

المحور: الدوال اللوغاريتمية

التمرين الأول :

أكتب على أبسط شكل ممكن ما يلي :

$$B = \ln(e\sqrt{e}) - \ln\left(\frac{1}{e}\right) , A = \ln e^4 - \ln \sqrt{e}$$

$$, C = \ln 2 + \ln(16e) - \ln(4e^2)$$

$$D = \ln\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\ln \frac{1}{2}\right)^2$$

$$F = e^{\ln 5} + e^{\ln 2} , E = \ln(\sqrt{5} + 1) + \ln(\sqrt{5} - 1)$$

$$. H = \frac{10 \ln 9 + 5 \ln 8}{\ln 648} , G = \frac{e^{3 + \ln 8}}{e^{2 + \ln 4}}$$

التمرين الثاني :

باستعمال خواص اللوغاريتم النيبيري بين صحة ما يلي :

$$. \ln(e^x + 1) - \ln(1 + e^{-x}) = x \quad (1)$$

$$. \ln(e^{2x} + 1) = 2x + \ln(1 + e^{-2x}) \quad (2)$$

$$. e^{\ln(x+1) - \ln x} = 1 + \frac{1}{x} \quad (3)$$

التمرين الثالث :

حل المعادلات التالية :

$$. \ln(2 - 2x) = -3 \quad (2) , \ln(2 - 2x) = 1 \quad (1)$$

$$. \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 2 \quad (4) , \ln(x^2 - 8) = 0 \quad (3)$$

$$\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4) \quad (6) , \ln(3x - 4) = \ln(x^2 - 4) \quad (5)$$

$$. \ln(x - 2) = \ln(x^2 - 2) \quad (8) , \ln(x - 2) = \ln 2 \quad (7)$$

التمرين الرابع :

حل المعادلات التالية :

$$. \ln(x - 2) + \ln(x - 32) = 6 \ln(2) \quad (1)$$

$$. \ln(x - 2)(x - 32) = 6 \ln(2) \quad (2)$$

$$. \ln(-2x + 7) - \ln(4x - 9) = -\ln(3) \quad (3)$$

$$. \ln(x^2 - 1) = \ln(4x - 1) - 2 \ln(2) \quad (4)$$

$$. (\ln x)^2 - \ln(x) - 6 = 0 \quad (5)$$

التمرين الخامس :

حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 7 \\ 3 \ln x - 5 \ln y = 4 \end{cases}$$

التمرين السادس :

حل المتراجحات التالية :

$$\ln(4x - 8) \leq \ln(3) \quad (2) , \ln(4x - 8) > 0 \quad (1)$$

$$\ln(x - 2) \geq \ln(2x - 1) \quad (4) , \ln(x + 2) \leq \ln(x^2) \quad (3)$$

$$\ln(x^2 - 1) \leq \ln(4x - 1) - 2 \ln(2) \quad (5)$$

$$\ln(x^2 - x - 2) < 2 \ln(3 - x) \quad (6)$$

$$e^x + e^{-x} - 6 > 0 \quad (8) , (\ln x)^2 - \ln(x) - 6 > 0 \quad (7)$$

$$. \frac{1 + \ln(x)}{2 - \ln(x)} > 0 \quad (9)$$

التمرين السابع :

في كل مما يلي عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n :

$$. \left(\frac{1}{3}\right)^n \leq 10^{-2} \quad (3) , \left(\frac{2}{5}\right)^n \leq 0,2 \quad (2) , \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n \geq 2 \quad (1)$$

التمرين الثامن :

أحسب الدوال المشتقة للدوال التالية :

$$. f(x) = -\frac{x}{2} + 1 + 2 \ln x \quad (1)$$

$$. g(x) = x \ln x - x \quad (2)$$

$$. h(x) = \ln(-3x + 1) \quad (3)$$

$$. \varphi(x) = \ln(\ln x) \quad (4)$$

$$. u(x) = \frac{\ln x}{x} \quad (5)$$

$$. v(x) = \ln x^2 \quad (6)$$

$$. k(x) = x^2 \ln x \quad (7)$$

$$. p(x) = (\ln x)^2 \quad (8)$$

التدرب على حساب نهايات الدوال اللوغاريتمية

المجموعة الأولى : أجب ذهنياً

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \ln x = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \ln x = \dots$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x^2 = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \ln x^2 = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x^3 \ln x = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} x \ln x = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln x }{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = \dots$
$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1}{\ln x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln x^2}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x^2}{x} = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \ln x) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln x} = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1}{x \ln x} = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \ln x} = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 1} \frac{1}{x \ln x} = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 1} \frac{1}{\ln x} = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{<} 1} \frac{1}{\ln x} = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (1 - x) \ln x = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x) \ln x = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \ln x = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 - x) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2 - x) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left(2 - \frac{1}{\ln x}\right) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{\ln x}\right) = \dots$

المجموعة الثانية :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(\ln x)^2 - \ln x \right] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (x^2 - 1 - \ln x) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1 - \ln x) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x) = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{<} 1} [x - \ln(1-x)] = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [x - \ln(1-x)] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left[(\ln x)^2 - \ln x \right] = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x - \ln x}{x} \right) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left(\ln x + \frac{1}{x} \right) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (x - x^2 \ln x) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (x - x \ln x) = \dots$
$\lim_{x \xrightarrow{>} 2} \left[\ln(x-2) + \frac{3}{x-2} \right] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 1} \left[\ln(x^3 - 2x^2 + 1) \right] = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\ln(x^3 - 2x^2 + 1) \right] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (2 - \ln x) x^2 = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + 2 \ln(2x)}{4x^2} \right) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left(\frac{x+2}{x-2} \right) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{x}{\ln x} \right) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 1} \left(\ln x - \frac{1}{\ln x} \right) = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 + x - \ln(x+1) \right] = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - 5 \ln \left(\frac{x}{x-1} \right) \right] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left[x + 2 - 5 \ln \left(\frac{x}{x-1} \right) \right] = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left(\frac{1 + 2 \ln(2x)}{4x^2} \right) = \dots$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - 2x \ln(x+1) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (\sqrt{1 - \ln x}) = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left(\ln(3x) + \frac{1}{x} \right) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x+1) - \ln x] = \dots$
$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} (x - 3 - x^2 \ln x) = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - x + 2 \ln x}{2} = \dots$	$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1 + 2 \ln x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) \ln(-x) = \dots$