[1;+\infty[$ و

متناقصة على المجال $[-1\,;\,1]$ .... $(0,5)$

x	$-\infty$		1		-1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	

جدول تغيراتها .... $(0,5)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	-6	↗	$+\infty$

2) اثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<2,3$

$g(2)=-2$ و $g(2,3)=1,27$ و الدالة g مستمرة و متزايدة على المجال $[2\,;\,2,3]$ فحسب مبرهنة القيم المتوسطة

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<2,3$ .... (1)

3) استنتاج إشارة $g(x)$ من جدول التغيرات نستنتج اشارة $g(x)$ .... $(0,5)$

x	$-\infty$		-1		1		α		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+		+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	-6	↗	0	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
اشارة $g(x)$		-	0	+	

II- f دالة عددية معرفة على $D_f=]-\infty\,;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها

البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

1) تعين الأعداد الحقيقية a و b و c و d حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2-1}$.

باستخدام القسمة الاقليدية نجد $f(x)=x+2+\dfrac{x+2}{x^2-1}$ و منه $a=1$ و $b=2$ و $c=1$ و $d=2$ .... (1)

2) اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$: لدينا

$f'(x)=\dfrac{(3x^2+4x)(x^2-1)-2x(x^3+2x^2)}{(x^2-1)^2}$ و منه $f'(x)=\dfrac{3x^4+4x^3-3x^2-4x-2x^4-4x^3}{(x^2-1)^2}$ اي أن

$f'(x)=\dfrac{x^4-3x^2-4x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{x(x^2-3x-4)}{(x^2-1)^2}$ و منه $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ .... (1)

x	$-\infty$		-1		0		1		α		$+\infty$
اشارة x		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
اشارة $g(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
اشارة $\frac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

$f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

أشارتها من اشارة $x.g(x)$

f متزايدة على المجالات $[\alpha;+\infty[$ و

$]-\infty;-1[$ و $]-1;0]$

و متناقصة على المجالين $]1;\alpha]$ و $[0;1[$ .... (1)

3) حساب نهايات الدالة f : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ و

$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}\left(\dfrac{1}{x^2-1}\right)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\left(\dfrac{1}{x^2-1}\right)=-\infty$ و

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}\left(\dfrac{3}{x^2-1}\right)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}\left(\dfrac{3}{x^2-1}\right)=-\infty$ .... $(1,5)$

و منه $x=1$; $x=-1$ معادلتي المستقيمان المقاربان للمنحنى (C_f) .... $(0,5)+(0,5)$

4) إثبات أن (Δ) : $y=x+2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بما أن

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+2}{x^2-1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=0$

و منه محققة . ... (1)

5) جدول تغيرات الدالة f .... (1)

x	$+\infty$		-1		0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

6) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ): $y=x+2$: .... (1)

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	‖	$+$	‖	$+$	
x^2-1		$+$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
$f(x)-y$		$-$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	

(C_f) يقع فوق (Δ) على المجالين $]-2;-1[$ و $]1;+\infty[$.

و (C_f) يقع تحت (Δ) على المجالين $]-\infty;-2[$ و $]-1;1[$.

التمرين الثاني (8 نقاط)

تعين في كل حالة من الحالات الآتية الاقتراح الوحيد الصحيح مع التبرير

1) حلول المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ يكافئ $y' = -3y$ حلها $y = Ce^{-3x}$ .... $(1,5)$

2) حلول المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 6$ يكافئ $y' = 2y + 6$ حلها $y = Ce^{2x} - 3$ .... $(1,5)$

3) العدد $3 - \ln\left(e^2\right) + e$ يساوي $3 - \ln\left(e^2\right) + e = 3 - 2 + e = 1 + e$ .... $(1,5)$

4) العدد $e^{-3\ln(2)}$ يساوي $e^{-3\ln(2)} = e^{\ln\left(2^{-3}\right)} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ .... $(1,5)$

5) حلول, المعادلة $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ بوضع $t = e^x$ تصبح المعادلة $t^2 - 5t + 6 = 0$ بالمميز $\Delta = 1$ و منه

$t_1 = 3$, $t_2 = 2$ بالعودة الى المتغير الأول $e^x = 2$ or $e^x = 3$ و منه $e^x = e^{\ln 2}$ or $e^x = e^{\ln 3}$ إذن

$x = \ln(2)$ or $x = \ln(3)$ و منه مجموعة الحلول هي $\{\ln(2); \ln(3)\}$ .... (2)