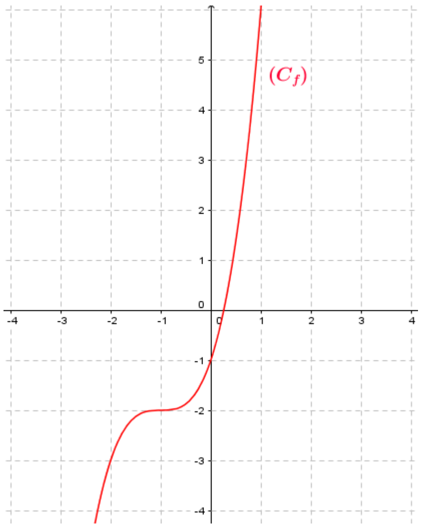
التمرين 1 (بكالوريا 2008 ع ت) :
45 دقيقة

المنحنَى $(\mathcal{C})$ المقَابل هو التمثيل البيَاني لِلدَالة العدِدية g المعرفة علَى المجَال $I=]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1.1 بقرَاءة بيَانية شكل جدول تغيرَات الدَالة g ، وحدِد $g(0)$ و إشَارة $g(0,5)$

2.1 علِل وجود عدِد حقيقي $\alpha \in]0;0,5[$ ويحقق $g(\alpha)=0$

3.1 استنتج إشَارة $g(x)$ علَى I

2 f دَالة معرفة علَى المجَال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

و (Γ) تمثيلهَا البيَاني

1.2 تحقق أنه من أجل كل $x\in I$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

2.2 عين دون حسَاب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، وفسر النتيجة بيَانيا .

3.2 أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$

- فسر النتيجتين بيَانيا .

4.2 شكل جدول تغيرَات f

3 نأخذ : $\alpha=0,26$

1.3 عين مدور $f(\alpha)$ إلَى 10^{-2}

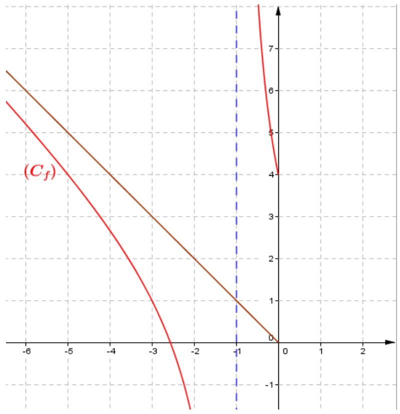
2.3 أرسم (Γ)

التمرين 2 (بكالوريا 2009 ع ت) :
45 دقيقة

I f دَالة معرفة علَى $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلهَا البيَاني في مستوي منسوب إلَى م م م كمَا في الشكل .



1.1 أحسب نهَايَات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

2.1 بقرَاءة بيَانية ودون دراسة إتجَاه تغير f شكل جدول تغيرَاتهَا

2 g دَالة معرفة علَى المجَال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x+\frac{4}{x+1}$

$(\mathcal{C}_g)$ تمثيلهَا البيَاني في مستوي منسوب إلَى معلم متعَامد و متجَانس .

1.2 أحسب نهَاية g عند $+\infty$.

2.2 تحقق أن $(\mathcal{C}_g)$ يقبل مستقيمَا مقَاربا مَائِلَا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معَادلة له .

3.2 أدرس تغيرَات g .

II k دَالة معرفة علَى $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

1.1 أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$. مَاذَا تستنتج ؟

2.1 أعط تفسيرًا هندسيًا لهذه النتيجة .

2 أكتب معَادلتي المِمَاسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فَاصلتهَا $x_0=0$.

3 أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و $(\mathcal{C}_k)$.

التمرين 3 (بكالوريا 2009 ر) :
45 دقيقة

لتكن الدَالة f المعرفة علَى المجَال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلهَا البيَاني في معلم متعَامد و متجَانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1 أدرس تغيرَات الدَالة f .

1.2 بين أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقَاربين أحدهمَا (D) حيث $(D): y=x$

2.2 أدرس الوضعية النسبية لِلمنحني $(\mathcal{C}_f)$ وَالمستقيم (D) .

1.3 بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور الفوَاصل في نقطة وحيدة فَاصلتهَا x_0 حيث : $1,3<x_0<1,4$

2.3 أكتب معَادلة (Δ) مماس لـ $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة تقَاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع محور الترَاتيب .

3.3 أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) في نفس المعلم .

4 g دَالة معرفة علَى المَجَال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|f(x)|$
وليكن $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلهَا البيَاني في نفس المعلم السَابق .

1.4 بين كيف يمكن إنشَاء $(\mathcal{C}_g)$ إنطلَاقًا من $(\mathcal{C}_f)$ ثم أرسمه .

2.4 نَاقش بيَانيًا وحسب قيَم الوسيط الحقيقي m عدِد و إشَارة حلول المعَادلة ذَات المجهول x : $g(x)=m^2$

التمرين 4 (بكالوريا 2010 تر) : 45 دقيقة

f دَالة معرفة علَى $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب إلَى معلم متعَامد ومتجَانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1 بين أن f فردية .

2 أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:
$$f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

3 أدرس تغيرَات الدَالة f .

4 أكتب معَادلة المِمَاس (T) لِلمنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطِة ذَات الفَاصلة 0 .

5 أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة لـ (T) ، و استنتج أنَ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطِة إنعطاف يطلب تعيِينهَا .

6 بين أنَ المستقيم (D) ذو المعَادلة $y=x+1$ مقَارب مَائِل لـ $(\mathcal{C}_f)$ في جوَار $+\infty$ ، ثم استنتج معَادلة المستقيم (D') المقَارب الآخر .

7 أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و (D) و (D') في المعلم السَابق .

8 g دَالة معرفة علَى $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

1.8 بين أَن g زوجية .

2.8 إنطلَاقًا من $(\mathcal{C}_f)$ أَرسم $(\mathcal{C}_g)$ في المعلم السَابق .

التمرين 5 (بكالوريا 2014 ع ت) : 45 دقيقة

I لتكن g الدَالة العدِدية المعرفة علَى $\mathbb{R}$ بـ :
$$g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$$

1.1 أَحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2.1 أدرس إتجَاه تغير الدَالة g علَى $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرَاتهَا

1.2 بين أَن المعَادلة $g(x)=0$ تقبل حلَا وحيدًا α حيث : $0,7<\alpha<0,8$

2.2 إستنتج حسب قيم العدِد الحقيقي x إشَارة $g(x)$.

II لنعتبر الدَالة f المعرفة علَى $\mathbb{R}$ كمَا يلي :
$$f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب إلَى المعلم المتعَامد وَالمتجَانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1 أَحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

1.2 بين أنه من أَجل كل x من $\mathbb{R}$:
$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$$

2.2 إستنتج أَن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمًا مقَاربًا مَائِلَا (Δ) يطلب تعيين معَادلة له .

3.2 أَدرس الوضع النسبي لِلمنحني $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ) .

1.3 بين أنه من أَجل كل x من $\mathbb{R}$:
$$f'(x)=\frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$$

2.3 إستنتج إشَارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرَات الدَالة f (نأخذ : $f(\alpha)\approx-0,1$)

4 أَحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعَادلة $f(x)=0$.

5 أَنشيء المستقيم (Δ) وَالمنحني $(\mathcal{C}_f)$.

6 لتكن h الدَالة المعرفة علَى $\mathbb{R}$ كمَا يلي :
$$h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$$

و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلهَا البيَاني في المعلم السَابق .

1.6 تحقِق أنه من أَجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$

2.6 إستنتج أَن $(\mathcal{C}_h)$ هو صورة $(\mathcal{C}_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أَنشيء $(\mathcal{C}_h)$.

التمرين 6 (بكالوريا 2017 تر) : 45 دقيقة

I نعتبر الدَالة العدِدية g المعرفة علَى $\mathbb{R}$ بـ :
$$g(x)=x^3+6x+12$$

1 أدرس اتجَاه تغير الدَالة g .

2 بين أَن المعَادلة $g(x)=0$ تقبل حلَا وحيدَا α حيث : $\alpha\in]-1.48;-1.47[$ ثم استنتج حسب قيم x إشَارة $g(x)$.

II f الدَالة المعرفة علَى $\mathbb{R}$ بـ :
$$f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب إلَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1.1 احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2.1 بين أَنه من أَجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$ ثم ادرس اتجَاه تغير الدَالة f و شكل جدول تغيرَاتهَا .

1.2 بين أَن المستقيم (Δ) ذو المعَادلة $y=x$ مقَارب مَائِل لَلمنحني $(\mathcal{C}_f)$

2.2 ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بَالنسبة إلَى (Δ)

3 بين أَن $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرَا لَلعدَد $f(\alpha)$

4 أنشئ (Δ) و (C_f)

التمرين 7 (بكالوريا 1997 ع ت) : 45 دقيقة

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1 احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2 بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f'(x)=\frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+2)^2}$$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3 أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين لـ (C_f)

4 بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $x_0\in\left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{4}\right[$

5 أكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6 أنشئ (C_f)

7 ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$$

التمرين 8 (بكالوريا 1996 ر) : 45 دقيقة

I f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+\sqrt{x^2-4})$$

1 أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين العدد 2 ثم على يسار العدد -2 .

2 أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

3 أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

II (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1 بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما .

2 أدرس وضعية كل من (Δ) و (Δ') بالنسبة إلى (C_f)

3 ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد المماسات للمنحنى (C_f) التي ميلها m ثم اكتب معادلة للمماس الذي ميله $\frac{4}{3}$

4 أنشئ (Δ) و (Δ') و (C_f)

التمرين 9 (من الكتاب الفرنسي) : 40 دقيقة

f دالة عددية معرفة على المجموعة $]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$$

نرمز بـ (C_f) إلى منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1 أحسب نهايات f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2 بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

3 هل f قابلة للإشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

4 أحسب $f'(x)$ من أجل كل x من $]-\infty;-4[\cup]0;+\infty[$

5 شكل جدول تغيرات الدالة f

6 أنشئ (C_f) و المستقيمات المقاربة

التمرين 10 (من الكتاب الفرنسي) : 30 دقيقة

⋆ دراسة دالة مثلثية :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=sin(3x)-3sinx$

1 قارن $f(x+2\pi)$ ، $f(-x)$ و $f(\pi-x)$ مع $f(x)$.

⋆ بين أنه يكفي دراسة f على $[0;\frac{\pi}{2}]$

2 أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x)=-6sinx.sin(2x)$$

3 أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;\frac{\pi}{2}]$

4 أرسم منحنى الدالة f على المجال $[-2\pi;2\pi]$

اختبر قدراتك :

✍ f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$

⋆ أدرس تغيرات الدالة f

حكمة : سننجح ... إذا أدركت أنه لا مفر من الفشل

الأستاذ : بلبحري كمال