سلسلة تمارين رقم 02: النهايات-السلوك التقاربي لمنحن

التمرين رقم 01

احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x-1}{2x-4}}$	2) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2+2x-3}$
3) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\lvert x^2-x\rvert}{x^2+x-2}$	4) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3+3x^2-x-3}{-x^2-x+6}$
5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$	6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+3x+2}+x-1\right)$
7) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}$	8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x+3}\right)$
9) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\lvert x\rvert+2x}{x^2-\lvert x\rvert}$	10) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+4x}-\sqrt{1+3x}}$
11) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2019}-1}{x-1}$	12) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$
13) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\sin\dfrac{3}{x}\right)$	14) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$
15) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1}$	16) $\lim\limits_{x\to1}\left(1-x^2\right)\tan\dfrac{\pi x}{2}$
17) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$	18) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+2}-2}$
19) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2+3x}{x^2+\sin x}$	20) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{x^2-4x-21}{x-4-\sqrt{x+2}}$

التمرين رقم 02

باستعمال مبرهنات المقارنة، احسب النهايات التالية:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{2-\sin x}$	2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x+\sin 2x\right)$
3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+1+\sin x\right)$	4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2x^2+x\cos x\right)$
5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+\cos x}{1+x}$	6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+\sin x}{x^2+1}$
7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$	8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin 3x-\cos 2x}{x^2}$

التمرين رقم 03

1) أ- قارن بين $\sqrt{x^2-3x}$ و $2x$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-4x\right)$.

2) أ- من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، قارن بين $\sqrt{9x^2+x+1}$ و $3x$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+x+1}-2x\right)$.

التمرين رقم 04

f الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x+\sin x}{x-1}$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>1$:

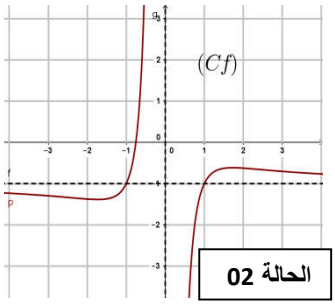
$$\lvert f(x)-3\rvert\le\frac{4}{x-1}$$

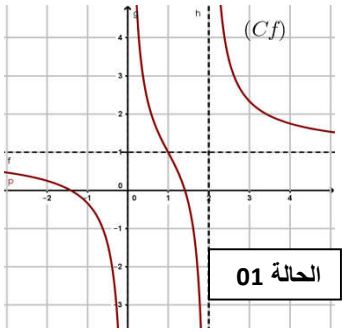
2) هل تقبل الدالة f نهاية عند $+\infty$ ؟ برّر جوابك.

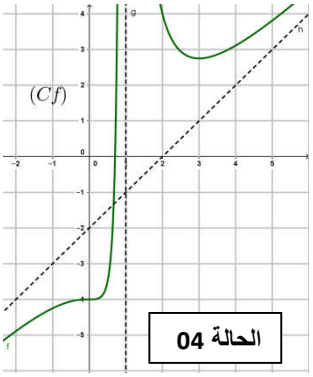
التمرين رقم 05

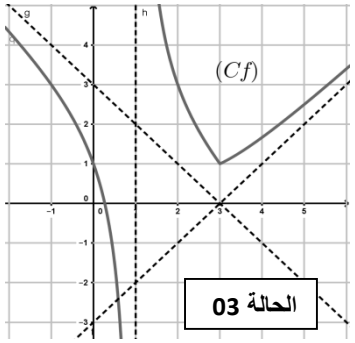
➢ في كل حالة ممّا يلي وبقراءة بيانية:

1. جد نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. عيّن معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f).
3. حدّد وضعية (C_f) بالنسبة للمقارب الأفقي والمائل في حالة وجودهما.









التمرين رقم 06

a ، b و c أعداد حقيقية، f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$$

يعطى جدول تغيرات f كما يلي:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	‖	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$
					‖		6		

1) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عيّن $\lim\limits_{x\to 2^{<}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^{>}} f(x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا.

ب- عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c.

2) نأخذ فيما يلي: $a=1$ ، $b=2$ و $c=1$.

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

أ – بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) تطلب معادلته.

ب – ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ج – أثبت أنّ النقطة $\Omega(2,4)$ مركز تناظر للمنحني (C_f).

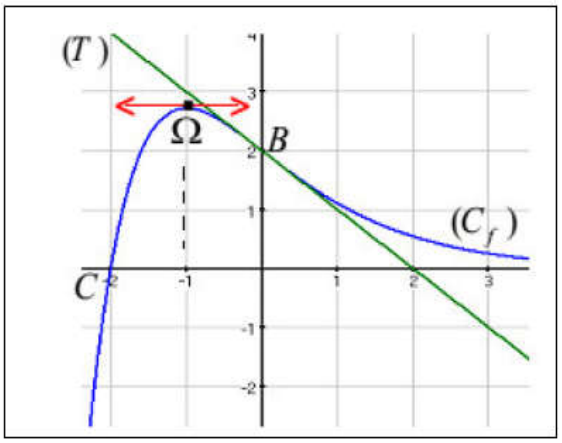
د- جد إحداثيتي نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

هـ- أنشئ (Δ) و (C_f).

و- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

التمرين رقم 07

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) كما في الشكل أدناه. (C_f) يشمل النقطتين $B(0;2)$ و $C(-2;0)$ ، (T) يمس (C_f) في النقطة B.



1) بقراءة بيانية:

أ- عيّن النهايات التالية:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

$$\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \quad ; \quad \lim_{x\xrightarrow{>}0} f\left(\frac{1}{x}\right)$$

ب- جد معادلة المماس (T).

ج- حدّد إشارة $f(x)$ و $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$.

أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة g.

ج- اكتب معادلة المماس (T') لمنحني الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة 0.

التمرين رقم 08

f الدالة المعرفة على $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ:

$$f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثمّ فسّر النتائج المحصل عليها بيانيا.

2) أ- بيّن أنّه لكل x من D_f : $f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$.

ب- استنتج وجود مقارب مائل (Δ) للمنحني (C_f) يطلب تعيينه.

ج- ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f).

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

4) أثبت أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5) بيّن أنّه لكل x من D_f : $f(-x)+f(x)=2$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

6) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

7) أنشئ (Δ) و (C_f).

حلم التفوق في البكالوريا هو حقك المشروع بلا شك ...فقط ثق بنفسك وتقدم بخطوات ثابتة نحو هدفك