الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية البليدة

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي | ثانوية المصالحة الوطنية – بني تامو –

الشعبة : علوم تجريبية | دورة : ماي 2019

إختبار في مادة الرياضيات | المدة : 03 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

**الموضوع الأول**

## التمرين الأول : ( 04 نقاط)

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x}$

وليكن $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ .

**1-** أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم أنشئ المنحنى $(C)$ .

**2-** $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $N$ بـ : $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ- مثل الحدود $u_3;u_2;u_1;u_0$ على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $u_n>1$ .

ت- بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما , ماذا تستنتج ؟

**3-** أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $u_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(u_n-1)$

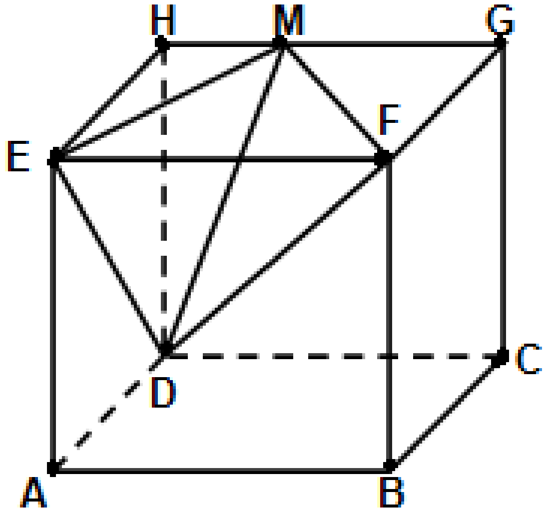
ب – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $u_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)$ .

**4-** لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $N$ كما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1}$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب أساسها و حدها الأول ثم أكتب عبارة $(v_n)$ بدلالة $n$ .

ب- أحسب المجموع $s_n$ بدلالة $n$ حيث : $s_n=\frac{v_0-1}{u_0}+\frac{v_1-1}{u_1}+\frac{v_2-1}{u_2}+...+\frac{v_n-1}{u_n}$

## التمرين الثاني : ( 04 نقاط )




نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ الذي طول حرفه 1 , الممثل في الشكل المقابل :

في كل التمرين نعتبر الفضاء منسوب إلى المعلم $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$

و نرمز بـ $K$ لمرجح الجملة المثقلة $\{(D,1);(F,2)\}$

**I.** **1-** أثبت أن النقطة $K$ احداثياها هي $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ .

2- أثبت أن المستقيمات $(EK)$ و $(DF)$ متعامدان . ثم أحسب المسافة $EK$ .

**II.** لتكن $M$ نقطة من القطعة $[HG]$ ونرمز بـ : $m = HM$ حيث : $m$ عدد حقيقي ينتمي للمجال $[0;1]$

1- برهن أنه من اجل كل $m$ يكون حجم رباعي الوجوه $EMFD$ بوحدة الحجوم مساويا لـ $\frac{1}{6}$ .

2- برهن أن للمستوي $(MFD)$ معادلة ديكارتية من الشكل : $(-1+m)x + y - mz = 0$

3- نرمز بـ $d_m$ لمسافة النقطة $E$ إلى المستوي $(MFD)$.

أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $m$ من المجال $[0;1]$: $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}}$ .

ب- عين وضعية النقطة $M$ على القطعة $[HG]$حيث المسافة $d_m$ تكون أعظمية .

ت- استنتج أنه لما $d_m$ تكون أعظمية فالنقطة $K$ هي المسقط العمودي للنقطة $E$ على المستوي $(MFD)$ .

## التمرين الثالث : ( 05 نقاط)

**I.** نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $C$ المعادلة ذات المجهول $z$ :

$(E)...\bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0$ $\bar{z}$ هو مرافق العدد المركب $z$ .

أ- بين أن المعادلة $(E)$ تكافئ المعادلة : $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$ .

ب- حل في $C$ المعادلة $(E)$.

**II.** في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ , نعتبر النقط $C, B, A$ و $D$ لواحقها على الترتيب : $z_A = -1$ , $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ , $z_C = \overline{z_B}$ , $z_D = 3$ .

1- أ- عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

ب-أنشئ النقاط $C;B;A$ و $D$ .

ت- عين طبيعة المثلث $ABC$ .

2- أ - أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي , ثم استنتج أن النقطة $A$ صورة $D$ بتحويل نقطي $f$ يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

ب- بين أن النقط $B, A$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة $(C)$ يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

ت-أوجد صورة الدائرة $(C)$بالتحويل النقطي $f$ .

3- $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي لاحقتها $z$ تحقق : $z + 1 = 2\sqrt{3}.k.\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث $k$ عدد حقيقي موجب .

- أوجد طبيعة و العناصر المميزة للمجموعة $(\Gamma)$.

4- أ- عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ بحيث يكون : $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .

ب- عين $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق :

$$(E): \left\| -\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM} \right\| \le 2\left\| \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} \right\|$$

ت-استنتج مجموعة نقط تقاطع $(E)$ و $(\Gamma)$.

## التمرين الرابع : (07 نقاط )

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x}{x+1}-\ln(x+1)$ .

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.( وحدة الطول $2cm$ ).

**-1** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ .

**-2** أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{1-x}{(x+1)^2}$ .

ب - أدرس اتجاه تغيرات الدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها .

**-3** أكتب معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

**-4** أ- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

ب-بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $3,9<\alpha<4$ .

ت-أرسم $(T)$و المنحنى $(C_f)$.

**-5** ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ , عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x-3m$ .

**-6** $F$ دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x)=(-3-x)\ln(x+1)+3x$ .

أ- بين أن $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ .

ب- لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\alpha$ .

- بين أن $A(\alpha)=4\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)cm^2$ ثم أوجد حصرا لـ $A(\alpha)$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقاط )

نعتبر المتتاليتان $(u_n)$ و $(v_n)$ المعرفتين بـ :

$u_0 = 2$ و من أجل كل $n \in N$ : $v_n = \dfrac{2}{u_n}$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$

1- برهن أن المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ محدودتان من الأعلى بـ **2** و من الأسفل بـ **1** .

2- أ- تحقق أن من أجل كل $n \in N$ : $v_{n+1} = \dfrac{2u_n v_n}{u_n + v_n}$

ب- برهن أن من أجل كل $n \in N$ : $u_{n+1} - v_{n+1} = \dfrac{(u_n - v_n)^2}{2(u_n + v_n)}$ .....$(1)$

3- برهن بالتراجع أن من أجل كل $n \in N$ : $u_n \geq v_n$

4- برهن أن $(u_n)$ متناقصة و $(v_n)$ متزايدة .

5- برهن أن من أجل كل $n \in N$ : $u_n - v_n \leq 1$ , و استنتج أن : $(u_n - v_n)^2 \leq (u_n - v_n)$...... $(2)$

6- برهن أن : $u_{n+1} - v_{n+1} \leq \dfrac{1}{4}(u_n - v_n)$ ( يمكنك استعمال العلاقات $(1)$ و $(2)$ ).

7- برهن أن من أجل كل $n \in N$ : $0 \leq u_n - v_n \leq \dfrac{1}{4^n}$

8- استنتج أن المتتاليتان $(u_n)$ و $(v_n)$ متجاورتان .

### التمرين الثاني : (04 نقاط )

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها .

- يملك المربي الأول **200** طير , بين اليوم الأول و الشهر الأول , 40 من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 140 تصبح ملونة و 20 تبقى بيضاء .
- يملك المربي الثاني **180** طير ,بين اليوم الأول و الشهر الأول , 9 من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و 153 تصبح ملونة و البقية تبقى بيضاء .

نرمز بـ $M$ : الطيور لا تبقى على قيد الحياة .

$C$ :الطيور لا تصبح ملونة .

$B$ :الطيور تبقى بيضاء .

بائع طيور اشترى أفراخ طيور عمرها يوم واحد : 140 من المربي الأول و 54 من المربي الثاني .

1- يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع , أي عمره يومان .

أ- بين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو 0,839 .

ب- عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر .

ت- علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر , ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول ؟

2- يختار شخص عشوائيا بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع . ما احتمال أن تبقى بعد شهر , ثلاثة فقط على قيد الحياة ؟

3- يقرر بائع الطيور الإحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر , حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300DA$ على كل طائر ملون و $50DA$ على كل طائر أبيض و يخسر $10DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة . نسمي $X$ المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه .

- عين قانون الاحتمال لـ $X$ و أمله الرياضي .

## التمرين الثالث: (05 نقاط )

1- عين العددين المركبين $Z_1$ و $Z_2$ بحيث : $\begin{cases} Z_1 + Z_2 = -1 \\ Z_1.Z_2 = 1 \end{cases}$ حيث $Z_1$ الذي جزؤه التخيلي سالب .

2- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط $A$ و $B$ و $M$ ذات اللواحق : $Z_A = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $Z_B = \overline{Z_A}$ و $Z$ .

أ- أحسب $Z_A$ على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي $Z_B$ .

ب- عين $\left(E\right)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق :

$$Arg\left(Z - Z_A\right)^2 = Arg\left(Z_A\right) - Arg\left(Z_B\right)$$

3- $S$ تحويل نقطي يحول $M\left(Z\right)$ إلى $M'\left(Z'\right)$ بحيث : $Z' - i = 2e^{\frac{\pi}{3}i}\left(Z - i\right)$

أ- حدد طبيعة و عناصر $S$ .

ب- $T$ تحويل نقطي معرف بـ : $T = \underbrace{SoSoSo...oS}_{n \text{ مرة}}$

عين طبيعة وعناصر $T$

ت- عين العدد الطبيعي $n$ حتى تكون النقط $M$ و $M'$ و $W$ على استقامية حيث $W$ مركز $S$ .

4- لكن النقط $C$ و $D$ و $E$ بحيث : $S\left(O\right) = C$ و $S\left(C\right) = D$ و $S\left(D\right) = E$

أ- بين أن النقط $O$ و $W$ و $E$ على استقامية .

ب- عين $\left(E'\right)$ مجموعة النقط $M$ بحيث : $Z = 2e^{\theta i} + i$

ت- ثم اوجد صورة $\left(E\right)$ بالتحويل $S$ .

## التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $R$ بـ: $f\left(x\right) = \left(3 + x\right)e^{\frac{-x}{2}}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ . ( الوحدة $2cm$ ) .

1- أ- أحسب نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ .

ب-أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ على $R$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ- بين أن المعادلة $f\left(x\right) = 3$ تقبل حلين في $R$ أحدهما معدوم و الثاني $\alpha$ حيث : $-2 < \alpha < \frac{-3}{2}$ .

ب-أرسم $\left(C_f\right)$ .

ت- $m$ عدد حقيقي موجب تماما. أوجد قيم $m$ التي من أجلها المعادلة $f\left(x\right)=m$ لا تقبل حلولا في $R$ .

3- باستعمال المكاملة بالتجزئة , أحسب $I=\int_{-3}^{0} xe^{-\frac{x}{2}}dx$ ثم استنتج بوحدة المساحة مساحة الحيز المستوي المعرف بمجموعة النقط $M\left(x;y\right)$ حيث : $0\le y\le f\left(x\right)$ و $-3\le x\le 0$ .

4- نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $R$ بـ : $g\left(x\right)=3e^{\frac{x}{2}}-3$

أ- بين أن المعادلة $f\left(x\right)=3$ تكافئ $g\left(x\right)=x$ .

ب- أدرس إتجاه تغير الدالتين $g'$ و $g$ على $R$ . ($g'$ المشتقة الأولى للدالة $g$) .

ت- بين أن : $g'\left(\alpha\right)=\dfrac{\alpha+3}{2}$ .

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $\left[-2;\alpha\right]$ :

أ- $g\left(x\right)$ تنتمي إلى المجال $\left[-2;\alpha\right]$.

ب- $\dfrac{1}{2}\le g'\left(x\right)\le\dfrac{3}{4}$

6- باستعمال خواص التكامل , بين أنه من أجل كل $x$ من $\left[-2;\alpha\right]$ :

$$0\le\frac{1}{2}\left(\alpha-x\right)\le g\left(\alpha\right)-g\left(x\right)\le\frac{3}{4}\left(\alpha-x\right)$$

انتهى الموضوع الثاني