بسم الله الرحمن الرحيم

تمارين نموذجية في الدوال الأسية و اللوغارتمية

التمرين الاول: (بكالوريا أجنبية)

I g دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$.

1/ أدرس إتجاه تغيّر g و شكّل جدول تغيّراتها (النّهايات غير مطلوبة) .

2/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II f الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x-1)]$ و فسّر هذه النّتيجة بيانيًا

2/ أ)بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

ب) أدرس إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

3/ بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث : $0.1 < \alpha < 0.2$.

4/ أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسًا (Δ) معامل توجيهه 1 يُطلَبُ تعيين معادلة له .

ب) أرسم (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

5/ ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّالية :

$x = (e^{x-2})(m-1)$.

التمرين الثاني: (بكالوريا أجنبية)

I g دالّة معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ ، حيث a, b عددان حقيقيان ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$، (Δ) المماس لـ (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 ؛ (أنظر الشّكل أدناه) .

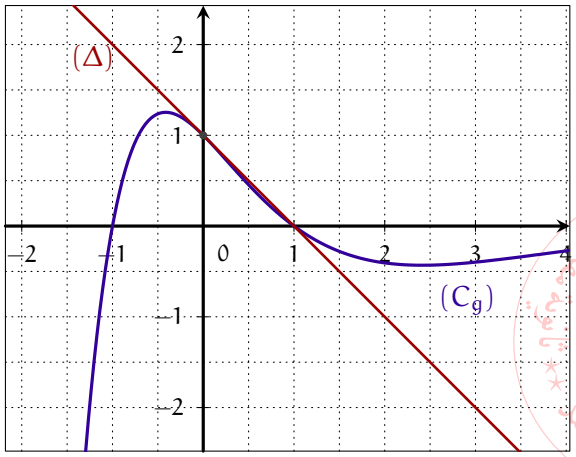
1/ بقراءة بيانيّة أحسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2/ أ) أكتب معادلة لـ (Δ) .

ب) باستخدام المعطيات السّابقة بيّن أنّ : $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$

II f الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x+1)^2e^{-x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ (تقبل أنّ: $\lim\limits_{t\to-\infty} t^2e^t = 0$)



2/ أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ؛ $f'(x) = g(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدّالّة f و شكّل جدول تغيّراتها .

3/ أ) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-1}{x}$ و فسّر النّتيجة بيانيًا .

ب) أكتب معادلة (d) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ج) أنشىء (C_f) و (d) في نفس المعلم .

4/ ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّالية :

$f(x) = mx + 1$

5/ h الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(x^2) - 1$.

◃ دون حساب عبارة $h(x)$ أحسب $h'(x)$ و شكّل جدول تغيّراتها .

LaTeX

التمرين الثالث: (بكالوريا تجريبية)

I g دالّة عدديّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x + 1$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس تغيّرات الدّالة g وشكّل جدول تغيّراتها

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II f دالّة عدديّة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{(2x-1)e^x + x}{e^x}$

، $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 2cm

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2. أ) أثبت أنّ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^x}$ مهما كان العدد الحقيقي x

ب) أدرس تغيّرات الدّالة f و شكّل جدول تغيّراتها

3. أحسب $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - (2x-1)]$ ؛ فسّر هذه النّتيجة بيانيًا

4. أدرس الوضع النّسبي بين $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$

5. أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدًا α ،ثمّ تحقق أنّ : $0,3 < \alpha < 0,4$

6. أكتب معادلة المماس (T) لـ $(\mathcal{C}_f)$ عند النّقطة ذات الفاصلة 0

7. أرسم $(\mathcal{C}_f)$ و مستقيماته المقاربة في المعلم السّابق

8. ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّالية : $f(x) = f(m^2 - 1)$

9. لتكن الدّالة h المعرّفة بـ : $h(x) = |f(x)|$

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

ب) مستعينا بـ $(\mathcal{C}_f)$ اشرح كيف يمكن رسم $(\mathcal{C}_h)$ ، ثمّ أرسمه في المعلم السّابق

التمرين الرابع: (ماخوذ من امتحان وطني)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضليّة :

$(E) \quad \cdots\cdots \quad y' + 2y = 3x^2 - 1$.

1/ برهن أنّه توجد دالّة كثير حدود وحيدة h من الدرجة الثانيّة هي حل لـ (E) .

2/ عيّن في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المعادلة التفاضليّة :

$(E') \quad \cdots\cdots \quad y' + 2y = 0$.

3/ برهن أنّ دالّة g حل لـ (E) إذا وفقط إذا كانت $g - h$ هي حل للمعادلة (E') .

4/ إستنتج مجموعة حلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$.

5/ عيّن الحل g للمعادلة (E) و الذي يأخذ القيمة $\frac{9}{4}$ من أجل القيمة 0 للمتغيّر .

التمرين الخامس: (بكالوريا أجنبية)

I ℓ الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\ell(x) = (a-2x)e^{x+1} + b$ حيث a, b عددان حقيقيان ، (C_ℓ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 عيّن العددين a, b حيث يتحقق الشرطان التّاليان :

◄ ℓ هي حل المعادلة التّفاضليّة : $y' - y = -2e^{x+1} - 2$.

◄ المنحنى (C_ℓ) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

2/ نعتبر الآن : $a = 1$ و $b = 2$.

أ) أكتب عبارة $\ell(x)$ ، ثمّ أدرس تغيّرات الدالّة ℓ (حساب النهايات مطلوب ، نقبل أن : $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$)

ب) بيّن أنّ المعادلة : $\ell(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]0.68, 0.69[$.

II f الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 + \dfrac{4x+2}{1+e^{x+1}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ (نقبل أنّ : $\lim_{t\to+\infty} \dfrac{e^t}{t} = +\infty$) .

ب) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = \dfrac{2\ell(x)}{(1+e^{x+1})^2}$.

ج) استنتج إتجاه تغيّر الدالّة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2/ بيّن أنّ : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ، ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

3/ أ) تحقق أنّ : $f(x) - (4x-3) = \dfrac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$ من أجل كلّ عدد حقيقي x .

ب) أحسب $\lim_{t\to-\infty} [f(x) - (4x-3)]$ ؛ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

4/ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته :

$y = 4x - 3$.

5/ أرسم (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

5/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(-1+2m)(1+e^{x+1}) = 4x+2$.

التمرين السادس: (تمرين من تصميم ذاتي)

الجزء الأول :

g دالة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 + 2\ln x$

1/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \backsimeq 0} g(x)$.

2/ أدرس إتجاه تغيّر g و شكّل جدول تغيّراتها .

3/ أثبت أنّ المعادلة : $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α ثمّ تحقق أنّ : $\alpha \in]1.2, 1.5[$.

4/ إستنتج إشارة $g(x) - 2$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

f دالة عدديّة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = x + 2 - \dfrac{2\ln x}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x \backsimeq 0} f(x)$ ؛ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ (نقبل أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$) .

2/ أثبت أنّه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \dfrac{g(x)-2}{x^2}$.

3/ أدرس إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

4/ أثبت أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

5/ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

6/ أثبت أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha + 2 - \dfrac{2}{\alpha}$ ؛ ثمّ أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$

7/ أثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يطلب تعيين معادلته .

8/ أرسم (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

9/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(m-2)x + 2\ln x = 0$.

التمرين السابع: (تمرين من بكالوريا أجنبية)

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$ ، جدول تغيّراتها كما يلي :

x	$-\infty$		$\ln\frac{5}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	2	↘	$-\frac{9}{8}$	↗	$+\infty$

1/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$f(x) = 1 + 2x + \dfrac{e^x}{e^x - 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ بيّن أنّ : $f(x) = 2 + 2x + \dfrac{1}{e^x - 1}$ من أجل كلّ x من المجال $]0;+\infty[$.

2/ أحسب $\lim\limits_{x \backsimeq 0} f(x)$ ؛ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

3/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

4/ بيّن أنّ : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x-1)^2}$ من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$.

5/ أدرس تغيّرات الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

6/ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = 2 + 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) .

7/ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

8/ أرسم (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

التمرين الثامن: (تمرين من بكالوريا تجريبية)

I) g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ :

$g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln|x-2|$.

1/ أدرس تغيّرات الدالة g .(دراسة النهايات مطلوبة) .

2/ أحسب $g(3)$ و $g(1)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II f الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=2-x+\dfrac{\ln|x-2|}{x-2}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ أثبت أنّ : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-2)^2}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{2\}$

2/ أدرس تغيّرات الدالّة f ؛ ثمّ أحسب $f(0), f(-1), f(1)$.

3/ أثبت أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=-x+2$ مقارب مائل لـ (C_f)

4/ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

5 برهن على وجود مماسين للمنحنى (C_f) معامل توجيه كلّ منهما -1 .

6/ أنشىء (C_f) .

التمرين التاسع: (تمرين من بكالوريا تجريبية)

f دالّة معرّفة على المجموعة $\mathcal{D}_f$ حيث : $\mathcal{D}_f=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln(x+1)$ ؛ $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ) أحسب النهايات التّاليّة : $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ ؛ ثمّ فسّر النتائج بيانيًا .

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2/ أ) بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\mathcal{D}_f=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$ ، ثمّ أدرس إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

ب) عيّن معادلة للمماس (Δ) لـ $(\mathcal{C}_f)$ عند النّقطة ذات الفاصلة 2

3/ g دالّة معرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة :

$g(x)=\dfrac{1}{x-1}+\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$.

أ) بيّن أنّ $\dfrac{x+1}{x}>1$ من أجل كلّ x من المجال $]1;+\infty[$ ؛ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ؛ ماذا تستنتج ؟ .

4/ أ) نسمي $(\mathcal{C}_{\ln})$ التّمثيل البياني للدّالة $x\longmapsto \ln x$ ؛ حدّد وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنّسبة إلى $(\mathcal{C}_{\ln})$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) أرسم $(\mathcal{C}_f)$ ؛ $(\mathcal{C}_{\ln})$ ، و (Δ) .

5/ حل بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تمامًا المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة :

$\dfrac{1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x+1}{m}\right)=0$.

التمرين العاشر: (تمرين من بكالوريا تجريبية)

نعتبر الدّالّة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{\ln 2\}$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{e^x}{2(e^x-2)}$ ؛ $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm) .

1/ بيّن أنّه من أجل كلّ $x\neq\ln 2$ لدينا : $f(x)=x+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e^x-2}$

2/ أحسب النهايات التّاليّة : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}\ln 2} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\ln 2} f(x)$.

3/ بيّن أنه من أجل كلّ $x\neq\ln 2$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{(e^x-1)(e^x-4)}{(e^x-2)^2}$.

4/ أدرس إتجاه تغيّر الدّالّة f و شكّل جدول تغيّراتها .

5/ أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب تعيين معادلتيهما .

ب) أدرس الوضع النّسبي بين (C_f) و مستقيميه المقاربين المائلين .

ج) بيّن أنّ النّقطة $\Omega\left(\ln 2,\ln 2+\dfrac{1}{4}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

6/ أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كلّ منهما -2 .

ب) أرسم (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

7/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة : $-2m-f(x)=0$

التمرين الحادي عشر : (تمرين من بكالوريا تجريبية)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I g الدالّة المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ : $g(x)=x\ln x+x$.

1/ أدرس تغيّرات الدالّة g .

2/ أ) بيّن أنّ المعادلة : $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ؛ ثمّ تحقق أنّ : $1.45<\alpha<1.46$.

ب) استنتج إشارة $g(x)-2$.

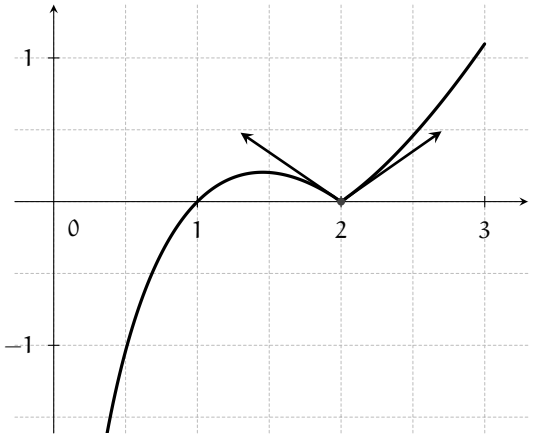
II التمثيل البياني أدناه هو للدالّة f المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ :

$f(x)=|x-2|\ln x$

1/ باستعمال (C_f) ضع تومينا حول قابليّة الإشتقاق لـ f عند 2

2/ أثبت صحة تخمينك

3/ أدرس تغيّرات الدالّة f .



III) h الدالّة المعرّفة على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ بـ :

$h(x) = (2-\cos x)\ln(\cos x)$.

1/ بيّن أنّ (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) .

2/ أدرس تغيّرات h و شكّل جدول تغيّراتها ؛ ثمّ أرسم (Δ) و (C_h) .

التمرين الثاني عشر : (تمرين من بكالوريا أجنبية)

I) g الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - xe^x + 1$.

1/ أ) بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ ؛ ثمّ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

ب) أدرس إتجاه تغيّر g و شكّل جدول تغيّراتها .

2/ بيّن أنّ المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ؛ ثمّ تحقق أنّ : $1.2 < \alpha < 1.3$.

3/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{4x}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $\|\vec{i}\| = 1cm, \|\vec{j}\| = 4cm$) .

1/ أ) أثبت أنّ : $f'(x) = \frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

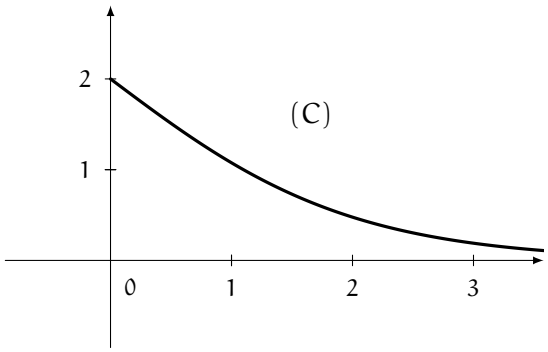
2/ أ) أثبت أنّ : $f(\alpha) = 4(\alpha-1)$.

ب) أرسم (C_f) .

III) نمثّل في الشكل أدناه (C) المنحنى البياني للدالّة h المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = \frac{4}{e^x+1}$ و من أجل كلّ عدد حقيقي x نسمي Q،P،M النّقط التي إحداثياتها على التّرتيب $(x,h(x))$ ؛ $(x;0)$ ، $(0,h(x))$.

1/ بيّن أنّ مساحة المستطيل OPMQ تكون أعظميّة ، إذا كانت α فاصلة M .

2/ نفرض أنّ فاصلة M هي α ، أثبت أنّ المماس (T) في النقطة M لـ (C) يوازي المستقيم (PQ) .



التمرين الثالث عشر : (تمرين من بكالوريا تجريبية)

f دالّة معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = x - \frac{1}{e^x-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا

2/ أدرس إتجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .

3/ أ) بيّن أنّ $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

$\ln 2 < \alpha < 2$ ، ثمّ أثبت أنّ : $f'(\alpha) = 1+\alpha+\alpha^2$.

ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $A(\alpha,f(\alpha))$

3/ أحسب $f(-x)+f(x)$ ؛ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

4/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ؛ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا .

5/ أ) أنشىء المنحنى (C_f) . (نأخذ : $\alpha \simeq 0.8$) .

ب) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) تعامد المستقيم ذو المعادلة : $y = x$ ؟ برّر .

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التّاليّة : $(m-1)me^x$.

6/ g الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = -x + \frac{e^x}{e^x-1}$.

• بيّن أنّ : $g(x) = f(-x)$ ؛ ثمّ أرسم (C_g) منحنى الدالّة g .

التمرين الرابع عشر : (تمرين من بكالوريا تجريبية)

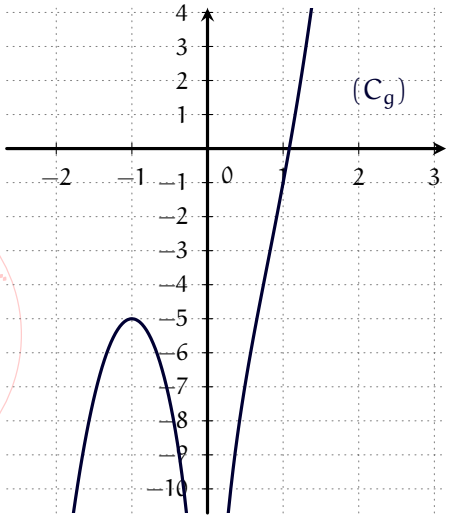
المنحنى (C_g) أدناه هو التّمثيل البياني لدالّة g المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 3 + 6\ln|x|$.

1/ بقراءة بيانيّة : شكّل جدول تغيّرات الدّالّة g .

2/ بيّن أنّ المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α يحقّق : $1.07 < \alpha < 1.09$.

3/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

4/ نعتبر الدّالّة f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = 2x - \frac{3\ln|x|}{x^2}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ﴿ $\|\vec{i}\| = 2cm$ ؛ $\|\vec{j}\| = 1m$ ﴾ .



أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$.

و فسّر النّتيجتين الأخيرتين بيانيًا .

ب) بيّن أنّ : $f'(x) = \frac{xg(x)}{x^4}$ ؛ من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم .

ج) استنتج إشارة $f'(x)$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالّة f .

5/ بيّن أنّ : $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$ ؛ ثمّ استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$ ﴿ تذكير : α هو حل المعادلة : $g(x) = 0$ ﴾ .

6/ بيّن أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ؛ ثمّ أدرس وضعيّة (C_f) بالنّسبة إلى (d) .

7/ بيّن أنّه يوجد مماس (Δ) لـ (C_f) يوازي المستقيم (d) و يمس (C_f) في نقطتين ﴿ يطلب تعيين معادلة لـ (Δ) ﴾ .

8/ أنشىء (d) ؛ (C_f) و (Δ) . (نُعطى : $f(-0.75) = 0$) .

التمرين الخامس عشر : (تمرين من بكالوريا تجريبية)

الجزء الأول :

1/ نعتبر الدّالّة g المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 3^x - x\ln 3 - 1$.

أ) بيّن أنّ من أجل كلّ x موجب يكون $g'(x) > 0$ ، ثمّ استنتج إتجاه تغيّر الدالّة g على المجال $[0;+\infty[$.

ب) أحسب $g(0)$ ، ثمّ استنتج أنّ : $g(x) > 0$ من أجل كلّ x موجب .

2/ لتكن الدالّة h المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $h(x) = (2 - x\ln 3)3^x - 1$.

أ) أدرس تغيّرات الدّالّة h و شكّل جدول تغيّراتها .

ب) بيّن أنّ المعادلة : $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.6 < \alpha < 1.7$.

ج) إستنتج إشارة الدّالّة h على المجال $[0;+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدّالّة f على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x - x\ln 3}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ أ) بيّن أنّ من أجل كلّ x موجب تكون $f(x) = \frac{1 - 3^{-x}}{1 - x\ln 3 \times 3^{-x}}$

ب) استنتج نهاية f عند $+\infty$ و فسّر النتيجة هندسيا .

ج) بيّن أنّه من أجل كلّ x موجب لدينا $f'(x) = \frac{h(x) \times \ln 3}{(3^x - x\ln 3)^2}$.

د) أدرس إتجاه تغيّر الدّالّة f و شكّل جدول تغيّراتها .

LaTeX