سلسلة تمارين رقم : 02

حول

الإستمرار و الإشتقاق

دراسة دوال عددية

تمرين 01 :

f دالة معرفة على R بـ $f(x)=x^3-3x-3$.

- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[2;3]$

تمرين 02 :

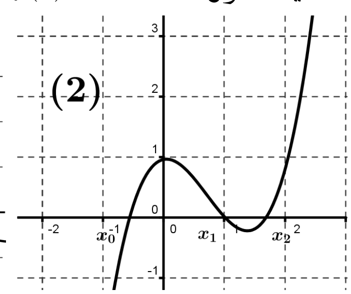
لتكن f دالة مستمرة على المجال $]-3;+\infty[$ و جدل تغيراتها هو التالي :

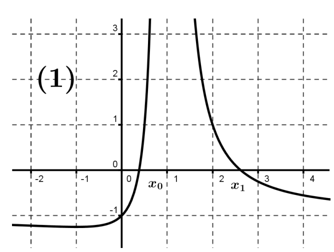
x	-3	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-2 ↗	4 ↘	2

بين أن (C_f) منحنى الدالة f يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب إعطاء حصرا لفاصلتيهما ، ثم عين إشارة $f(x)$.

تمرين 03 :

- عين حلول المعادلة $f(x)=0$ و إستنتج إشارة $f(x)$.





تمرين 04 :

أدرس قابلية إشتقاق الدوال التالية عند القيمة a مفسرا النتيجة بيانيا في كل حالة :

$f(x)=\sqrt{x-2};a=2(2)$ ؛ $f(x)=(x^2-2x+3)^2;a=1(1)$

$f(x)=|x-1|+\dfrac{2}{x};a=1(4)$ ؛ $f(x)=\dfrac{1}{x}+\sqrt{x};a=1(3)$

$f(x)=x|x-1|;a=1(6)$ ؛ $f(x)=3x+|x^2-4|;a=-2(5)$

تمرين 05 :

1) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 حيث $f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}$.

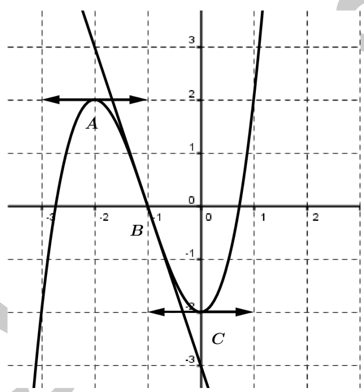
2) أكتب معادلة المماسات للمنحنى (C_f) التي ميلها 2 حيث : $f(x)=x^3-\dfrac{7}{2}x^2+2x+1$.

3) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) الذي يشمل النقطة $A(1;-2)$ حيث : $f(x)=x^2-2x+1$.

4) أكتب معادلة المماسات للمنحنى (C_f) التي توازي المستقيم ذو المعادلة $y=-6x$ حيث: $f(x)=2x^3-6x+1$.

تمرين 06 :

المنحنى (C_f) التالي هو لدالة f قابلة للإشتقاق على مجموعة تعريفها



1) بقراءة بيانية عين العدد المشتق عند كل من 0 ؛ -2 و -1 .

2) إستنتج معادلات المماسات للمنحنى (C_f) عند A ؛ B و C .

تمرين 07 :

أحسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالية :

$f_1(x)=x^3(x^2+1)^4$ ؛ $f_2(x)=\dfrac{x^4(x-1)^2}{(x^2+1)^3}$ ؛

$f_3(x)=cos(x^2+1)$ ؛ $f_4(t)=\dfrac{2t+1}{\sqrt{t^2+t+2}}$ ؛

$f_5(x)=(x+\sqrt{x^2+1})^2$ ؛ $f_6(x)=x^2+\dfrac{x^2}{(x-1)^3}$.

تمرين 08 :

أدرس أشارة $f'(x)$ و إستنتج تغيرات f في كل حالة:

$f_1'(x)=x^2-1$ ؛ $f_2'(x)=\dfrac{3x-6}{x^2}$ ؛ $f_3'(x)=\dfrac{-x^2+5x+6}{(x-1)^2}$ ؛

$f_4'(x)=\dfrac{5x(x^2+1)}{x^2}$ ؛ $f_5'(x)=2+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ ؛ $f_6'(x)=\sqrt{x}-2$ ؛

$f_7'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$ ؛ $f_8'(x)=\dfrac{x^3-2x^2}{(x-1)^3}$ ؛ $f_9'(x)=\dfrac{-3x(x^2-4)}{x^3}$

؛ $f_{10}'(x)=1-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

تمرين 09 :

f دالة معرفة على R بـ: $f(x) = x^3 + ax^2 + b$.

– حدد العددين a و b علما أن المستقيم الذي معادلته $y = x - 2$ هو مماس لمنحني الدالة f في النقطة ذات الفاصلة 1 .

تمرين 10 :

f دالة معرفة على R^* بـ: $f(x) = ax + b + \dfrac{8}{x}$.

– حدد العددين a و b علما أن منحني الدالة f يمر من النقطة $A(-2;6)$ و يقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

تمرين 11 :

f دالة معرفة بجدول تغيراتها

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	||	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗ 0	↗ 2

أدرس تغيرات الدالة g على المجال I في كل حالة مما يلي :

1) $g(x) = f(2x-1)$ ‏ $I =]-\infty;1[$.
2) $g(x) = f(-x+2)$ ‏ $I =]1;+\infty[$.
3) $g(x) = f(x^2)$ ‏ $I = [-2;-1[$.
4) $g(x) = f(\dfrac{1}{x})$ ‏ $I = [\dfrac{1}{2};1[$.
5) $g(x) = \sqrt{f(x)}$ ‏ $I =]-\infty;0] \cup [2;+\infty[$.
6) $g(x) = (f(x))^2$ ‏ $I = R - \{1\}$.

تمرين 12 :

f دالة معرفة على $R - \{2\}$ بـ: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$.

1) عين الأعداد a ، b و c بحيث يكون لـ (C_f) مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ معادلته $y = x - 3$ و يقبل ذروة عند النقطة التي فاصلتها 3 .

2) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما -3 ، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 و معادلتي المماسين .

4) أرسم بدقة المماسين (D_1) ، (D_2) ثم المقاربات ثم (C_f) .

5) (Δ) مستقيم معرف بـ: $y = -3x + m$.

أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع (C_f) و (Δ)

تمرين 13 :

f دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها .
جدول تغيراتها كالآتي :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0 $-$	|| $-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-4 ↘	$-\infty$ || $+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ ، حيث a ، b و c أعداد حقيقية .

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a ، b و c .
2) إعتمادا على جدول التغيرات :
أ) عين الأعداد a و c .
ب)عين نهايات الدالة f عند -1 و فسر النتيجة هندسيا .
3) نأخذ فيما يلي : $a = 1$ ، $b = -1$ و $c = 1$.

و ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ)بين أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته .
ب) أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
ج) بين أن النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحني (C) .
د) أرسم المستقيم (Δ) و المنحني (C) .

تمرين 14 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{-x^2 - 3x - 3}{x+2}$.
و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
2. أحسب نهاية f عند -2 و فسر النتيجة هندسيا .
3. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x \neq -2$: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$.
4. بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
5. حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .
6. أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
7. عين إحداثيات النقطة S نقطة تقاطع المستقيمات المقاربة ، ثم بين أن S مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
8. أنشىء المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .

تمرين 15 :

g دالة عددية معرفة بـ: $g(x)=\dfrac{-2x^3+ax^2+bx+c}{(x-1)^2}$

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يقبل منحنى الدالة g النقطة $A(0;2)$ كذروة و $g(2)=-2$.

ب) نعتبر الدالة f حيث : $f(x)=\dfrac{-2x^3+5x^2-4x+2}{x^2-2x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. عين الأعداد الحقيقية α ، β و γ بحيث من أجل كل x من $R-\{1\}$: $f(x)=\alpha x+\beta+\dfrac{\gamma}{(x-1)^2}$
2. أحسب نهايات f عند أطراف D_f و إستنتج المستقيمات المقاربة.
3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها λ حيث : $\dfrac{3}{2}<\lambda<2$.
4. أنشىء المنحنى (C_f) .
5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$.

تمرين 16 :

نعتبر الدالة المعرفة على $R-\{3\}$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-3} & x\in]1;3[\cup]3;+\infty[\\[2mm] x^2-3x+2 & x\in]-\infty;1]\end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. أدرس إستمرارية f عند 1 .
3. هل الدالة f تقبل الإشتقاق عند 1 ؟ فسر النتيجة هندسيا.
4. أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
5. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $]1;3[\cup]3;+\infty[$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$.
6. إستنتج معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ) بجوار $+\infty$.
7. حدد وضعية (C_f) بالنسبة ألى (Δ) في $]1;3[\cup]3;+\infty[$.
8. أرسم (Δ) و (C_f) .

تمرين 17

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;-3[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+2x-3}$. و (Γ) تمثيلها البياني .

1. أدرس نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
2. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن المنحنى (Γ) يقبل المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر.
4. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x-1)]$.
5. إستنتج أن (Γ) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما.
6. حدد وضعية (Γ) بالنسبة إلى (Δ) و (Δ') .
7. أرسم كلامن (Δ) و (Δ') و المنحنى (Γ) .

تمرين 18 :

f دالة معرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب نهاية f عند -1 و 1 و فسر النتيجة بيانيا.
2. أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
3. عين الأعداد a ، b و c بحيث من أجل كل x من $R-\{-1;1\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{cx}{x^2-1}$.
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو ا معادلة $y=x+1$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
5. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .
6. أحسب $f(-x)+f(x)$. ثم فسر ذلك بيانيا .
7. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-1;1[$ ثم تحقق أن : $0,7<\alpha<0,8$.
8. أنشىء في معلم متعامد و متجانس (Δ) و (C_f) .
9. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $x^3+(1-m)x^2+m-1=0$.

تمرين 19 :

I/ نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=2x^3-3x^2-1$$

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $1,6$ و $1,7$
3. إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$

II/ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب نهاية f عند -1 و عند $+\infty$ و فسر النتيجتين هندسيا .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$.
3. إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
4. عين معادلة لـ (Δ) مماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
5. أرسم (Δ) و (C_f) .

تمرين 20 :

لتكن f دالة معرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{ax^3+x^2+b}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامدو المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) عين العددين a و b حتى يكون المستقيم ذو المعادلة $-4x+9y-25=0$ مماسا لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

ب) بين أنه من أجل كل x من D_f : $f(x)=x+1+\dfrac{x}{x^2-1}$

ج) 1. بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2. أثبت أن f تقبل الإشتقاق على D_f و أحسب $f'(x)$.
3. إستنتج إتجاه تغير الدالة f .
4. أحسب نهايات f عند أطراف D_f .
5. شكل جدول تغيرات الدالة f .
6. أثبت أن (C_f) يقبلمستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) .
7. أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]\frac{1}{2};\frac{4}{5}[$.
8. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
9. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (T) ، فسر النتيجة هندسيا.
10. أرسم المنحنى (C_f) .

تمرين 21 :

I/ نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=x^3+3x+8$.

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في R حيث $-1,52<\alpha<-1,51$
3. إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على R

I/ نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها

1. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
2. بين أن $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ، إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أدرس تغيرات الدالت f و شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل .
6. أرسم (Δ) و (C_f) .

تمرين 22

I/ نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=\dfrac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$.

– عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يقبل منحنى الدالة g مماسا في النقطة $I(0;3)$ معادلته $y=4x+3$.

I/ نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=\dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. عين العددان α و β بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta}{x^2+1}$.
2. أحسب نهاية f عند أطراف D_f و فسر النتيجة بيانيا .
3. أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة $I(0;3)$.
5. حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .
– مادا تستنتج ؟
6. بين أن النقطة I مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
7. أرسم (T) و (C_f) .

تمرين 23 :

نعتبر الدالة المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+4|x-1|}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .
2. أدرس إستمرارية الدالة f عند 1 .
3. أدرس قابلية الإشتقاق للدالة f عند 1 ، و فسر النتيجة هندسيا .
4. أدرس تغيرات الدالة f .
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين ، يطلب تعيين معادلتيهما .
6. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .
7. أرسم (C_f) .

تمرين 24 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ:

$$f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني.

1. بين أنه من أجل كل x من $R-\{-1\}$:

$$f'(x)=\frac{2(x+1)(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^4}$$

2. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
3. عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
4. بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحدة فاصلتها α حيث : $\frac{-1}{4}<\alpha<\frac{-3}{8}$.
5. أكتب معادلة لماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
6. أرسم (C_f) .
7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$.

تمرين 25 :

I/ نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{x^2+6x+4}{2x^2+8x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
3. عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
4. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -2 .
5. حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
6. بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .
7. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة ألى المستقيم ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}$.
8. أرسم (T) ثم (C_f) .
9. m وسيط حقيقي ، ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$(2m-1)x^2+2(4m-3)x-4=0$$

II/ لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=\frac{x^2+6x+4}{2|x^2+4x|}$ و (C_g) تمثيلها

1. أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .
2. إستنتج جدول تغيرات الدالة g دون دراستها .
3. أنشىء المنحنى (C_g) في المعلم السابق.

تمرين 26

I/ نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{2x-7}{x^2-2x-3}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
3. عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
4. أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .
5. أرسم (C_f) .
6. m وسيط حقيقي ، (d_m) مستقيم معادلته $y=\frac{m}{2}(2x-7)$.

− ناقش حسب قيم الوسيط m عدد نقط تقاطع (C_f) مع (d_m) .

I/ نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=\frac{2|x|-7}{x^2-2|x|-3}$ و (C_g) تمثيلها البياني.

1. بين أن g دالة زوجية .
2. أرسم (C_g) بإستعمال (C_f) .

تمرين 27 :

f دالة معرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=|x+1|+\frac{x}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أكتب عبارة f دون رمز القيمة المطلقة .
2. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن المستقيمين $(D)\ :\ y=x+1$ و $D'\ :\ y=-x-1$ مقاربين للمنحنى (C_f) .
4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) على المجال $]1;+\infty[$ و أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D') على المجال $]-\infty;-1[$.
5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال : $]-1;1[$ و عين حصرا لـ α سعته 10^{-1} .
6. أنشىء (D) ، (D') و المنحنى (C_f) .

تمرين 28 :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$$

1) أ) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

ب) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) ـ أ) عين الأعداد الحقيقية c,b,a و d بحيث يكون من أجل كل $x\neq 1$: $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{(x-1)^2}$.

ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x-2$ ؟ برر .

ب) حدد وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة لـ (d) ، ولتكن A نقطة تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ و (d) .

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty;1[$ ، تحقق أن : $\alpha\in]0,5;0,75[$.

4) عين معادلة للمماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والذي معامل توجيهه 1

5) أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و (d) والمماس (Δ) . (تأخذ وحدة الطول $2cm$) .

6) ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة : $(m+2)x^2-(2m+7)x+m+4=0$.

7) ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة : $x^3-4x^2+8x=(m+1)(x-1)^2+4$.

8) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $g(x)=|f(x)|$.

* إشرح كيفية إنشاء $(\mathcal{C}_g)$ إنطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ ، ثم أنشيء $(\mathcal{C}_g)$ في نفس المعلم السابق .

9) k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $k(x)=\frac{|x|^3-4x^2+8|x|-4}{(|x|-1)^2}$.

أ) أثبت أن الدالة k زوجية .

ب) إشرح كيفية استنتاج $(\mathcal{C}_k)$ إنطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ ، ثم أنشيء $(\mathcal{C}_k)$ في نفس المعلم السابق .

10) φ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $\varphi(x)=-f(-x)$.

* إستنتج تحويلا نقطيا بسيطا يحول $(\mathcal{C}_f)$ إلى $(\mathcal{C}_\varphi)$ (أي $(\mathcal{C}_\varphi)$ هو صورة $(\mathcal{C}_f)$ بهذا التحويل) ، ثم أنشيء $(\mathcal{C}_\varphi)$ في نفس المعلم السابق .

11) ψ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $\psi(x)=-f(x)$.

* إستنتج تحويلا نقطيا بسيطا يحول $(\mathcal{C}_f)$ إلى $(\mathcal{C}_\psi)$ (أي $(\mathcal{C}_\psi)$ هو صورة $(\mathcal{C}_f)$ بهذا التحويل) ، ثم أنشيء $(\mathcal{C}_\psi)$ في نفس المعلم السابق .

تمرين 29 :

I/ f دالة معرفة على $R-\{\frac{-1}{2}\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-2x-1}{2x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا يوازي محور التراتيب يطلب إعطاء معادلته .
3. أحسب $f(2)$ ، $f(-2)$ و $f(-1)$.
4. عين إحداثيات تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .
5. أكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة : $A(-1;0)$.
6. أكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة : $B(0;-1)$.
7. أرسم (C_f) .

II/ $g(x)$ دالة معرفة على $R-\{\frac{-1}{2}\}$ بـ: $g(x)=|\dfrac{x^3-2x-1}{2x+1}|$.

1. أدرس إستمرارية الدالة g عند (-1) .
2. هل الدالة g قابلة للإشتقاق عند (-1) ؟
3. إستنتج (C_g) منحنى الدالة g إنطلاقا من (C_f) .

تمرين 30 :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-4x+8}{x^2-4x+5}$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) عين إحداثيي النقطة A نقطة تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع حامل محور الفواصل .

ب) بين أن A مركز تناظر لـ $(\mathcal{C}_f)$.

ج) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة A .

د) أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

و) أنشيء (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

3) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $mx^2-4(m-1)x+5m-8=0$.

4) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{-4|x|+8}{x^2-4|x|+5}$.

أ) بين أن الدالة g زوجية .

ب) أنشيء $(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g في المعلم السابق .

5) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=|f(x)|$ ، وليكن $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني .

* بين كيف يستنتج $(\mathcal{C}_h)$ إنطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ ثم أنشئه في نفس المعلم السابق .

تمرين 31 :

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-x^3+6x^2-13x+8$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارتها .

2) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ :

$$f(x)=-x+1+\frac{x-1}{(x-2)^2}$$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

أ) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^3}$$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم أكمل دراسة تغيرات الدالة f .

3) بين أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') ، حيث (Δ) هو المستقيم المقارب المائل .

4) أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) .

5) أكتب معادلة لـ (d) مماس $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أحسب $f(3)$ ، ثم أنشيء $(\mathcal{C}_f)$ و (d) .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$.

تمرين 32 :

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي

$$f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ منحناها البياني .

1) أ) بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x-1$ هو مستقيم مقارب للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإن

$$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\leq 1$$

ج) استنتج وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة لـ (d) على المجال $]1;+\infty[$.

2) أحسب : $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to1}}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) لتكن الدالة g المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=x^2\sqrt{x^2-1}-2$$

أ) أحسب $g(\sqrt{2})$ ، ثم بين أن g متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

ب) استنتج مما سبق إشارة g على المجال $]1;+\infty[$.

4) أ) أحسب $f'(x)$ ، ثم بين أن $g(x)$ و $f'(x)$ لهما نفس الإشارة على المجال $]1;+\infty[$.

ب) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها ، ثم أنشـيء $(\mathcal{C}_f)$.

تمرين 33 :

I) لنعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^3+x^2-1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]\frac{1}{2};1[$ يطلب تعيين حصر له سعته $0,1$.

3) حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) لنعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2+1}{3x}$.

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $3cm$) .

1) أحسب نهايات الدالة f على أطراف مجموعة تعريفها .

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ أن إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

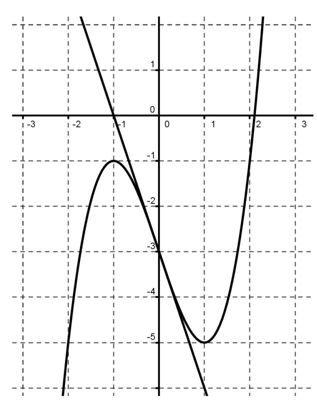
3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{\alpha}{6}+\dfrac{1}{2\alpha}$ ، ثم استنتج باستعمال حصر α حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) بأخذ $(\alpha\approx\dfrac{2}{3})$ ، أنشيء $(\mathcal{C}_f)$.

تمرين 34 :

I) المنحني $(\mathcal{C})$ المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=ax^3+bx+c$.



1) من البيان عين : $g(0)$ ، $g(1)$ ، $g(-1)$ ، $g'(0)$ ، $g'(1)$ و $g'(-1)$ ثـم عين الأعداد a ، b و c .

2) شكل جدول تغيرات g .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]2;\frac{5}{2}[$ ، ثـم عين حصرا لـ α سعته 0.125 .

4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

5) استنتج جداول تغيرات كلا من h ، k و φ حيث : $h(x)=[g(x)]^2$ و $k(x)=\dfrac{1}{g(x)}$ و $\varphi(x)=g(x^2)$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}+1$ ، وليكن (Γ) تمثيلها البياني في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

3) أحسب نهايات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن $f(\alpha)=3\alpha+1$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (Γ) ، ثم أدرس وضعية (Γ) بالنسبة لـ (Δ) .

6) أرسم (Γ)

تمرين 35 :

f دالة معرفة على R بـ: $f(x)=2\sqrt{1+x^2}-x$

1. أدرس تغيرات الدالة f .

2. بين أن المستقيمين $(D_1): y=x$ و $(D_2): y=-3x$ مقاربين لـ (C_f) منحنى الدالة f بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

3. أرسم (D_1) ، (D_2) و (C_f) .

تمرين 36 : (بكالوريا 2009 رياضيات)

f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$

$(\mathcal{C}_f)$ منحنى f في مستوي منسوب إلى م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أ) بين أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) حيث $(D): y=x$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (D) .

3) ـ أ) بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $1,3<x_0<1,4$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماس لـ $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع محور التراتيب .

ج) أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) في نفس المعلم .

4) g دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|f(x)|$ ،

وليكن $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ) بين كيف يمكن إنشاء $(\mathcal{C}_g)$ إنطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ ثم أرسمه .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = m^2$.

تمرين 37 : (بكالوريا 2010 ت ر)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن f فردية .

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

3) أدرس تغيرات الدالة f .

4) أكتب معادلة المماس (T) لـ $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة لـ (T) ، و استنتج أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .

6) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب لـ $(\mathcal{C}_f)$ في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر .

7) أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و (D) و (D') في المعلم السابق .

8) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = |x|\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

أ) بين أن g زوجية .

ب) إنطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ أرسم $(\mathcal{C}_g)$ في المعلم السابق .

تمرين 38 :

f دالة معرفة على $D_f =]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني .

1. هل f قابلة للإشتقاق عند العددين 0 و 2 و فسر النتيجة هندسيا

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. بين أن المستقيمين $(D_1) : y = x - 1$ و $(D_2) : y = -x + 1$ مقاربين لـ (C_f) منحنى الدالة f بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

4. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر لـ (C_f) .

5. أرسم (D_1) ، (D_2) و (C_f) .

تمرين 39 :

f دالة معرفة على R بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 2|x-1|}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1. أكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

2. أدرس إستمرارية f و قابلية إشتقاقها عند 1 و فسر النتيجة هندسيا .

3. أحسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.

4. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5. $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x+1)]$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (-x+1)]$ و فسر النتيجتين هندسيا.

6. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين $(D_1) : y = x + 1$ و $(D_2) : y = -x + 1$.

5. أرسم (D_1) ، (D_2) و (C_f) .


المرء يعرف في الأنام بفعله
وخصائل المرء الكريم كأصله
إصبر على حلو الزمان ومره
واعلم بأن الله بالغ أمره ..
لا تستغيب فتستغاب ، وربما
من قال شيئا ، قيل فيه بمثله
وتجنب الفحشاء لا تنطق بها
ما دمت في جد الكلام وهزله
وإذا الصديق أسى عليك بجهله
فاصفح لأجل الود ليس لأجله
كم عالم متفضل ، قد سبه .!
من لا يساوي غرزة في نعله !
البحر تعلو فوقه جيف الفلا ..
والدر مطمور بأسفل رمله ،
واعجب لعصفور يزاحم باشقا
إلا لطيشته .. وخفة ، عقله !
إياك تجني سكرا من حنظل ،
فالشيء يرجع بالمذاق لأصله
في الجو مكتوب على صحف الهوى
من يعمل المعروف يجز بمثله

هدك