الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية :زرقاني لحسن — السنة الدراسية :2018ـ2019

الشعبة : علوم تجريبية — المدة 3: ساعات ونصف

إمتحان تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

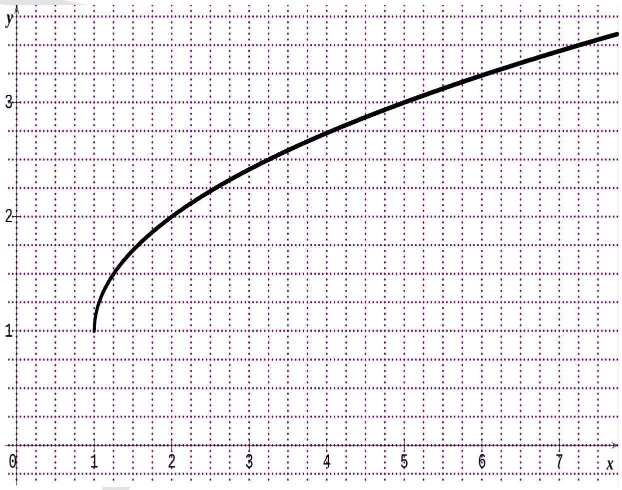
الموضـــــــــــــــــــوع الأول

التمرين الأول : (4نقط)

I.نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي $f(x)=1+\sqrt{x-1}$:

و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول 2cm معطى في الملحق.

II. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.



أ.برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$1 \prec u_n \prec 2$$

ب.باستعمال المنحنى (C) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.علم على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .

ت.ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم بين صحة تخمينك .

ث.استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي:

$$v_n=\ln(u_n-1):$$

أ. برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب. أكتب v_n ثم u_n بدلالة n .إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

ج. أحسب بدلالة n المجموع $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$.

التمرين الثاني :(5نقط)

1) الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط A,B,C وD حيث :

$A(1;0;3)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(0;0;2)$ ، $D(3;4;1)$.

أ) عين العددين الحقيقيين α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(2;\alpha;-\beta)$ ناظمي للمستوي (ABC).

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

أ) نعتبر المستويان (P) و (Q) معادلتاهما على الترتيب $z=2-x$ و $y=2z-2x-4$.

ب) بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان ، وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

جـ) أحسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ).

2) (S) سطح الكرة التي مركزها D و المماسة للمستوي (Q) .

أ) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

ب) جد الطبيعة والعناصر المميزة لمجوعة نقط تقاطع (P) و (S).

3) عين (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$(1+e)\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\|$. (e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

www.mathonemy.net

www.mathsacademy.net

التمرين الثالث : (4نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها $z_A=-1$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=-i$.

1) أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC
2) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C و يحول B إلى A .
3) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى C و النقطة E صورة D بالتشابه المباشر S .

أ) عين Z_D لاحقة D ثم تحقق أن $z_E=1-2i$: حيث z_E لاحقة E .
ب) حدد طبيعة الرباعي $ADEB$.

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z:

$$;arg(z-z_A)-arg(z-z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\epsilon\mathbb{Z}\ \ )\ .$$

تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) و أنشئها .

التمرين الرابع :(7نقط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بـ: $g(x)=(x-1)^2-2\ln(x-1)$:

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1,+\infty[$.

II.نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x-1}{2}+\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$:
و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

-1 أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ، فسر بيانيا النتيجة ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

-2 بين أنه من أجل كل x من $]1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2(x-1)^2}$
استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

-3 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

- بين أنه توجد نقطة وحيدة B يقبل فيها المنحنى (C_f) مماس (Γ) موازيا لـ (Δ) ثم أكتب معادلة المماس (Γ).

-4 بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.34<\alpha<1.35$

-5 أنشئ (Γ) ، (Δ) ، (C_f).

-6 برر وجود دوال أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$ ، ثم عينها .

-7 أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ، المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ و المستقيمين ذوي المعادلة $x=e^{-1}+1$: و $x=2$.

نهاية الموضـــــوع الأول.

الموضــــــــــــــــــوع الثانــــــــــــــــــــي

التمرين الأول:(3.5 نقط)

يحتوي صندوق على 6كرات بيضاء و 3 سوداء ،لانفرق بينها عند اللمس نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد .تعطى النتائج على شكر كسر غير قابل للإختزال .

1. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أ‌-عين قيم المتغير العشوائي X .

ب -عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ،ثم أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

2. نوزع الكرات التسع على ثلاثة أكياس متماثلة U_1 و U_2 و U_3 كمايلي :

كرة بيضاء و كرتين سوداوين للكيس U_1 وكرة سوداء وكرتين بيضاوين للكيس U_2. و 3كرات بيضاء للكيس U_3.

نختار عشوائيا كيس من بين الأكياس الثلاثة ونسحب منه كرتان في آن واحد .نفرض أن الأكياس لها نفس إحتمال الإختيار.

أ)أحسب إحتمال الحادثة : A :" سحب كرتين سوداوين".

ب) أحسب إحتمال الحادثة B :" سحب كرتين بيضاوين".

ج) ماهو إحتمال الحصول كرتين من الكيس U_1 علما أنهما مختلفتي اللون .

التمرين الثاني:(5 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1.عين العددان المركبان α و β بحيث : $\begin{cases} \alpha+2\beta=-8+i \\ \overline{\alpha}-i\overline{\beta}=-2+2i \end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ و $\overline{\beta}$ العددان المرافقان لـ α و β عاى الترتيب.

2.نعتبر النقط A ، B ، C ، H و I لاحقاتها على الترتيب

$z_A=i$ ، $z_B=-2+i$ ، $z_C=-3$ ، $z_H=-3+4i$ ، $z_I=-1-i$.

أ)مثل النقط A ، B ، C ، H و I في المعلم $(O;\vec{u},\vec{v})$.

ب)عين نسبة و قيس زاوية التشابه المباشر S الذي مركزه B و يحول النقطة A إلى النقطة C .

جـ)عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

2) أ)أكتب على الشكل الجبري $\dfrac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$ ،ثم إستنتج أن المستقيمان (AH) و (BC) متعامدان .

ب) بين أن H هي نقطة تلاقي إرتفاعات المثلث ABC .

3) بين أن النقط G ، H و I في إستقامية .

ثم إستنتج وجود تحويل نقطي h يحول G إلى I يطلب تعيين عناصره المميزة .

4) (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z=z_I+\sqrt{5}e^{i\theta}$.

أ)تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (γ) .

ب)بين أن (γ) هي دائرة مركزها I يطلب تعيين نصف قطرها .

جـ) تحقق أن B و C تنتميان إلى الدائرة (γ).ثم إستنتج أن I هي نقطة تلاقي محاور المثلث ABC .

د) عين الطبيعة والعناصر المميزة لـ (γ') صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S .

التمرين الثالث:(4.5نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(-1;0;4)$ ، $B(3;-4;2)$

و I منتصف القطعة $[AB]$.

1)لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $MA^2+MB^2=AB^2$.

أ ـ بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

بـ ـتحقق أن المعادلة الديكارتية لـ (S) هي : $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0$

2) (P) مستوي من الفضاء معادلته : $3x+4y+z-1=0$.

أ ـ عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (P') الذي يشمل A و الموجه بالشعاعين $\vec{u}(-2;1;-4)$ و $\vec{v}(3;2;-1)$.

ثم إستنتج أن المستوي (P') معادلته هي $x-2y-z+5=0$.

بــ بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) ،يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

جـ ـتحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

www.mathsacademy.net

www.mathsacademy.net

3) أ- بين أن المستوي (Q) ذو المعادلة $2x-2y-z+6=0$ هو مماس لـ (S) في النقطة A .

بـ- إستنتج إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و (Q) .

4) حل في $\mathbb{R}^3$ الجملة ذات المجاهيل x ، y و z :
$$\begin{cases} 2x-4y-2z+10=0 \\ 3x+4y+z-1=0 \\ 2x-2y-z+6=0 \end{cases}$$

التمرين الرابع: (7نقط)

الجزء الأول: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+1-\frac{2}{e^x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$

1) أ) تحقق ان من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-\frac{1}{2}x-1+\frac{2e^x}{e^x+1}$.

بـ) إستنتج أن f دالة فردية .

جـ) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$.

بـ) أدرس إتجاه تغير الدالة f .ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[0;+\infty[$: $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

3) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+\frac{1}{2}x-1\right]$ ثم إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته..

بـ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل آخر (Δ') عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

جـ) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$.

4) أنشئ المستقيم (Δ) و (Δ') والمنحنى (C_f).

5) m وسيط حقيقي موجب تماما .ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة:
$$\left[1-\ln(m)\right]\left(e^x+1\right)-2=0$$

6) ليكن λ عدد حقيقي موجب. و $S(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=\lambda$.

أ- عبر عن $S(\lambda)$ بدلالة λ .ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)$.

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\succ 0$.

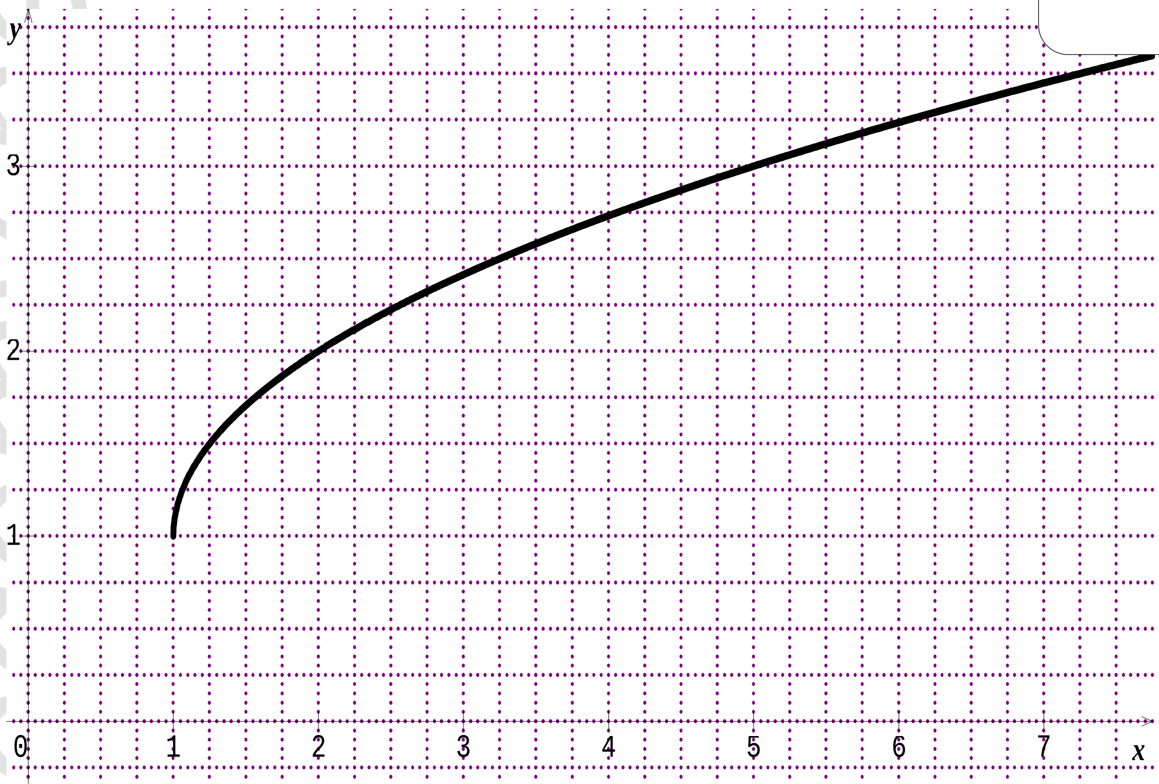
2) أ) تحقق بإستعمال نتيجة السؤال (2-جـ) أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$

بـ) بين أن (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

جـ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$.إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

الإسم :
اللقب:
القسم:

ملاحظة : الرجاء إعادة الملحق للتمرين الأول الموضوع الأول مع ورقة الإجابة



الإسم :
اللقب:
القسم:

ملاحظة : الرجاء إعادة الملحق للتمرين الأول الموضوع الأول مع ورقة الإجابة