المستوى: 3 ثانوي — BAC 2019 — الموسم الدراسي: 2019/2018

الشعبة: علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

إعداد الأستاذة: قسمية ياسمين

الأعداد المركبة في البكالوريا من 2008 إلى 2018 شعبة علوم تجريبية

التمرين(01) [الموضوع 1 دورة 2008](4,5 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-(1+2i)z-1+i=0$

نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث $|z_1|<|z_2|$. - بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ عدد حقيقي .

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن A، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب 1 ، z_1 و z_2 . ليكن Z العدد المركب حيث : $Z=\frac{z_2-1}{z_1-1}$.

أ) انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ومن الخاصية : $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أن: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$ حيث θ، θ_1 و θ_2 أعداد حقيقية .

ب) أكتب Z على الشكل الآسي.

ج) أكتب Z على الشكل المثلثي واستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بتشابه مباشر مركزه A يطلب تعيين زاويته و مركزه .

التمرين(02) [الموضوع 2 دورة 2008](5ن)

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2+iz-2-6i=0$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين، A و B اللتين لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب حيث: $z_A=2+i$ و $z_B=-2-2i$.

- عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$.

3. لتكن C النقطة ذات اللاحقة z_C حيث $z_C=\frac{4-i}{1+i}$.

- اكتب z_C على الشكل الجبري ثم أثبت أن النقطة C تنتمي إلى الدائرة (Γ).

4.أ- برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ و نسبته k $(k \succ 0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي: $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$

ب-تطبيق: عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ: $z' + \frac{1}{2}i = 2e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z + \frac{1}{2}i\right)$.

التمريـــــن(03) [الموضوع 1 دورة 2009](5ن)

$P(Z)$ كثير حدود حيث: $P(Z) = (Z-1-i)(Z^2-2Z+4)$ و Z عدد مركب.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)$.

2) نضع : $Z_1 = 1+i$ ، $Z_2 = 1-\sqrt{3}i$

أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الآسي . ب) أكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الآسي .

ج) استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) أ) n عدد طبيعي. عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا. ب) احسب قيمة العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{456}$.

التمريـــــن(04) [الموضوع 2 دورة 2009](4ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$
2. نسمي z_1 ، z_2 حلي هذه المعادلة.

أ) اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A ، B و C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 1-i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 1+i\sqrt{3}$ ، $Z_C = \frac{1}{2}(5+i\sqrt{3})$ (i يرمز الى العدد المركب الذي يحقق $i^2 = -1$)

أحسب الاطوال AB ، AC ، BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) جد الطويلة وعمدة العدد المركب Z حيث $Z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

د) أحسب Z^3 و Z^6 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k.

إعداد الأستاذة
قسمية ياسمين

التمريـــــن(05) [الموضوع 1 دورة 2010](5ن)

نعتبر في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب : $z_A = 1+i$ و $z_B = 3i$.

1) اكتب على الشكل الآسي z_A و z_B .

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = 2iz + 6 + 3i$.

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

ب) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S .

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;-2),(C;2)\right\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D .

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من اجلها $\dfrac{z_B - z}{z_D - z}$ عدد حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق ان النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 6+3i$ تنتمي الى (Δ) .

ب) اعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z_B - z}{z_D - z}$. عيّن حينئذ المجموعة (Δ) .

التمريـــــن(06) [الموضوع 2 دورة 2010](4ن)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3+3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ- بيّن ان النقط A ، B ، C و D تنتمي الى نفس الدائرة ذات المركز O مبدا المعلم.

ب- عيّن زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحوّل النقطة A إلى النقطة B .

ج- بيّن ان النقط A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D .

د- استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمريـــــن(07) [الموضوع 1 دورة 2011](5ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = -i$ ، $z_B = 2+3i$ و $z_C = -4+i$.

1. أ- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

ب- عيّن طويلة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

2. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = iz - 1 - i$.

أ- عيّن طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة.

ب-ما هي صورة B النقطة بالتحويل T ؟

3. لتكن النقطة D ذات اللاحقة $z_D = -6 + 2i$.

أ- بيّن ان النقط A ، C و D في استقامية.

ب-عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحول النقطة C الى النقطة D.

ج- عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B الى D.

التمريـــن(08) [الموضوع 2 دورة 2011](4ن)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A = 3 - 2i$ ، $z_B = 3 + 2i$ و $z_C = 4i$.

1. أ-علّم النقط A ، B و C.

ب- ما طبيعة الرباعي $OABC$ ؟ علّل إجابتك.

ج - عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$.

2. عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 12$

3. أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2 - 6z + 13 = 0$

نسمي z_0 ، z_1 حلي هذه المعادلة .

ب- لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها z.عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$|z - z_0| = |z - z_1|$.

التمريـــن(09) [الموضوع 1 دورة 2012](4ن)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z = \frac{3i\left(z + 2i\right)}{z - 2 + 3i}$

(حيث $z \neq 2 - 3i$)

- حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلـــة.

2) ينسب المستوي المركب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : z_A و z_B حيث : $z_A = 1 + i\sqrt{5}$ و $z_B = 1 - i\sqrt{5}$.

-تحقق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z ، ($z \neq 2 - 3i$) النقطة M' لاحقتها z' حيث :

$z' = \frac{3i\left(z + 2i\right)}{z - 2 + 3i}$.

النقط C ، D ، E لواحقها على الترتيب: $z_C = -2i$ ، $z_D = 2 - 3i$ و $z_E = 3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

أ- عبّر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM.
ب- استنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. تحقق أن E تنتمي إلى (γ).

التمريـــــن(10) [الموضوع 2 دورة 2012](4,5ن)

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$.
أ) تحقق أنّ 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$.
ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z: $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$.
ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.
2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب : $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ ، $z_C=3-i\sqrt{3}$.
أ) اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .
ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .
ج) استنتج طبيعة المثلث ABC.
3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C، نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.
أ- جد الكتابة المركبة للتشابه S.
ب- عيّن $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S .
ج- بيّن أن النقط A ، B ، A' في استقامية .

التمريـــــن(11) [الموضوع 1 دورة 2013](5ن)

1. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة ، المعادلة (I) ذات المجهول z التالية **:**
$z^2-(4\cos\alpha)z+4=0..........(I)$ حيث α وسيط حقيقي.
2. من أجل $\alpha=\frac{\pi}{3}$، نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ: z_1 و z_2 , بين أن : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$.
3. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=4+i\sqrt{3}$ على الترتيب.
أ) أنشئ النقط A ، B و C.
ب) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$، ثم استنتج أن C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و يطلب تعيين نسبته و زاويته .
ج) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;2)\}$ ، ثم أنشئ G.
د) احسب z_D لاحقة النقطة D، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع.

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

التمريــــــن(12)   [الموضوع 2 دورة 2013](4,5ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : (E)..........$z^2+4z+13=0$

1)تحقق أن العدد المركب $-2-3i$ حل للمعادلة(E)، ثم جد الحل الآخر.

2) A وB نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما $z_A=-2-3i$ و $z_B=i$ على الترتيب . Sالتشابه المباشر الذي مركزه A، نسبته$\frac{1}{2}$ و زاويته$\frac{\pi}{2}$ و الذي يحول كل نقطة$M\left(z\right)$من المستوي إلى النقطة$M'\left(z'\right)$.

أ- بين أن : $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$.

ب- احسب z_C لاحقة النقطة C،علما أن C هي صورة B بالتشابه S.

3) لتكن النقطةD، حيث : $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

أ) بين أن D هي مرجح النقطتين A وB المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب) احسب z_D لاحقة النقطة D .

جـ) بين أن : $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=i$ ،ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

التمريــــــن(13)   [الموضوع 1 دورة 2014](5ن)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6\sqrt{2}z+36=0$.
2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس$\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، لتكن النقط$A$ ، B ، C و Dالتي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=3\sqrt{2}\left(1+i\right)$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=6\sqrt{2}$ ، $z_D=\frac{z_C}{2}$.

أ) اكتب z_A ، z_B و $z_A\left(1+i\right)$ على الشكل الأسي.

ب)احسب $\left(\frac{\left(1+i\right)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

ج) بين أن النقط O ، A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$.ما هي طبيعة الرباعي$OACB$؟

3. ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته$\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدورانR.

ب) عين لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أن النقطC،A ، C' في استقامية.

جـ) عين لاحقة النقطةA' صورة A بالدورانR ثم حدد صورة الرباعي$OACB$ بالدورانR .

التمريــــــن(14)   [الموضوع 2 دورة 2014](4ن)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $\left(z-i\right)\left(z^2-2z+5\right)=0$.

2. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$(وحدة الطول **1cm**)، تعطى النقط A، B و C و التي لاحقاتها : $z_A=i$ ، $z_B=1+2i$ ، $z_C=1-2i$ على الترتيب .

أ- أنشئ النقط A ، B و C.

ب- جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

ج- احسب مساحة المثلث ABC .

3. ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ- عين الكتابة المركبة للتشابه S.

ب- بين أن مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4. M نقطة لاحقتها z ، عين مجموعة النقط M حيث: $|z|=|iz+1+2i|$.

التمريــــن(15) [الموضوع 1 دورة 2015](4,5ن)

I. عين العددين المركبين α و β حيث: $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\ 2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β .

II. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، A ، B و C النقط التي لاحقتها على الترتيب: $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_A=z_C.e^{i\frac{\pi}{3}}$.

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا.

ب) تحقق أن العدد المركب $\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}+2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدد النسبة وزاوية للتشابه المباشر S الذي مركزه O ويحول D إلى A .

ب) أكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $z=k\left(1+i\right)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$.

التمريــــن(16) [الموضوع 2 دورة 2015](5ن)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: z_A، z_B و z_C حيث: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$، $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-\left(z_A+z_B\right)$ ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A)

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

1) أ) أكتب كلا من العددين المركبين z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب) استنتج أن النقط A، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ج) أنشئ الدائرة (γ) و النقط A، B و C.

2) أ) تحقق أن: $\dfrac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب) استنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع و أن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

ج) عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z| = \left|z - \sqrt{3} - i\right|$.

3) أ) عين زاوية للدوران r الذي مركزه O ويحول C إلى A.

ب) أثبت أن صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$.

التمريــــن(17) [الموضوع 1 دورة 2016](4ن)

1- نضع من اجل كل عدد مركب z : $P(z) = z^3 - 24\sqrt{3}$

أ) تحقّق أنّ : $P\left(2\sqrt{3}\right) = 0$

ب) جد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = \left(z - 2\sqrt{3}\right)\left(z^2 + az + b\right)$

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$. A ، B و C نقط المستوي لواحقها على الترتيب $z_A = -\sqrt{3} + 3i$ ، $z_B = -\sqrt{3} - 3i$ و $z_C = 2\sqrt{3}$.

أ) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_c - z_A}{z_B - z_A}$

ب) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

د) عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ،ثمّ حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABDC$

3- عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة غير المعدومة z بحيث : $\arg\left(\dfrac{z}{\bar{z}}\right) = 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ (العدد $\bar{z}$ هو مرافق العدد z).

التمريــــن(18) [الموضوع 2 دورة 2016](4,5ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\bar{z}^3 + 3\bar{z}^2 - 3\bar{z} + 5 = 0 .... (E)$

يشير الرمز $\bar{z}$ إلى مرافق العدد المركب z .

1- أ) أثبت أنّ المعادلة (E) تكافئ المعادلة $\left(2\bar{z} + 5\right)\left(\bar{z}^2 - \bar{z} + 1\right) = 0$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب: $z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-\frac{5}{2}$

أ) أكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الآسي . ب) أنشئ النقط A ، B ، C و D .

جـ) أثبت أنّ : $z_B-z_C=z_B\left(z_A-z_C\right)$ د) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3- ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ونسبته 2 ولتكن F صورة A بالتحويل S.

أنشئ النقطة F ثمّ حدد طبيعة المثلث AFC

-عيّن طبيعة المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z+1=kz_B$ ، لما يتغير k في $\mathbb{R}$

التمريـــــن(19) [الموضوع 1 دورة 2016](4,5ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.من أجل كل نقطة M من المستوي لاحقتها العدد

المركب z حيث $(z\neq 1)$ نرفق النقطة M' العدد المركب z' حيث: $z'=\frac{z-2}{z-1}$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$

2) النقطتان A و B على الترتيب z_1 و z_2 حيث : $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.

أ- أكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي .

ب- بيّن أنّ النقطة B هي صورة للنقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O، يطلب تعيين زاوية له.

3) نضع $z'\neq z$ ،نعتبر النقطتين C و D لاحقتيهما 2 و 1 على الترتيب.

عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي إلى محور الترتيب ثم أنشئ (Γ).

4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2.

أ) عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=h\circ R$ وعناصره المميزة.

ب) أكتب العبارة المركبة للتحويل S.

جـ) عيّن ثم أنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل النقطي S.

التمريـــــن(20) [الموضوع 2 دورة 2016](4,5ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $\left(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)\left(z^2+\sqrt{3}z+1\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، A ، B و C نقط المستوي التي

لاحقاتها على الترتيب $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) أكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الآسي.

ب) بيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B و يحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعيين عناصره المميزة

3) أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ، ثمّ حدّد بدقة طبيعته.

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

ب) عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z-z_A|=|\bar{z}-z_B|$ حيث $\bar{z}$ هو مرافق z.

جـ) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z=z_B+\sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما θ يتغير على $\mathbb{R}$.
ثم تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ).

التمريـــــن(21) [الموضوع 1 دورة 2017](5ن)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة : $(z+2)(z^2-4z+8)=0$.

II. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=2-2i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

1) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الاسي .

2) عين z_D لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

3) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث
$\arg\left(\frac{z_B-z}{z_A-z}\right)=\frac{\pi}{2}$.تحقق أن مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ) ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها .

4) ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2 ، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h.

- عين طبيعة المجموعة (Γ') مع تحديد عناصرها المميزة .

التمريـــــن(22) [الموضوع 2 دورة 2017](5ن)

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.اجب بصحيح او خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2=1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي $S=\left\{-\frac{1}{2}+i\right\}$.

2) من اجل كل عدد مركب z ، $(z+2)\times(\bar{z}+2)=|z+2|^2$.

3) من اجل كل عدد طبيعي n ، $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n}=1$.

4) S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C') ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9.

5) من اجل كل عدد حقيقي α : اذا كان $Z=(\sin\alpha+i\cos\alpha)\times(\cos\alpha-i\sin\alpha)$

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

فإن: $\arg(Z)=\frac{\pi}{2}-2\alpha+2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح .

التمريـــــن(23)   [الموضوع 1 الدورة الإستثنائية 2017](5ن)

I. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$.

II. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث : $\|\vec{u}\|=2cm$.

لتكن النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=2$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$ ($\overline{z_B}$ هو مرافق z_B)

1) أ- اكتب العدد z_B على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للعدد المركب z_C .

ب- عين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، ثم أنشئ النقط A ، B و C.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ- اكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عين لاحقة كل من A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط A' ، B' و C'.

ب-احسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمريـــــن(24)   [الموضوع 2 الدورة الإستثنائية 2017](5ن)

المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقتها $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$.

1) عين النسبة وزاوية للتشابه المباشر S ذي المركز A والذي يحول النقطة B الى النقطة C.

2) اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) نرمز بـ G الى مركز ثقل المثلث ABC و بـ I الى منتصف القطعة $[AC]$.

عين كلا من z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I ، ثم بين ان النقط B ، G و I في استقامية .

4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة الى I ، حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|=5\sqrt{2}$.

أ- تحقق ان النقطة C تنتمي الى (Γ).

ب- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها.

التمريـــــن(25)   [الموضوع 1 دورة 2018](5ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب : z_A ، z_B و z_C حيث :

$z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}$ و $z_C=\overline{z_B}$ (يرمز بـ $\overline{z_B}$ لمرافق z_B)

أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

3) أ) تحقّق أنّ : $\frac{z_B}{z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ وحدّد طبيعة المثلث OBC.

ب) استنتج أنّ: B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين عناصره المميّزة.

4) نسمّي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقّق : $|z|=\left|\bar{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$.

عيّن طبيعة المجموعة (γ) ثم عيّن صورتها بالدوران r.

التمريـــــن(26) [الموضوع 2 دورة 2018](5ن)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\left(\bar{z}-4+i\right)\left(z^2-4z+5\right)=0$ (يرمز $\bar{z}$ لمرافق العدد z)

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=2+i$ ، $z_B=4+i$ ، $z_C=\bar{z}_A$.

1) تحقق أن $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا.

2) D نقطة من المستوي لاحقتها z_D حيث :
$$\begin{cases}|z_D-z_A|=|z_B-z_A|\\ Arg\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\,(k\in\mathbb{Z})\end{cases}$$

بين أن المثلث ABD متقايس الأضلاع و احسب z_D .

3) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABD ثم عين نسبة و زاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول G إلى D .

4) عين (T) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z (M تختلف عن C) بحيث :
$$Arg\left(\frac{z_G-z}{z_C-z}\right)=\pi+2k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$