ثانوية المصالحة الوطنية ، بني تامو – البليدة السنة الدّراسية: 2019/218

المستوى: الثّالثة رياضي و تقني رياضي المدّة : ساعتان

اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

التّمرين الأوّل:

I. نعتبر الدّالة العددية f المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ كما يلي : $f(x)=\ln(1+2x)$.

1. أُحسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة f ، ثمّ عيّن جدول تغيّراتها.
3. لتكن الدّالة g المعرّفة على $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x$.

أ. أُدرس تغيّرات الدّالة g ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$: $f'(x)\leq\frac{2}{3}$.

ج. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $\alpha\in[1,2]$.

II. نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي : $\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$.

1. برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0\prec u_n\leq\alpha$.
2. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.
3. استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ، ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

التّمرين الثّاني:

نعتبر المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نضع: $z_0=8$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n: $z_{n+1}=\frac{3-i\sqrt{3}}{4}z_n$.

نرمز A_n النّقطة من المستوي المركّب ذات الّاحقة z_n .

1. تأكّد أنّ : $\frac{3-i\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot e^{-i\frac{\pi}{6}}$.
2. استنتج الكتابة الأسّية للأعداد المركّبة التّالية : z_1 و z_2 و z_3 ، ثمّ تأكّد أنّ العدد المركّب z_3 عدد مركّب تخيّلي بحث ، يُطلب تعيين جزؤه التّخيّلي .
3. أنشيئ النقط A_3, A_2, A_1, A_0 .
4. برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $z_n=8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n\cdot e\frac{-in\pi}{6}$.

5. نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = |z_n|$.

أ. أثبت أنّ متتالية (v_n) هندسيّة ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

ب. أحسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

6. أ. أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $\frac{z_{n+1}+z_n}{z_{n+1}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}i$.

ب. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا : $A_nA_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}OA_{n+1}$.

ج. نعرّف من أجل كلّ عدد طبيعي n المتتالية (l_n) بحيث : $l_n = A_0A_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + ... + A_{n-1}A_n$.

بيّن أنّ المتتالية (l_n) متقاربة ، ثمّ أحسب $\lim_{n\to+\infty} l_n$.

التّمرين الثّالث:

يلعب شخص لعبة حيث يقوم بعدّة جولات .

احتمال أن يخسر في الجولة لأولى هو 0,2 ،

إذا ربح في الجولة الأولى فإنّ احتمال أن يخسر في الجولة الثّانية هو 0,05.

إذا ربح في الجولة الثّانية فإنّ احتمال أن يخسر في الجولة الثّالثة هو 0,1 .

نرمز ب: لحادثة E_1 : "اللاّعب يخسر في الجولة الأولى"

الحادثة E_2 : "اللاّعب يخسر في الجولة الثّانية"

الحادثة E_3 : "اللاّعب يخسر في الجولة الثّالثة".

1. نعرّف المتغيّر العشوائي X الذّي يساوي عدد مرّات التي يخسر اللاّعب فيها خلال الجولات الثلاثة.

أ. شكّل شجرة الإحتمالات .

ب. عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

ج. أحسب احتمال الحوادث التالية: A: " أن يكون اللاّعب قد خسر في جولتين"

B : " أن يكون اللاّعب قد خسر في ثلاث جولات".

د. عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

هـ. أحسب الأمل الرّياضياتي .

و. أحسب التباين ثمّ استنتج الإنحراف المعياري.

2. من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: الحادثة E_n : "الاّعب يخسر الجولة n" ذات الإحتمال P_n

أ. عبّر بدلالة العدد الطبيعي n و P_n ، عن احتمالات الحوادث التالية : $E_{n+1} \cap E_n$ و $\overline{E_n} \cap E_{n+1}$.

ب. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $P_{n+1} = 0,05P_n + 0,05$.

3. نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = P_n - \frac{1}{19}$.

أ. بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب. اُكتب عبارة الحدّ العام w_n بدلالة n ثم استنتج P_n بدلالة n.

ج. أحسب $\lim_{n\to+\infty} P_n$.