وزارة التربية الوطنية — ثانوية أحمد الغازي حي 608 مسكن

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة 2019

الشعبة : علوم تجريبية — اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(-2,-1,3)$ ، $B(1,3,5)$ ، $C\left(2,-\frac{1}{2},-4\right)$ ، $E(1,-1,2)$ و

المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج قيسا بالراديان للزاوية BAC ، ثم استنتج أن النقط A , B و C تعين مستويا .

ب) أوجد العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون الشعاع $\vec{n}(\alpha,\beta,1)$ ناظميا للمستوي (ABC)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

2) لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من المستقيم (Δ) و f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=EM$

أ) أكتب $f(t)$ بدلالة t ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f.

بـ) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة EM أصغر ما يمكن ؟ استنتج المسافة بين E والمستقيم (Δ).

جـ) استنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (Δ).

3) أ) أكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E وتمس المستقيم (Δ).

بـ) أدرس الوضع النسبي للمستوي (ABC) و سطح الكرة (S).

التمرين الثاني: (05 نقط)

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ; B و C التي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=i\,z_A$ و $z_C=\overline{z_A}$. ($\overline{z_A}$ مرافق z_A) .

1) أكتب z_A , z_B على الشكل الجبري .

2) أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z: $\frac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$ ....(E)

بـ) استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بواسطة تشابه مباشر S مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة z_Ω

(حيث z_Ω هي حل المعادلة (E)) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

3) أ) أوجد مركز و نصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC.

بـ) بين أن النقطة H ذات اللاحقة $z_H=-1+3i$ هي مركز الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحويل S ثم عيّن معادلة ديكارتية للدائرة (γ')

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا.

5) أ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث: $z=z_C-k\frac{z_A}{z_C}$ ، k يمسح $\mathbb{R}^+$

ب) عيّن (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى حيث: $\arg\left[\left(\frac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الثالث: (04 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=-\frac{5}{4}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=(u_n+2)^2-2$

1) أ) بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $-2 \prec u_n \prec -1$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(u_n+2)$.

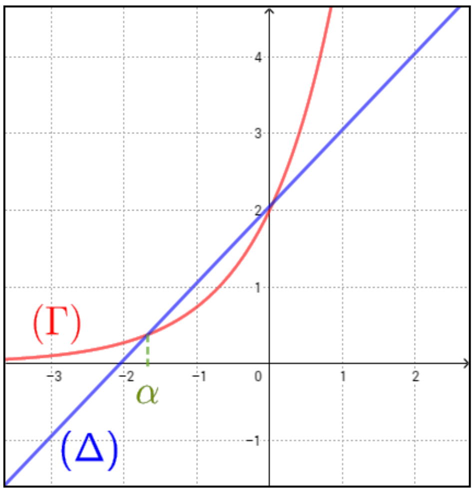
أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول v_0 وأساسها q .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

ب) استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=(u_0+2)\times(u_1+2)\times...\times(u_n+2)$.

التمرين الرابع: (07 نقط)



I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

(Γ) التمثيل البياني للدالة: $x\to 2e^x$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$.

α و 0 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث $-1.6 \prec \alpha \prec -1.5$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$.

2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-2e^x+x+2$

حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$.

ج) عين دون حساب: $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة: $y=2(ex-3)$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ ، أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) .

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلها β حيث: $-2.4 \prec \beta \prec -2.3$

3) أنشئ كل من (D) ، (C_f). نأخذ $f(-3)\approx-22.31$ ، $f(\alpha)\approx4.15$.

4) أ) أوجد العددين الحقيقيين $a;b$ حتى تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ دالة أصلية للدالة $x\to(x+3)e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيها :

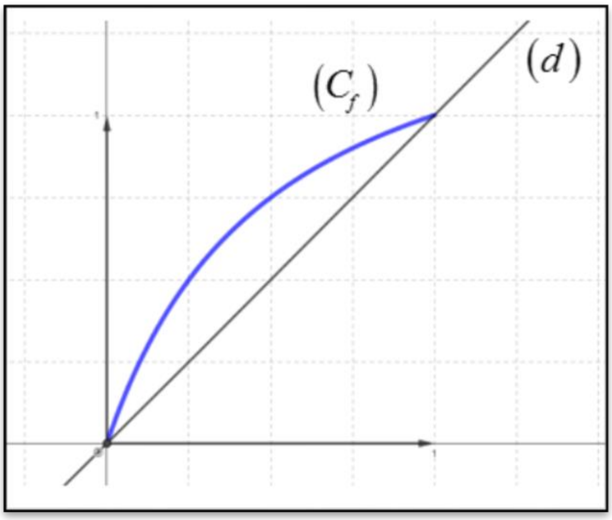
$x=1\ ;\ x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n\succ1)$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقط)

الشكل في الورقة المرفقة هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ بـ: $f(x)=\frac{3x}{2x+1}$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.



1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=\frac{1}{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) مثل على محور الفواصل الحدود $u_3;u_2;u_1;u_0$ للمتتالية (u_n) دون حسابها .مبرزا خطوط التمثيل .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) أ) اثبت من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \prec u_n \prec 1$

بـ) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{1-u_n}{2u_n}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0.

بـ) أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n. ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

4)احسب بدلالة n المجموع S_n والجداء P_n حيث: $S_n=v_0+2\,v_1+2^2\,v_2+..+2^n\,v_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times...\times v_n$.

التمرين الثاني: (04 نقط)

يحتوي صندوق U_1 على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق (علما أن الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس) .

1) أحسب احتمالات الأحداث الآتية : A : " سحب كرتين سوداوين و كرة حمراء ".

B : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون " . C : " سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل " .

2) أ) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الألوان المحصل عليها .

أحسب كلا من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج $P(X=2)$.

ب) اللاعب يدفع $50DA$ قبل إجراء السحب، و يكسب $25\,DA$ لكل لون من الألوان المحصل عليها . هل اللعبة مربحة له ؟

3) نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين و كرة سوداء واحدة .

نضع الكرات الثلاث المسحوبة من الصندوق U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_2 .

أحسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من U_2 بيضاوين علما أن الكرات الثلاث المسحوبة من U_1 لها نفس اللون .

التمرين الثالث: (05 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(E)....\quad z^2+2|z|^2-\frac{3}{4}=0$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2) لتكن A , B و C ثلاث نقط من المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{-1}{2}$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_C=-(z_A+z_B)$.

أ) أكتب كلا من العددين z_A+z_B و z_C على الشكل الأسي . ب) بين أن : $z_A+z_B = z_C{}^{2018}\times(z_A+z_B)^{1439}$.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A وزاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و نسبته $k=2$.

أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S.

ب) أوجد لاحقتا النقطتين B' و C' صورتا النقطتين B و C على الترتيب بالتشابه المباشر S.

4) بين ان المبدأ O هو مركز ثقل المثلث ABC ثم عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$

5) أنشئ النقطة H ذات اللاحقة z_H حيث: $z_H=1+e^{-\frac{\pi}{3}i}$ دون حساب .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=x^2-\ln x^2$

أدرس اتجاه تغير الدالة h ، استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x)>0$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x^2)}{x}-x-\frac{2}{x}\right)$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $2x^2f'(x)=-h(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $-x\in\mathbb{R}^*$ و $f(x)+f(-x)=0$. ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.3;0.4[$.

جـ) استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له .

4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما .

ب) أنشئ (Δ)، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

ج) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$.........(E).

5) لتكن k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $k(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1}-(x+1)-\frac{2}{(x+1)}\right)+2$ ، (C_k) تمثيلها البياني .

بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_k) (الإنشاء غير مطلوب).

6) أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}x^2-\frac{1}{4}\left[\ln(x^2)\right]^2-2\ln|x|\right)$ هي دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}^*$.

بـ) أوجد الدالة الأصلية للدالة f و التي تنعدم من أجل $x=1$.

جـ) λ عدد حقيقي حيث: $\lambda\succ 1$. أحسب التكامل التالي: $A(\lambda)=-\int_1^{\lambda} f(x)dx$ وفسر النتيجة هندسيا . أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيــق ......عن أساتذة المادة ..... رمضان مبارك للجميع ..... العاقبة للنجاح إن شاء الله