## سلطان الحساب والتبسيط

**التمرين الأول :** برهن صحة كل مساواة :

1) $\frac{e^x}{2+e^x}=\frac{1}{2e^{-x}+1}$

2) $\left(e^x+e^{-x}\right)^2=\frac{e^{4x}+1}{e^{2x}}+2$

**التمرين الثاني :** بسط كتابة كل عدد : $A=e^x\times e^{-x}$

$B=e^x+2e^x$ , $C=\left(e^x\right)^3\times e^{-2x}$ , $D=\left(e^x\right)^{-2}\times e^{2x}$.

$E=\sqrt{3e^{-x}+6e^{-x}}$ , $F=e^{2x+2}\times e^{1-2x}$ , $G=\frac{e^{3x-1}}{e^{2-x}}$

$H=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2$

## سلطان المعادلات والمتراجحات

**التمرين الرابع:** حل المعادلات الآتية :

$e^{3x+1}=\frac{1}{e^2}$ , $e^{3-2x}=1$ , $e^x=\sqrt{e^{x-1}}$ , $e^{\frac{2x-1}{x-2}}-e=0$

$\left(e^{x-1}+2\right)\left(e^{x+2}-1\right)=0$ , $\frac{e^{-x}-3}{e^{-x}-5}=\frac{1}{2}$.

**التمرين السادس:** حل المعادلات الآتية :

$e^{2x}+e^x-2=0$ , $8-8e^{3x}=0$

$e^{6x}-4e^{3x}+3=0$ , $e^x+e^{-x}=1$.

$e^x+e^{1-x}=e+1$ , $3e^{-x}=4-e^x$

**التمرين الخامس :** حل المتراجحات الآتية :

$e^{2-x}<1$ ، $e^{2x-1}>e\sqrt{e}$ ، $-2e^x+2\geq 0$.

$1\leq 2-e^{x^2}$ , $\frac{e^{2x-1}}{e^{3x+1}}\geq\frac{1}{e^2}$ ، $e^{2x}-3e^x+2<0$

$e^{\frac{2x-1}{3x+1}}>\frac{1}{e}$ , $4e^{2x}<3e^x+1$ , $\frac{e^{2x}+1}{2e^x-1}\leq 2$.

**التمرين السادس:** حل الجملة :

$$\begin{cases}e^x+e^y=3\\e^{-x}+e^{-y}=\frac{3}{2}\end{cases}$$

**التمرين السابع :** باستعمال منحنى الدالة $x\mapsto e^x$ ، أنشئ منحنيات الدوال الآتية :

$h(x)=e^x+2$ ، $g(x)=\frac{1}{e^x}$ ، $k(x)=e^{x+1}-1$ ،

$q(x)=-e^{-x}$ .

( أذكر في كل حالة التحويل الذي استعملته )

## سلطان النهايات

**التمرين الثامن:** أحسب نهاية $f$ عند $-\infty$ و $+\infty$ .

$f(x)=e^{-x}$ , $f(x)=\sqrt{e^{2x}+1}$ , $f(x)=e^{2x}-2e^x$.

$f(x)=e^{x-x^2}$ , $f(x)=\frac{2e^x-1}{e^x+1}$ , $f(x)=\frac{e^{-x}+1}{e^x+1}$.

$f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.

**التمرين التاسع:** أحسب نهاية $f$ عند حدود مجال تعريفها $I$ .

1) $f(x)=e^{\frac{x-1}{x}}$ ، $I=]0;+\infty[$.

2) $f(x)=e^{-\frac{1}{x}}+e^x$ ، $I=]-\infty;0[$.

3) $f(x)=x-1-\frac{1}{e^x-1}$ ، $I=]0;+\infty[$.

**التمرين العاشر:** (باستعمال : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ ).

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{3x}-e^{2x}}{x}$ , $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{1-e^{-x}}$ , $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$.

$\lim\limits_{x\to 0}x\left(e^{\frac{1}{x^2}}-1\right)$ , $\lim\limits_{x\to 0}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$ , $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sqrt{x}}$.

**التمرين الحادي عشر:** ( التزايد المقارن )

$\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)e^{-x}$ , $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-x+1\right)e^x$ , $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{2x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x-1}{x}$ . $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-x\right)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-e^x}{x^2+x+1}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2+1}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$.

**التمرين الثاني عشر:** (حساب المشتقات) . أحسب $f'$ في كل حالة

$f(x)=e^{\frac{x-1}{x+1}}$ , $f(x)=4xe^x$ , $f(x)=x^3-e^2+e^{2x}$

$f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ ، $f(x)=2e^{3x}+e^{-x}$ ، $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

$f(x)=\frac{x^2+1}{e^x}$ ، $f(x)=\frac{e^x-1}{3e^x+2}$ , $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ ,

$f(x)=(1-x)e^{-x}$ ،

# تدرب على حساب نهايات في الدوال الأسية

I ) أحسب النهايات ، ثم فسر النتائج هندسيا في كل حالة من الحالات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{-x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{-x+1}\right)$ .

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x}{e^x}\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{e^x}\right)$ .

3) $\lim\limits_{x\to0^-}\left(e^{\frac{1}{x}}\right)$ و $\lim\limits_{x\to0^+}\left(e^{\frac{1}{x}}\right)$ .

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^{-x+1}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^{-x+1}$ .

5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1-e^x}{x}\right)$ و $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1-e^x}{x}\right)$ .

6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^x-x+1\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-x+1\right)$ .

( ماذا يمكن أن نقول بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة : $y=-x+1$ )

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-5e^x+1\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{2x}-5e^x+1\right)$ .

8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+1}\right)$ .

9) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x}{e^x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x}{e^x+1}\right)$ .

( ماذا يمكن أن نقول عن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ ) .

II ) عين نهايات الدالة $f$ عند $a$ في كل مـــايلي :

1) $a=0$ ; $x\mapsto\sqrt{e^{3x}-1}$ .

2) $a=+\infty$ ; $x\mapsto\dfrac{e^x+3}{e^x+2}$ .

3) $a=+\infty$ ; $x\mapsto e^x-x$ .

4) $a=-\infty$ ; $x\mapsto e^x\sin x$ .

بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2019

الأستاذ : بلقاسم عبدالرزاق