الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــمسيلة **ثانوية عبد الله بن مسعود – المسيلة -**

امتحان الفصل الثاني للموسم الدراسي 2018 / 2019

الشعبة: (3 ع ت) **اختبار في مادة الرياضيات** **المـدة: 03 ساعات ونصف**

الموضوع 01

التمرين الأول: (05 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $[1;10]$ بـ: $g(x) = 3 - x + ln(x)$.

أ) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[1;10]$، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α في المجال $[1;10]$، ثم تحقق أن $4{,}50 < \alpha < 4{,}51$.

جـ) استنتج، حسب قيم x، إشارة $g(x)$ على $[1;10]$.

II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

حيث f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالشكل : $f(x) = 3 + lnx$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)، لاحظ أن المنحنى (C_f) هوصورة منحنى الدالة ln بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;3)$.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وحول تقاربها.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $1 \leq u_n < \alpha$.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} - u_n = g(u_n)$ واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

جـ) هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل.

د) استنتج بالضبط نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني :(04 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية : $\left(\overline{Z} - i + \sqrt{3}\right)\left(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4\right) = 0$.

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب، نعتبر النقط A ، B و C و التي لواحقها على الترتيب :

$Z_A = \sqrt{3} + i$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ و $Z_C = -\sqrt{3} - i$. (حيث i هو العدد المركب الذي يحقق : $i^2 = -1$)

أ) أكتب الشكل الأسي لـ Z_A ؛ ثم استنتج الشكل الأسي لـ Z_B و Z_C .

ب) عين Z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3) ليكن التحويل S الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' التي لاحقتها Z' حيث:

$$Z' = \left(1 - i\sqrt{3}\right)Z - \sqrt{3} + 3i$$

- عيّن طبيعة التحويل S محدّدا عناصره المميزة.

4) أ) بيّن أن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقّق: $(Z - Z_A).\left(\overline{Z - Z_A}\right) = Z_C.\overline{Z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) عين (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S ، محدّدا عناصرها المميزة و احسب مساحتها

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 10 كرات منها 5 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراء و صندوق U_2 يحتوي على 4 كرات حمراء و 03 كرات خضراء (الكرات لا نميز بينها باللمس) نقوم بتجربتين :

التجربة الاولى : نسحب عشوائيا وفي آن واحد اربع كرات من الصندوق U_1

نعتبر الحادثة A " من بين الكرات الاربع المسحوبة توجد كرة خضراء فقط "

و نعتبر الحادثة B " من بين الكرات الاربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

بين أن $P(A)=\dfrac{8}{15}$ و $P(B)=\dfrac{19}{70}$

التجربة الثانية : نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق U_2 و كرة من الصندوق U_1

نعتبر الحادثة C "الكرات الثلاث تحمل ألوان العلم الوطني" . بين أن $P(C)=\dfrac{2}{7}$

نرفق بكل كرة بيضاء العدد الطبيعي (n) وبكل كرة حمراء العدد (5+)وبكل كرة خضراء العدد (5-) .

وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الاعداد المسجلة على الكرات المسحوبة في التجربة الثانية

1) عرف قانون الاحتمال للتجربة الثانية بدلالة n .

2) ماهو العدد الذي نرفقه للكرة البيضاء حتى يكون $E(X)=\dfrac{7080}{7}$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=ax+\frac{b}{1+e^{x}}$ حيث $b\ ;\ a$ عددان حقيقيان ثابتان

-أحسب $h'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين $b\ ;\ a$ حيث: $h(1)=\frac{e}{1+e}$ و $h'(0)=\frac{5}{4}$

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-\frac{1}{1+e^{x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $4cm$

1- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)>0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أ)بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y=x$ و $(\Delta_2): y=x-1$ مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f).

ب)أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيمان (Δ_1) و (Δ_2)

4- تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=-1$.ثم فسر النتيجة بيانيا

5- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- أ)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0<\alpha<0.5$

ب)تحقق أن $1+e^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

7- أنشئ كلا من (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f).(نقبل أن المنحني (C_f) يقبل $A(0;-\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف)

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عددحلول المعادلة: $m=\frac{1}{1+e^{x}}$

9 –بين أن $f(x)=x+\dfrac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}$ واستنتج دالة اصلية F لـ f تحقق $F(0)=\ln(2)$.

الموضوع 02

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـــ : $u_0 = 1$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3 + 2}{u_n^2 + 1}$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) .

3) إستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة . ما هي نهايتها ؟ .

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \dfrac{4}{5}(2 - u_n)$.

ب) إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_n \leq (\dfrac{4}{5})^n$ ، ثمّ عيّن نهاية المتتالية (u_n) من جديد

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب Z المعرف بـ: $P(z) = z^3 - 15z^2 + 81z - 175$

أ) أحسب $P(7)$ ثم حلل $P(z)$ إلى جداء عاملين.

ب) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة : $P(z) = 0$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط . A ; B ; C التي لواحقها على الترتيب :

$Z_C = 7$; $Z_B = 4+3i$; $Z_A = 4-3i$

أ) علم النقط A ; B ; C.

ب) تحقق أن : $Z_A - Z_C = i(Z_B - Z_C)$

ج) ما طبيعة المثلث ABC؟

3) ليكن الدوران R الذي مركزه النقطة $\Omega(4;0)$ ويحول النقطة C إلى النقطة B

أ) أكتب العبارة المركبة للدوران R

ب) أوجد Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران R ثم علمها .

ج) ما طبيعة الرباعي $ACBD$ ؟

4) لتكن (Φ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z النقطة من المستوي حيث يكون :

$\dfrac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ تخيليا صرفا جزؤه التخيلي موجب

أ) حدد طبيعة (Φ) و أنشئها .

ب) أنشئ (Γ) صورة (Φ) بالدوران R.

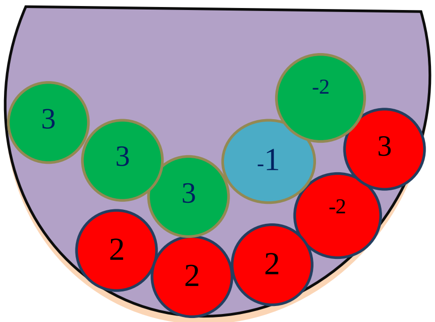
الهـــدية

الرياضيات تعطيكم $[ACBD] \cup (\Phi) \cup (\Gamma)$ **مليئا بالأمل والطموح والنجاح بإذن الله**

التمرين الثالث : (04 نقاط)

كيس به 5 كرات حمراء تحمل الاعداد 2 ،2،2،-2،-3 ، أربع كرات خضراء تحمل الأعداد 3 ، 3 ، 3 ، -2 وكرة زرقاء تحمل العدد 1- .

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .



1 -أحسب احتمال:

أ - الحادثة A الحصول على كرتين من نفس اللون .

ب - الحادثة B الحصول على كرتين من لونين مختلفين .

ج - الحادثة C الحصول على كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا .

د - الحصول على كرتين من لونين مختلفين علما انهما تحملان عددين جداءهما سالبا .

هـ - الحصول على الحادثة $B \cup C$

2 -نعرف من اجل كل سحبة من السحبات السابقة المتغير العشوائي X كما يلي :

- اذا سحبنا كرتين تحملان نفس العدد نرفق لها العدد نفسه .
- اذا سحبنا كرتين تحملان عددين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

- عين قيم المتغير العشوائي X .

عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأوّل : نعتبر الدّالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}$.

1) أحسب نهايات الدالة g عند 0 وَ $+\infty$.

2) أدرس تغيّرات الدالة g و شكل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث : $1,4<\alpha<1,5$.

✓ إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثّاني : f دالة معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-2)\ln x$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهاية الدّالة f عند 0 و عند $+\infty$ ، ثمّ فسّر النهاية عند 0 هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

3) بيّن أنّ : $f(\alpha)=1-\dfrac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ ، ثمّ أعط قيمة مقرّبة لـ $f(\alpha)$ من أجل $\alpha\approx 1,45$.

4) (T_{x_0}) هو المماس لـلمنحني (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 :

أ) أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T_{x_0}) .

ب) عيّن x_0 إذا علمت أنّ المماس (T_{x_0}) يمر بالنقطة $A(2;0)$.

ج) إستنتج أنّ (C_f) يقبل مماسين يمرّان بالنقطة A ، ثمّ أكتب معادلة كل منهما .

5) أرسم كلاّ من المماسين و المنحني (C_f) .

الجزء الثالث : نعتبر المستقيم (d_m) الذي معادلته $y=mx-2m$ ، حيث m وسيط حقيقي .

أ) تحقّق أنّ (d_m) يمر بالنقطة A .

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$.