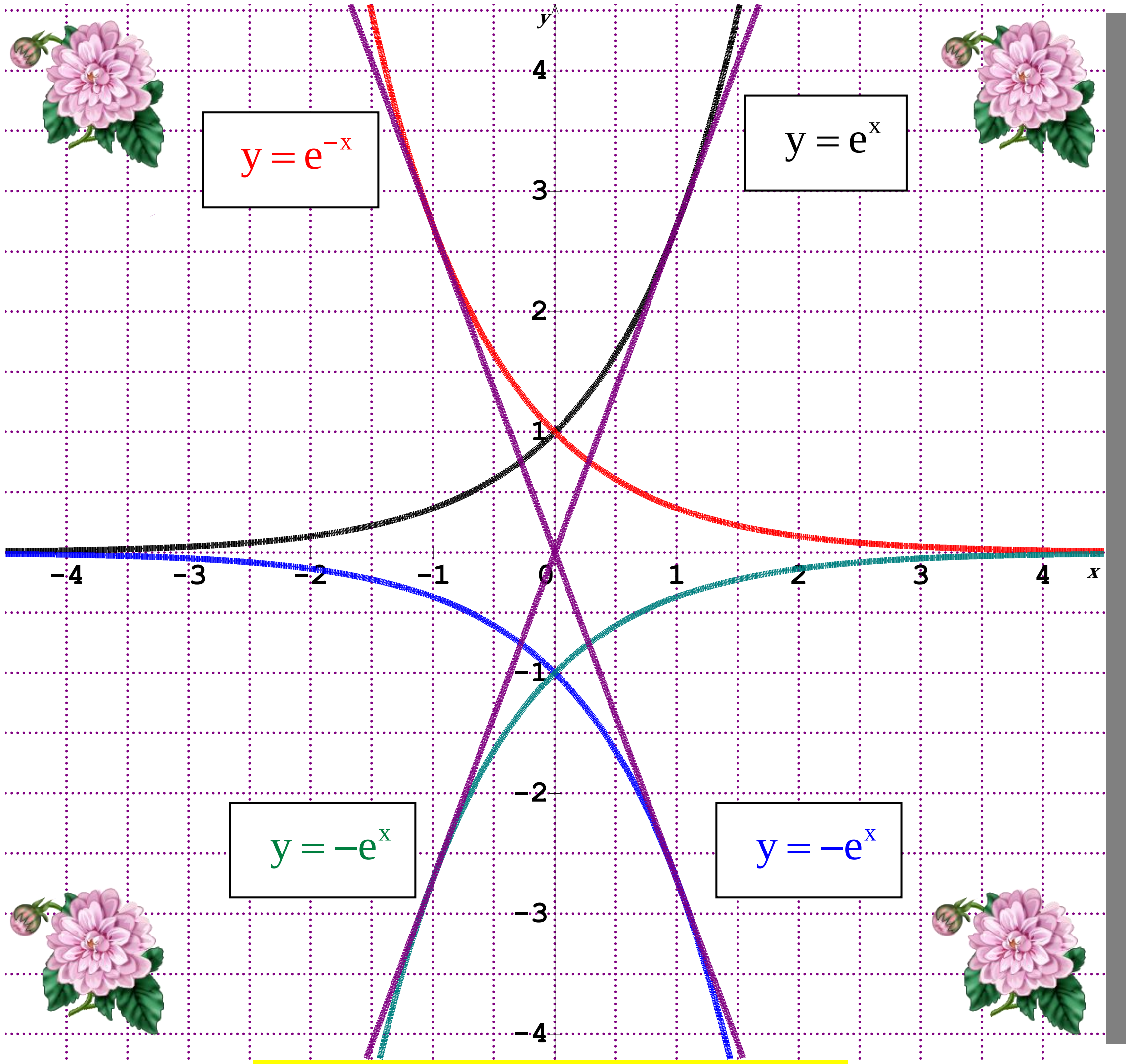
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال الأســـية في البكالوريا بين يديك

الشعب: علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2019-2018

إعداد الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربي الجزائري

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال الأسـيــة في البكالوريا بين يديك

الشعب: علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تمارين تدريبية

الجزء الثاني

تمارين البكالوريا الجزائرية

الشعب:العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

تمارين البكالوريات الاجنبية

1)بكالوريا ت جزائرية نظام قديم -2)بكالوريات أجنبية

الجزء الرابع

تمارين مقترحة

****

BAC2019-2018

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

ملخص مختصر لدرس الدالة الأسية

1)تعريف

الدالة الأسية النيبيرية هي الدالة التي نرمز لها بالرمز $\exp(x)$

نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $\exp(x) = e^x$.

حالات خاصة : $\exp(0) = e^0 = 1$ و $\exp(1) = e^1 = e$ حيث $e \simeq 2{,}718$.

2) خواص و نتائج :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n :

أ) خواص : 1) $e^x \times e^y = e^{x+y}$ ، 2) $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ ، 3) $\dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ ، 4) $(e^x)^n = e^{nx}$

ب) نتائج: 1) $e^x \succ 0$ ، 2) $e^x = e^y$ تكافئ $x = y$ ، 3) $e^x \prec e^y$ تكافئ $x \prec y$

4) $y = e^x$ تكافئ $x = \ln y$ ، 5) $e^x \prec y$ تكافئ $x \prec \ln y$ ،6) $e^{\ln x} = x$ حيث $x \in \mathbb{R}_+$

3) حل المعادلة $ae^{2x} + be^x + c = 0$

حل المعادلة $ae^{2x} + be^x + c = 0$ يؤول لحل الجملة $\begin{cases} X = e^x \\ aX^2 + bX + c = 0 \end{cases}$

4)إشارة العبارة $\alpha e^{ax+b} + \beta$

1)إذا كان α و β موجبان تماما فإن: $\alpha e^{ax+b} + \beta \succ 0$.

2)إذا كان α و β سالبان تماما فإن: $\alpha e^{ax+b} + \beta \prec 0$.

3)إذا كان α وβ يختلفان في الإشارة فإن العبارة $\alpha e^{ax+b} + \beta$ تنعدم عند القيمة $x_0 = \dfrac{\ln(-\beta) - \ln\alpha - b}{a}$

وإشارة العبارة $\alpha e^{ax+b} + \beta$ تكون كمايلي:

أ) إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x \geq x_0$.

ب)عكس إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x \leq x_0$.

5)النهايات الشهيرة

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ ، 2) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ ، 3) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$ ، 3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ ، 6) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{e^{x-1} - 1}{x - 1} = 1$

6)الدالة المشتقة

1) من أجل كل عدد حقيقي x : $(e^x)' = e^x$

2) من أجل كل عدد حقيقي x : $(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}$ حيث a و b عددان حقيقيان

3) إذا كانت الدالة u قابلة للإشتقاق على المجال D فإن الدالة $x \to e^{u(x)}$ قابلة للإشتقاق على المجال D حيث: $\left[e^{u(x)}\right]' = u'(x)e^{u(x)}$ (مشتقة دالة مركبة).

<u>نتيجة</u> : الدالتان u و $x \to e^{u(x)}$ لهما نفس اتجاه التغير على المجال D.

7) دراسة الدالة $x \to e^{x}$

* <u>دراس اتجاه التغير وتشكيل جدول التغيرات</u>

الدالة $x \to e^{x}$ معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول تغيراتها يكون كمايلي:

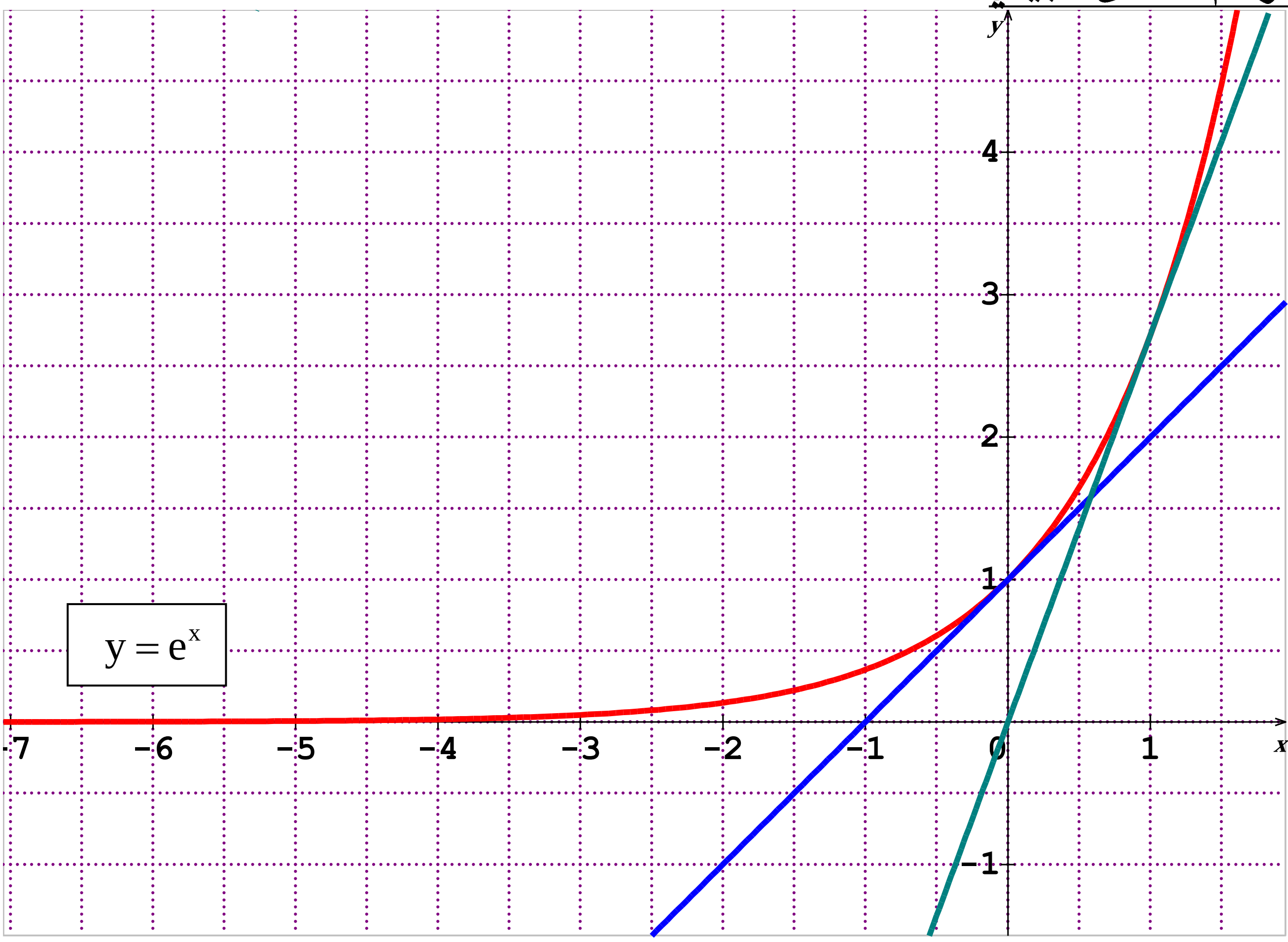
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$(e^{x})' = e^{x}$		+		
e^{x}	0 ↗	1	e	↗ $+\infty$

<u>نتيجة:</u>

من أجل كل عدد حقيقي $x < 0$ فإن: $0 < e^{x} < 1$

من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن: $e^{x} > 1$

* <u>رسم المنحنى البياني</u>



الجزء الأول: تدريبيـــات متنوعة

التمريـــــن01

1-بسط العبارات التالية :

$A=(e^{-2})^3\times(e^3)^2$ ، $B=(e^x-1)^3-(e^x+1)^3$ ، $D=\frac{e^{-x}}{e^{-x}-1}-\frac{e^x}{e^x+1}$ ، $C=(e^{2x}+1)^2(e^{2x}-1)^2$

2- تحقق من صحة المساواة التالية من اجل كل x من $\mathbb{R}$

1) $(e^x+e^{-x})^2-(e^x-e^{-x})^2=4$ ، 2) $\frac{-1}{1-xe^{-x}}=\frac{e^x}{x-e^x}$ ، 3) $\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^{-x}+e^x}$ ، 4) $\frac{3e^x-1}{1+e^x}+1=\frac{4e^x}{e^x+1}$

التمريـــــن02

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1) $e^{3-x}=1$ ، 2) $e^{4x^2+6}=e^{14x}$ ، 3) $\frac{2e^{2x}}{e^x+1}=\frac{1}{e^{-x}}$ ، 4) $(e^{2x}-e)(e^{-2x}+2)=0$.

5) $e^{2x}-4e^x+3=0$ ، 6) $e^{2x}+e^{1-2x}=e+1$ ، 7) $e^x-2-3e^{-x}=0$

2-حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1) $e^x\geq 1$ ، 2) $e^{4x^2-1}\leq e^{3x}$ ، 3) $e^{-x}+e^x\leq 2$ ، 3) $e^{-x^2+x}\leq 1$ ، 5) $(2e^x-4)(e^x-1)\leq 0$

6) $(x+1)(e^x-1)\leq 0$ ، 7) $e^{2x}-2e^x-8>0$ ، 8) $2e^{2x}+3e^x-5\geq 0$ ، 9) $\frac{(x-1)(e^x-1)}{e^x-2}\leq 0$

التمريـــــن03

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2t^2-5t+2=0$

2) حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة :
$$\begin{cases}2e^{2x}-5e^x+2=0\\ e^x\times e^y=2\end{cases}$$

التمريـــــن04

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2t^3-7t^2+3t=0$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2e^{3x}-7e^{2x}+3e^x=0$ ثم استنتج حلول المتراجحة: $2e^{3x}-7e^{2x}+3e^x\leq 0$

التمريـــــن05

احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ،ثم فسر النتائج هندسيا في كل حالة

1) $f(x)=e^x-x$ ، 2) $f(x)=e^{2x}-e^x+1$ ، 3) $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$ ، 4) $f(x)=e^{-x}+x-1$

5) $f(x)=e^{-2x}-e^{-x}+1$ ، 6) $f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}$ ، 7) $f(x)=\frac{e^x-1}{2x}$ ، 8) $f(x)=(1+x)e^{-x}$

التمريـــــــن06

أدرس تغيرات الدوال التالية:

1) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=2+(x-1)e^{-x}$ 2) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=2-x^2e^{1-x}$ 3) $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$

4) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=x^2e^x-e$ 5) $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$ 6) $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}-x$

7) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$ 8) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=2e^x-x^2-x$

9) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=1-2x-e^{2x-2}$ 10) $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

11) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$ 12) $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$ 13) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=xe^{-x}$

14) $D_f=\mathbb{R}$ ، $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$ 15) $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

التمريـــــــن07

حدّد العبارات التالية الصحيحة والخاطئة مع التبرير

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{-x}$.

1) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)\times f(-x)\leq 0$ ، 2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=-\infty$

3) الدالة f تقبل قيمة حدية عظمى عند $x=1$.

4) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)+f(x)=e^{-x}$

التمريـــــــن08

نعتبر كثير الحدود التالي : $f(x)=2x^3-(1+2e)x^2+(e-1)x+e$.

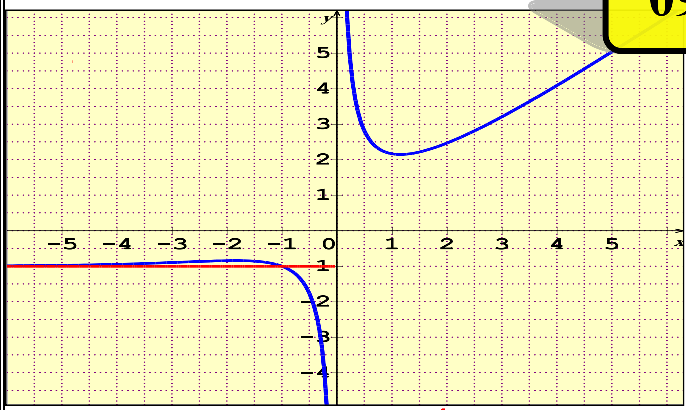
1)عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x:

$f(x)-f(1)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ ثم استنتج تحليلا لـ $f(x)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة والمتراجحة التاليتين:

$2e^{3x}-(1+2e)e^{2x}+(e-1)e^x+e=0$ ، $2e^{2x}+e\times e^{-x}\geq(1+2e)e^x-(e-1)$

التمريـــــــن09



الجزء A المنحني $(\mathcal{C})$ في الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $D=\mathbb{R}-\{0\}$ في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته: $y=-1$ مقاربان لـ $(\mathcal{C})$.

1) اقرأ بيانيا نهايات f عند أطراف D.

2) حل بيانيا كل من: أ) $f(x) = -1$؛ ب) $f(x) > -1$

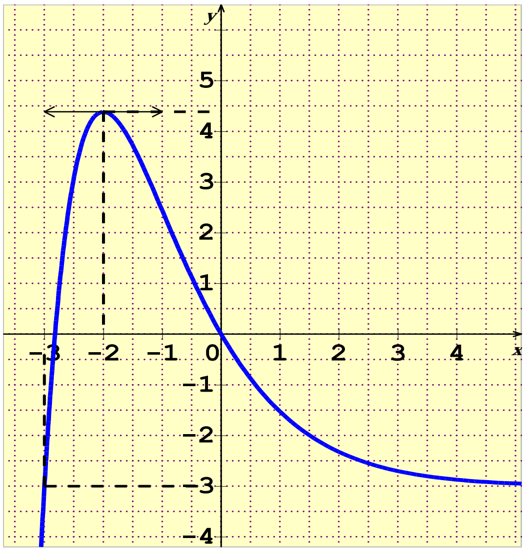
الجزء B: نقبل أن f معرفة بالدستور : $f(x) = \dfrac{xe^{x}+1}{e^{x}-1}$

1) ادرس، حسب قيم x إشارة $(e^{x}-1)$، ثم حل في $\mathbb{R}^{*}$ المتراجحة: $f(x) > -1$.

2) تحقق أن: $f(x) = -\dfrac{x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$، ثم جد من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x] = 0$، ثم فسر النتيجة بيانيا ؟

التمريـــــن10



f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = (x+a)e^{-x}+b$

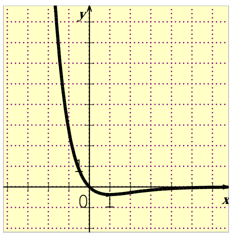
حيث a و b عددان حقيقيان وليكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f:

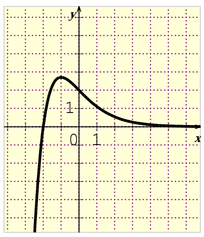
أ) عين $f(-3)$، $f(0)$، $f'(-2)$

ب) عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

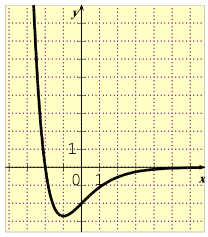
2) من بين المنحنيات (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f'.



(3)



(2)



(1)

2- أ) بين أن $f(x) = (x+3)e^{-x}-3$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]1{,}50\,;1{,}52[$

الجزء الثاني:تمارين البكالوريات

شعبة العلوم التجريبية

التمرين01: دورة 2018

I-g الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ)بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,38 \prec \alpha \prec -0,36$.

استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- أ) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ثم تفسير النتيجة بيانيا.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث: $(\Delta)\ :\ y=2x+1$.

2)بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ يكون: $f'(x)=g(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) .

5)عيّن عدد وإشارة حلول المعادلة $x=(1-m)e^{x}$

التمرين02: دورة 2017

I-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2-أ-بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1.

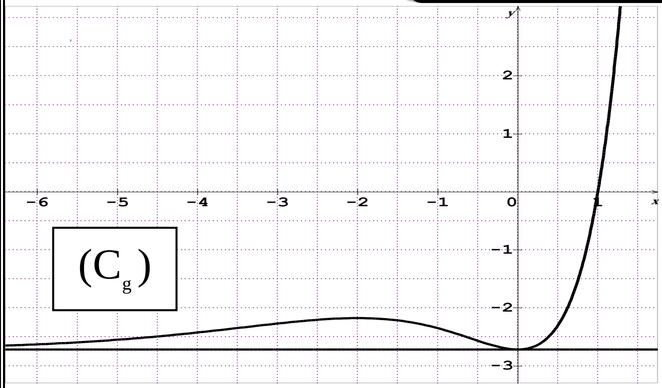
II- نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$

1-بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)\ge 0$،ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس(T)

2- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3-إنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f)على المجال $]-1;+\infty[$.

التمرين03:دورة 2017 الاستدراكية



I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ كما هو في الشكل المقابل

- احسب $g(1)$
- بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=e^{-x}-2-\dfrac{e}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب النهايات الأتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بيّن أن المنحنى (γ) ذو المعادلة $y=e^{-x}-2$ و (C_f) متقاربان عند $-\infty$ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة (γ)

3- بين أنه من أجل كل حقيقي x غير معدوم: $f'(x)=\dfrac{-g(-x)}{x^2}$.

4- استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5- بيّن كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة $x\to e^x$ ثم ارسم كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

التمرين04: دورة 2016

I- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2-أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1{,}52<\alpha<-1{,}51$

ب) استنتج إشارة $g(x)$.

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ وليكن (C_f) و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 1cm

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}38$)

د) عيّن دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ وفسير هندسيا للنتيجة.

2-أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=-x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

جـ) بيّن أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثياهما.

د) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $]-2;+\infty[$.

التمرين 05 :دورة 2016 الاستدراكية

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^x-x^2-x$

I-1-أ) حساب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ودراسة اتجاه تغير الدالة g'

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)\succ 0$.

جـ) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وشكل جدول تغيراتها

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1{,}38\prec\alpha\prec-1{,}37$

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على من أجل كل عدد حقيقي x.

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{xe^x.g(x)}{(e^x-x)^2}$

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، وشكل جدول تغيراتها

2-أ) بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ) ارسم المنحنى (C_f)

التمرين 06 :دورة 2015

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن: $0{,}36\prec\alpha\prec 0{,}37$.

3) أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني

1- أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=e^{2x+2}.g(-x)$.

ب) أستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ: $f(-\alpha)\approx 0,1$.

التمرين 07 :دورة 2013

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	−0,005
0,23	−0,026
0,24	−0,048
0,25	−0,070

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ و(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}f(x)$ واستنتج المستقيمين المقاربين لـ (C)

2) احسب $f'(x)$. بيّن أن f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α باستعمال الجدول أعلاه ثم جد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2-أ) تحقق من أن: $g(\frac{\alpha+1}{2})=0$ ثم بيّن أن $g'(\frac{\alpha+1}{2})=2f'(\alpha)$

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

جـ) تحقق من أن: $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

التمرين 08 :دورة 2012

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha\in[-1;+\infty[$

ب- تحقق أن: $0,5\prec\alpha\prec0,6$ أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

أستنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.(تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ-بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5)أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1{,}6\prec x_1\prec -1{,}5$ وَ $1{,}5\prec x_2\prec 1{,}6$.

ب-أنشئ (Δ)و(C_f)

التمرين 09: دورة 2011

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-ex-1$

و (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1-أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.   ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها.

جـ-شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2-أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى(C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- أكتب معادلة للمستقيم(T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1{,}75;1{,}76[$ حلا وحيدا α.

د-أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم (C_f) في المجال $]-\infty;2]$

التمرين 10: دورة 2010

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)$ وَ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2)أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) بيّن أن المنحنى(C_f)يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و(Δ').

معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من(Δ) و(Δ').

4)بيّن أن النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$هي مركز تناظر للمنحنى$(C_f)$.

5)أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و βحيث: $\ln 2\prec\alpha\prec 1$ وَ $-1{,}4\prec\beta\prec -1{,}3$.

ب)هل توجد مماسات لـ (C_f)توازي المستقيم (Δ)؟.

جـ) أرسم (Δ) و(Δ').ثم المنحنى(C_f).

د)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

التمرين 11:دورة 2008

I-f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$

حيث a وb عددان حقيقيان. (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

عين a وb بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$

II- نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي:

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا($\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

جـ)بين أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها

د)اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) أرسم (C_g).

و) k الدالة المعرفة المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

شعبة :تقني رياضي

التمرين12: دورة 2018

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim_{x \to 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا ، ثم أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

2-بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$.

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) hالدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم أستنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

4) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{(x-1)}$، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T).فسر النتيجة بيانيا.

5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A(-2;\frac{2}{3}e^2)$، ثم أرسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2;1[$.

التمرين13: دورة 2017

I-لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1-2xe^{-x}$

- أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ- أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2-أ) بيّن أن $\lim_{x \to +\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ: (Δ) لمقارب المائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ).

3-أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4-باستعمال المنحنى (C_f)،عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حليّن مختلفين.

التمرين 14 :دورة 2015

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+2)e^{x}-2$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ وَ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1)بيّن أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2 -أ)بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

ب) أستنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3- أ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α وβ حيث: $0,92 \prec \alpha \prec 0,93$ وَ $-1,56 \prec \beta \prec -1,55$

ب) أرسم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$

التمرين 15 :دورة 2014

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^{x}$.

(C_f)منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

1-عين نهاية f عند كل من$-\infty$ و $+\infty$.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=1$تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$. ثم تحقق أن: $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$

ب)أكتب معادلة لـ(T)مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1وحدد وضعية (C_f)بالنسبة لـ(T)

جـ)أرسم (T) و (C_f).

4)عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$حلاواحدا في $\mathbb{R}$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$. و(C_h) تمثيلها البياني.

أ)بيّن أن الدالة h زوجية. ب)أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى(C_f).

6) g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث a وbعددان حقيقيان.

عيّن a وb حتى يكون : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$

التمرين 16 :دورة 2013

I - g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$

1)أدرس تغيرات الدالة g، شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 \prec \alpha \prec 1,60$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm] .

1-بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلاتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2- أ)برهن أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب)أستنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم أستنتج إشارة $f(x)$.

3-أ)بيّن أن : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$. ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$(تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) أرسم (C_f).

4-ناقش بيانيا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m،عدد وإشارة حلول المعادلة $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

أ)أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم أستنتج إشارة $h'(x)$. ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين 17:دورة 2011

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=3-\dfrac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-ادرس تغيرات الدالة f .

2- عيّن المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

3-بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطاب تعيينها ثم اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عندها.

4-لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=f(x)-x$

أ- ادرس تغيرات الدالة g.

ب-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا و حيدا α حيث $2,7<\alpha<2,8$.

- أحسب $f(-x)+f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم الذي معادلته : $y=x$ و (C_f).

التمرين 18 :دورة 2010

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$ من اجل كل $x\in\mathbb{R}^*$

2-احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها.

3-بيّن أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) (D) و(D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$

بيّن أن (D) و(D') مقاربان لـ (C_f) ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث: $0,9\prec x_0\prec 0,91$ و $-1,66\prec x_1\prec -1,65$

ج) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

د) أرسم (D) و(D') و (C_f) .

5-m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

6- g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب g(x) بدلالة x

التمرين 19 :دورة 2009

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\frac{2}{1+e^x}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أحسب $f(-x)+f(x)$ و ماذا تستنتج ؟.

2-أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3-بيّن أن المستقيم $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

4-احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $-1,7\prec\alpha\prec-1,6$

6-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

7-بيّن أن المنحنى (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربا ن ثم ارسم المنحنى (C_f).

شعبة :الرياضيات

التمرين 20 :دورة 2018

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

1) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$

وأستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,9<\alpha<1$.

واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x)^2}$.

واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2-بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)$ (يمكن وضع) يمكن وضع ($t=-\dfrac{1}{x}$) ثم استنتج ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقاري للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$.

3- h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=\dfrac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) تحقق أن: $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4-أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq1,73$)

التمرين 21 :دورة 2017

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعين معادلة له

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$.

ثم أستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3- h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج اشارة $h(x)$ وحدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $]0;+\infty[$.

4-إرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $]0;+\infty[$.

5-نعتبر الوسيط الحقيقي m والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $(E)....f(x)=m(x-2)$

ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6- g الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

إعتمادا على السؤال رقم (1) شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمرين 22 :دورة 2017 الاستثنائية

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

I--نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$ و(C) تمثيلها البياني

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما،أحسب $f(-2)$ وأرسم (C_f)

II- ليكن m وسيط حقيقي،نعتبر الدالة العددية f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

و(C_m) تمثيلها البياني في امعلم السابق.

1-أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثييها.

2- أدرس إتجاه تغير f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

3- M_m نقطة من (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m=1-m$

أثبت أنه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإن M_m تنتمي إلى منحنى يطلب تعيينه.

4-أدرس حسب قيم الوسيط m حيث $m\neq 2$ الوضعية النسبية للمنحنين (C) و (C_m)

التمرين 23 :دورة جوان2016

Iφ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $\varphi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ و شكل جدول تغيراتها.

2)تبيان أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يختلفعن 1، ثم تحقق أن $2,79\prec\alpha\prec 2,80$

3) استنتاج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II-f و g الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$

1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3)ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

4-أ) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$

ب)ادرس اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g)

التمرين 24 :دورة جوان 2015

f الدالة المعرفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3-أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$.

استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعين معادلة له.

5) g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$. ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

6-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x)\succ x$.

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

جـ)أنشئ المنحنى (C_f).

8) m عدد حقيقي ، h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

أ) أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب)باستعمال (C_f)، ناقش بيانيا وحسب الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $h'_m(x)=0$

التمرين 25 :دورة جوان 2014

I)الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^x-1$.

1-ادرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث: $-1,2\prec\alpha\prec-1,1$ وّ $1,8\prec\beta\prec1,9$.

3- استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2-بيّن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

4-احسب $f(1)$ ، ثم أرسم المنحنى (C_f).

التمرين 26 :دورة جوان2013

I-الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1- أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2- أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$.

تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0,8\prec\alpha\prec-0,7$.

ب- استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x.

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$. و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm] .

1- أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ-أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2- أ-بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

ب-شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ: $f(\alpha)=-0,9$)

3- أ-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين ، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 .

يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب-مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f).

جـ-ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x:

$(x+1)^2+me^x=0$.

التمرين 27 :دورة جوان2012

I - g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2-xe^x$

1)أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$

3) عين حسب قيم x ، اشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm] .

1)بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

2)أ-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ب-بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4)أ-بيّن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب-بيّن أن $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) أرسم (Δ) و (Δ') و (C_f).

6)ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

التمرين 28 :دورة جوان2010

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^x-3$

1)أدرس تغيرات الدالة g.

2)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر $\alpha\in]2,82;2,83[$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1}; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$ واكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند O

2) أ)بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب)بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

جـ) تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ، ثم عين حصرا له.

د)أنشئ جدول تغيرات f

3)أحسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\to -x^3$

4) بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

5)أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C_f) و (C)

التمرين 29 :دورة جوان2008

I) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{4}{e^{x}+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) بين ان (C_f) يقبل نقط إنعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند ω.

ثم بين ان ω مركز تناظر لـ (C_f)

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$

استنتج ان (C_f) يقبل مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما

4) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $x_0\in]-2,77;-2,76[$.

احسب $f(1)$ و $f(-1)$ ارسم (C_f)

II) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x+3-\frac{4}{e^{x}+1}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$

2) انشئ (C_g) في نفس المعلم السابق(دون دراسة g).

الجزء الثاني:بكالوريات جزائرية و أجنبية

بكالوريات جزائرية-نظام قديم

التمرين 30:بكالوريا جوان98 ج

المستوي(π) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x)=\frac{2e^x}{e^x-1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

أ. أدرس تغيرات الدالة f و أثبت أنّ (C_f) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة

ب- بيّن أنّ النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)

جـ- أحسب: $f(\ln 2)$، $f(\ln 3)$ و $f(2\ln 3)$ ثم أرسم المنحني (C_f)

2- لتكن الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\frac{2e^x}{|e^x-1|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ- أكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ب- باستخدام المنحني (C_f) أرسم المنحني (C_h)

جـ- ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $(m-3)|e^x-1|=2e^x$

التمرين 31:بكالوريا سبتمبر2001

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+1+e^{2x}-e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني:

I-1-أ) أدرس تغيرات الدالة f.

ب) بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا(Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و(Δ).

2-أ) x_0 عدد حقيقي، نعتبر (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة x_0.

عين x_0 حتى يكون (T) موازيا لـ(Δ). ثم اكتب عندئذ معادلة لـ (T)

ب) بيَّن أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين احداثييها.

جـ) أرسم (T) وّ (C_f) في نفس المعلم على المجال $]-\infty;1]$

د) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (T_m) الذي معادلته : $y=-x+m$

التمرين 32:بكالوريا جوان2005

الجزء I: لتكن الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x+1+e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة h.

2- أثبت أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن: $-1,28 \prec \alpha \prec -1,27$

3- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $h(x)$

الجزءII : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني

1- أ- بين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x: $f'(x)=\frac{h(x).e^x}{(e^x+1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- ادرس تغيرات الدالة f.

2- بيّن أنّ: $f(\alpha)=\alpha+1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3- أ- ليكن (T) مماس (C_f) في النقطة O. اكتب معادلة للمستقيم (T).

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (Δ) معادلته $y=x$، ثم ادرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

جـ-أحسب $f(-2)$، $f(-1)$ ، $f(1)$، $f(2)$، $f(3)$. ثم أنشئ في نفس المعلم (Δ) و (T) و (C_f).

التمرين 33: بكالوريا جوان 2006

أ)-لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$

1- ادرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن: $1,68 \prec \alpha \prec 1,69$

3-استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

2- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^x+4x-1}{e^x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني وحدة الطول $2cm$

ب)- 1- بين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x: $f'(x)=\frac{2.g(x)}{(e^x+1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2- بيّن أنّ: $f(\alpha)=4\alpha-5$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- ادرس تغيرات الدالة f.

4- بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) ذو المعادلة: $y=4x-1$

5- أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ).

جـ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=2$.

د) أرسم كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f).

هـ)ناقش بيانيا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $me^x-4x+m+2=0$

بكالوريات أجنبية

التمرين 34:عن بكالوريا فرنسا 2018

(ترجمة الأستاذ جبالي/بتصرّف)

I- لتكن g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-2x^3+x^2-1$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أنّ $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\left(1+x+x^2+x^3\right)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$: (الوحدة: $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$ ؛ $\left\|\vec{j}\right\|=1cm$).

2) ا- برهن أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $1\prec x\prec x^2\prec x^3$.

ب- استنتج أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $0\prec f(x)\prec 4x^3.e^{-2x+1}$.

جـ- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{t}{e^t}=0$، برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{e^x}=0$.

د- استنتج، من 2) جـ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثمّ فسّرها هندسيًا.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x).e^{-2x+1}$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

4) احسب $f(-1,1)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثمّ أنشئ (C_f)؛ (تعطى $f(\alpha)\simeq5$).

التمرين 35:عن بكالوريا تونس 2017

(ترجمة وتصرف الأستاذ:بالعبيدي م العربي)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=(1+x^2)e^{-x}$ واليكن (C) تمثيلها البياني في في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

2-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، : $f'(x)=-(x-1)^2e^{-x}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3-أ) أكتب معادلة ديكارتية لماس المنحنى(C)عند النقطة J ذات الفاصلة 0.

ب)لتكن A و B نقطتان من المنحنى (C) فاصلتاهما 1 و 3 على الترتيب.

بيّن أن النقطتين A و B نقطتي انعطاف للمنحنى (C).

4- في الشكل (1): (Γ) يمثل المنحنى البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالة g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x$.

- E و F نقطتان من المنحنى (Γ) فاصلتاهما (-1) و $(\ln 10-3)$ على الترتيب و G نقطة من المستوي احداثياها $(0;1-6e^{-3})$.

أ)عبر عن $f(1)$ بدلالة $g(-1)$ و عن $f(3)$ بدلالة $g(-3)$.

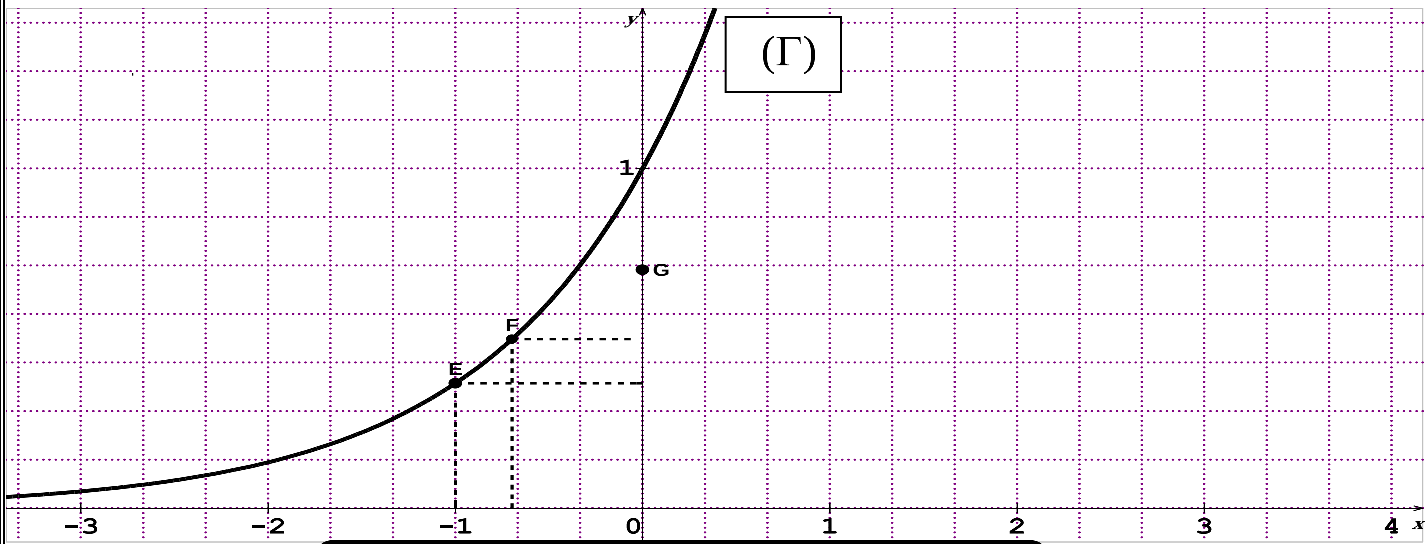
ب) أنشئ كلا من النقطتين A و B في الشكل (1) (لاحظ أن: $10g(-3)=g(\ln 10-3)$)

5-أ) لتكن K نقطة من المستوي احداثياها $(\frac{11}{2};0)$

بيّن أن المستقيم (BK) يمس المنحنى (C) في النقطة B.

ب) أرسم المنحنى (C) في الشكل 1 والمماسات للمنحنى (C) عند كلا من A، J و B.

.....(الشكل1)..



التمرين 36:عن بكالوريا تونس 2016

(ترجمة وتصرف الأستاذ:محمد جبالي)

1)لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2e^x$.

أ) بيّن أن gمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) قارن بين x و $\frac{1}{x}$ في المجال $]0;1[$ وفي المجال $]1;+\infty[$.

جـ) أستنتج أنه إذا كان $x\in]0;1[$ فإن $g(x)<g(\frac{1}{x})$ وإذا كان $x\in]1;+\infty[$ فإن $g(x)>g(\frac{1}{x})$

2)نعتبر الدالة f والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x^2-2x+2)e^x+e^{\frac{1}{x}}$

ونرمز بـ: (C_f) إلى منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوي.

أحسب $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى بيانيا.

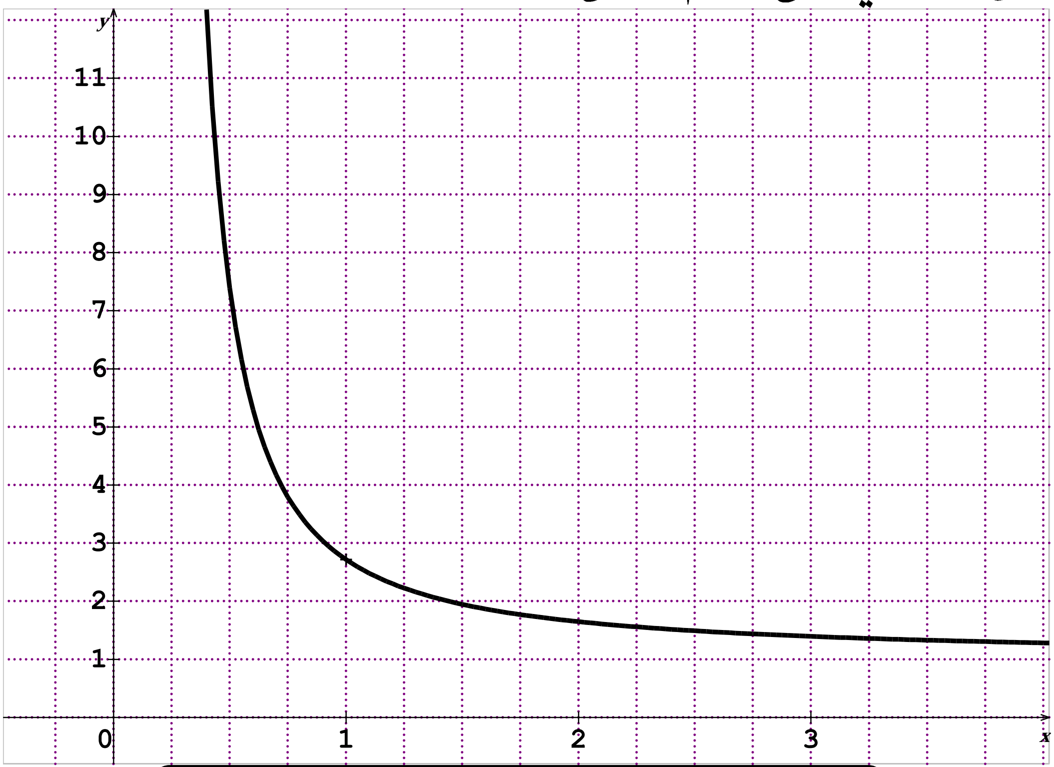
3- أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ، فإن : $f'(x)=g(x)-g(\frac{1}{x})$

ب)أحسب $f'(1)$: ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) في آخر التمرين ، مثلنا المنحنى (C_h) للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}$

أ) بيّن أن (C_f) فوق (C_h) .

ب)إنشئ المنحنى (C_f) في نفس المعلم (تعطى $f(1,5)\simeq 7;55$) .



التمرين 37:عن بكالوريا الكامرون 2016

(ترجمة وتصرف الأستاذ:محمد جبالي)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-\frac{e^x-3}{e^x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ) أحسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب)بيّن أن المستقيمين $(D_1):y=x+3$ و $(D_2):y=x-1$ مقاربان للمنحنى (C_f) .

2-أ) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب)أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f.

3-أ) استنتج من جدول تغيرات f أن النقطة $I(0;1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

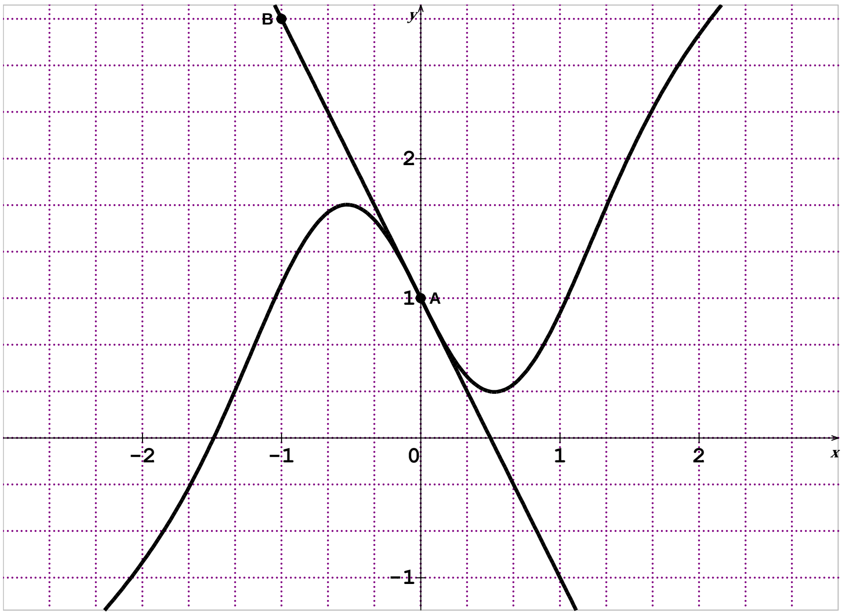
ب)أعط معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) ، عند النقطة I .

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $-2,8<\alpha<-2,7$.

5)أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة I ، ويوازي المستقيمين (D_1) و (D_2) .
6)أنشئ المماس (T) و المستقيم (Δ) ، ثم المنحنى (C_f).
7) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة :
$$x(e^x+1)(1-m)-e^x-1=e^x-3$$

التمرين 38:عن بكالوريا فرنسا(Métropole) 2014

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



1- أ)بين أن المنحنى (C) يشمل النقطة A .
ب) عين معامل توجيه المستقيم (AB).
جـ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$
د)عين العدد a بحيث يكون المستقيم (AB) مماسا لـ (C) في A

2-من السؤال السابق ، من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x)=x+1-3xe^{-x^2}$ و $f'(x)=1+3(2x^2-1)e^{-x^2}$.

أ) بين أنه من أجل كل: $x\in]-1;0]$: $f(x)\succ 0$. و $x\in]-\infty;-1]$: $f'(x)\succ 0$.

ب)بيّن أنه يوجدعدد حقيقي وحيد $c\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ حيث: $f(c)=0$، تحقق أن $c\prec -\frac{3}{2}+2\times 10^{-2}$

التمرين 39:تونس 2014

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني.

1- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$، ثم إستنتج أن الدالة f فردية.

2- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3-بيّن أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وأعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}_+$

- أستنتج أن من أجل كل x من $\mathbb{R}_+$: $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$

4-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]=$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5-إنشئ في المعلم السابق المستقيم الذي معادلته: $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أرسم المنحنى (C_f).

التمرين 40: المغرب 2014

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-x}+x-1$:

1- ادرس تغيرات الدالة g.

2- $g(0)$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{-x}+x\ge1$.

II نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x)=\frac{x}{e^{-x}+x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1-بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ (استعمل نتيجة السؤال I-2).

2-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$.

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

ب)أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.

4-أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة O مبدأ المعلم.

ب) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=\frac{x.g(x)}{g(x)+1}$ ، ثم أدرس إشارة $x-f(x)$ على $\mathbb{R}$.

جـ)استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$.

5-إنشئ كلا من (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين 41: كاليدونيا الجديدة 2011

الدالة f العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+4x+3)e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x^2+2x-1)e^{-x}+1$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا، ثم أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين نسمي α الحل غير المعدوم
ب):بيّن أن $-2,4 \prec \alpha \prec -2,3$: ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.
الجزء الثاني:1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$
2) أدرس تغيرات الدالة f (نأخذ $\alpha=-2,35$)
3) بيّن أن المستقيم (D)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند$+\infty$.
4) بيّن أن المستقيم (D) و المنحنى (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما.
5) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).
6) أرسم كلا من المستقيم (D) و المنحنى (C_f).

التمرين 42:فرنسا(REUNION) 2007

fالدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

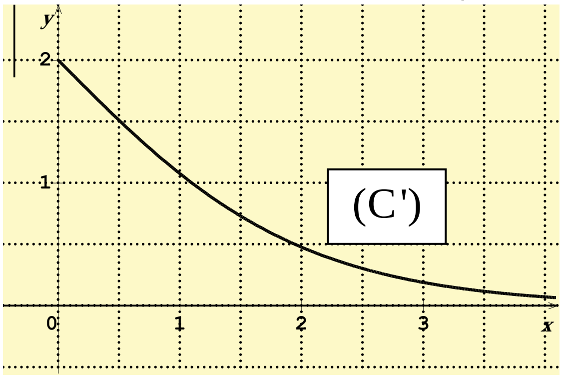
1-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
2-أ) أثبت أن النهاية : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{e^x-1}=1$.
ب) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند 0 وفسر النتيجة بيانيا.
3-أ) برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x \geq x+1$.
ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{e^x.g(x)}{(e^x-1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها.
جـ) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
4- أ)بيّن أن المستقيم(Δ)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)
5- أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).
6-أ) x عدد حقيقي غير معدوم ، نعتبر النقطتين$M(x;f(x))$ و $M'(-x;f(-x))$ من المنحنى (C_f)
عين معامل توجيه المستقيم (MM').
ب) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 ،ماذا تعني النتيجة السابقة ؟.

التمرين 43:فرنسا(Polynesie) 2010

I-نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^x-xe^x+1$.
1-أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ثم أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.
ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 \prec \alpha \prec 1,3$

3)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{4x}{e^x+1}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول على محور الفواصل 1cm و على محور التراتيب 4cm.



1-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب)أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2-أ) أثبت أن : $f(\alpha)=4(\alpha-1)$

ب) أرسم المنحنى (C) في المعلم السابق.

III- نمثل في الشكل المقابل المنحنى (C') للدالة h والمعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{4}{e^x+1}$. من أجل كل عدد حقيقي ، نسمي M ، P و Q النقط التي احداثياتها على الترتيب $(x;h(x))$ ، $(x;0)$ و $(0;h(x))$

أ-بيّن أن مساحة المستطيل OPMQ تكون أعظمية إذا كانت α فاصلة النقطة M.

ب-نفرض أن فاصلة M هي α.

أثبت أن المماس (T) في النقطة M للمنحنى (C') يوازي المستقيم (PQ).

التمرين 44: تونس 2008

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$. نسمّي (C) تمثيلها البياني

1)ا-احسب $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ و $\lim_{x\to 0^+} f(x)$، ثم فسّر النتيجتيْن بيانيّا

ب- أكمل دراسة تغيّرات f، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

جـ-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha\in\,]\ln2;1[$ يحقق $f(\alpha)=0$ ثم أثبت أنّ $f'(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$

هـ-اكتب معادلة المماس (T) لـ(C) في النقطة $A(\alpha;f(\alpha))$

2)ا- ليكن x من $\mathbb{R}^*$ ؛ احسب $f(-x)+f(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيّا لهذه النتيجة.

ب- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ثم فسّر النتيجتيْن بيانيا .

جـ-أنشئ (T) و(C) في المعلم السابق؛نأخذ $\alpha\approx 0,8$.

3) هل توجد مماسات للمنحنى (C) تعامد المستقيم ذو المعادلة y=x ؟ برر جوابك.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $(m-1)=me^x$

5) g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث: $g(x)=-x+\frac{e^x}{e^x-1}$

بين أن $g(x)=f(-x)$ ثم أرسم (C_g).

التمرين 45:فرنسا 2012

(ترجمة وتصرّف الأستاذ جبالي)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x(e^x-e)+e-2$ نسمّي C_f تمثيلها البياني

في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. [الوحدة : $\|\vec{i}\|=4cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=2cm$]

1) ا- احسب $f'(x)$ ثمّ $f''(x)$.

ب) ادرس إشارة $f''(x)$ ، ثمّ استنتج تغيّرات f' على $\mathbb{R}$.

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α في المجال $]0,5;0,6[$ ؛ ثمّ استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

د) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f (تعطى $f(\alpha)\simeq 0.2$).

2) ا- أثبت أنّ المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-ex+e-2$ مقارب مائل للمنحني C_f بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى مستقيم (D).

جـ- بيّن أنه يوجد مماس (Δ) للمنحنى C_f يوازي المستقيم (D)، يطلب كتابة معادلة له.

د- أنشئ كلا من (Δ) و (D)، ثمّ المنحنى C_f على المجال $]-\infty;1,5]$ (تعطى $f(1,5)\simeq 3,36$).

هـ-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x}=x$.