

تمارين و مشكلات

التمرين 1

ما هو باقي قسمة كل من الأعداد الآتية على 3 :
 4^{2007} , 2^{1954} , $4.7^n - 8$, حيث n عدد طبيعي .

التمرين 2

ما هو باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من الأعداد الآتية :
 2018^{645} , $(19)^{522} \times (23)^{987}$, $863^{1800} \times 8030^{1260}$

التمرين 3

أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $10^{3n} \equiv 1[37]$
 ثم استنتج باقي قسمة العدد : $10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$ على 37 .

التمرين 4

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن :

- 1) $n^7 \equiv n[7]$
- 2) $n(n^2 - 1) \equiv 0[3]$
- 3) $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0[17]$
- 4) $3^{2n+2} - 2^{n+1} \equiv 0[7]$

التمرين 5

ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 7^n على 9 .
 ما هو باقي قسمة $(56212)^{1954}$ على 9 .
 - عين الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها:

$$16^{3n} + 16^n - 2 \equiv 0[9]$$

التمرين 6

ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية لكن من
 العددين 5^n و 3^n على 11 ثم استنتج باقي قسمة العدد $5^n - 3^n$
 على 11 . عين الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها :
 $5^n - 3^n - 16 \equiv 0[11]$

التمرين 7

عين قيم العدد الصحيح x في كل حالة مما يلي :

- 1) $3x \equiv 4[7]$
- 2) $x^2 - 3x + 4 \equiv 0[7]$
- 3) $\begin{cases} x \equiv 3[5] \\ x \equiv 1[6] \end{cases}$

التمرين 8

عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $n^2 - 3n + 12 \equiv 0[n-2]$

التمرين 9

- 1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة لكل من
 2^n و 3^n على 7 .
- 2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $3^{2n} - 2^n \equiv 0[7]$
- 3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n
 فإن : $9^{2p+1} - 2^{2p+1} \equiv 0[7]$

(4) حدد قيم n بحيث : $3^n \equiv 2^n [7]$

التمرين 10

اكتب الأعداد الآتية و المكتوبة في النظام العشري في النظام ذو

الأساس 4 . 1418 , 1989 , 1961

ثم استنتج كتابتها في النظام الثنائي .

التمرين 11

حول إلى النظام الذي أساسه 11 الأعداد التالية :

15672^8 , 8945 , 101010^2 , 10141^5

التمرين 12

نعتبر العدد A الذي يكتب في نظام التعداد الذي أساسه 7 على الشكل:

$$A = \overline{63 \times 4}$$

عين العدد الطبيعي x بحيث يكون A قابلاً للقسمة على 6 .

التمرين 13

العدد N يكتب في نظام التعداد الذي أساسه 17

$$\text{على الشكل : } N = \overline{342x}$$

عين العدد x بحيث يكون N قابلاً للقسمة على 12 .

التمرين 14

1 - ادرس بواقى قسمة 4^n على 7 .

2 - يكتب العدد N على الشكل : $\overline{13321}$ في نظام التعداد

الذي أساسه 4 .

ما هو باقي قسمة N على 7 .

التمرين 15

في أي نظام تعداد لدينا المساواة : $\overline{122} \times \overline{103} = \overline{13121}$

التمرين 16

في أي نظام تعداد يكون لدينا : $\overline{(132)}^2 = \overline{21054}$

التمرين 17

يكتب العدان A و B في نظام مجهول على الشكل :

$$A = \overline{302} , B = \overline{402}$$

و يكتب العدد $A \times B$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 على الشكل :

$$\overline{.75583}$$

ما هو أساس نظام التعداد الأول .

التمرين 18

يكتب العدد 12551 في نظام تعداد مجهول على الشكل $\overline{30407}$ ما هو

أساس هذا النظام .

التمرين 19

أنجز العمليات التالية في نظام التعداد الذي أساسه 2 :

$$\overline{101011} + \overline{100111} , \overline{11110} + \overline{11111}$$

$$\overline{1111} \times \overline{1101} , \overline{10001} \times \overline{11100}$$

التمرين 20

a, b, c أعداد طبيعية حيث $1 < a \leq b \leq c$ عين a, b, c و الجداء abc
علما أن في نظام التعداد الذي أساسه a لدينا :
 $b + c = 46$ و $bc = 555$.

الحلول

التمرين 1

تعيين بواقي القسمة على 3 :

- لدينا $4111 \equiv 1[3]$ و منه $(4111)^{1830} \equiv (1)^{1830} [3]$
و عليه : $(4111)^{1830} \equiv 1[3]$
- لدينا : $4 \equiv 1[3]$ و عليه : $(4)^{2007} \equiv (1)^{2007} [3]$
إذن : $4^{2007} \equiv 1[3]$

- لدينا : $2^{1954} = (2^2)^{977}$ و منه : $2^{1954} = 4^{977}$
لكن : $4 \equiv 1[3]$ و عليه : $4^{977} \equiv 1[3]$ و منه : $2^{1954} \equiv 1[3]$
لدينا : $7 \equiv 1[3]$ و عليه : $7^n \equiv (1)^n [3]$ إذن : $7^n \equiv 1[3]$
لكن $4.7^n \equiv 1[3]$ و عليه : $4.7^n \equiv 1[3]$
و لدينا : $8 \equiv 2[3]$ و عليه : $4.7^n - 8 \equiv -1[3]$
لكن : $-1 \equiv 2[3]$ و منه : $4.7^n - 8 \equiv 2[3]$

التمرين 2

تعيين بواقي القسمة على 7 :

- لدينا $2018 \equiv 2[7]$ و عليه : $2018^{645} \equiv 2[7]$

إذن : $2018^{645} \equiv (2^3)^{216} [7]$ أي : $2018^{645} \equiv 8^{216} [7]$
لكن : $8 \equiv 1[7]$ و عليه : $8^{216} \equiv 1[7]$
لدينا $19 \equiv (-2)[7]$ و عليه : $(19)^{522} \equiv (-2)^{522} [7]$
أي أن $(19)^{522} \equiv 8^{174} [7]$ لكن : $8 \equiv 1[7]$
و عليه : $(19)^{522} \equiv 1[7]$
و لدينا : $23 \equiv 2[7]$ و عليه : $(23)^{987} \equiv 2^{987} [7]$
ومنه : $(23)^{987} \equiv (2^3)^{329} [7]$ أي : $(23)^{987} \equiv 8^{329} [7]$
لكن : $8 \equiv 1[7]$ و عليه : $(23)^{987} \equiv 1[7]$
من (1) و (2) : $(19)^{522} \times (23)^{987} \equiv 1[7]$
لدينا : $8030 \equiv 1[7]$ و منه : $(8030)^{1260} \equiv 1[7]$
 $863 \equiv 2[7]$ و منه : $(863)^{1800} \equiv 2^{1800} [7]$
إذن : $(863)^{1800} \equiv (2^3)^{600} [7]$ أي : $(863)^{1800} \equiv 8^{600} [7]$
و عليه : $(863)^{1800} \equiv 1[7]$ لأن : $8 \equiv 1[7]$
و بالتالي : $(863)^{1800} \times (8030)^{1260} \equiv 1[7]$

التمرين 3

- إثبات أن $10^{3n} \equiv 1[37]$:

لدينا : $10^{3n} \equiv (10^3)^n [37]$ أي : $10^{3n} \equiv (1000)^n [37]$
لكن : $1000 \equiv 1[37]$ و منه : $10^{3n} \equiv 1^n [37]$
أي : $10^{3n} \equiv 1[37]$
- استنتاج باقي قسمة $10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$ على 37 :

$$10^{10} + 10^{20} + 10^{30} = 10^{10}(1 + 10^2 + 10^3)$$

$$10^{10} \equiv 10^{3 \times 3 + 1} [37] \text{ و } 10^3 \equiv 1 [37] \text{ لدينا}$$

$$\text{و منه : } 10^{10} \equiv 10 [37] \text{ و } 10^{10} \equiv 10^{3 \times 3} \times 10 [37]$$

$$\text{و منه : } 10^{10} + 10^{20} + 10^{30} \equiv 10(1 + 10^2 + 1) [37]$$

$$\text{أي : } 10^{10} + 10^{20} + 10^{30} \equiv 10(1 + 10^3 + 10) [37]$$

$$\text{و بالتالي : } 10^{10} + 10^{20} + 10^{30} \equiv 21 [37] \text{ لأن } 10^3 \equiv 1 [37]$$

التمرين 4

$$(1) \text{ نبرهن أن } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 0 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 0 [7] \text{ و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 1 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 1 [7] \text{ و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 2 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 2^7 [7] \text{ و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 3 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 3^7 [7] \text{ و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 4 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 4^7 [7] \text{ و عليه :}$$

$$n^7 \equiv 16384 [7] \text{ أي أن : } n^7 \equiv 4 [7] \text{ إذن : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 5 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 5^7 [7] \text{ و عليه :}$$

$$n^7 \equiv 78125 [7] \text{ و منه : } n^7 \equiv 5 [7] \text{ و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 6 [7] \text{ فإن : } n^7 \equiv 6^7 [7]$$

$$\text{و عليه : } n^7 \equiv 279936 [7] \text{ و منه : } n^7 \equiv 6 [7]$$

$$\text{و عليه : } n^7 \equiv n [7]$$

$$\text{و منه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن } n^7 \equiv n [7]$$

$$(2) \text{ نبرهن أن : } n(n^2 - 1) \equiv 0 [3]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 0 [3] : n \equiv 0 [3] \text{ و منه : } n^2 - 1 \equiv -1 [3]$$

$$\text{و عليه : } n(n^2 - 1) \equiv 0 [3]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 1 [3] : n \equiv 1 [3] \text{ و منه : } n^2 - 1 \equiv 0 [3]$$

$$\text{و عليه : } n(n^2 - 1) \equiv 0 [3]$$

$$- \text{ من أجل } n \equiv 2 [3] : n \equiv 2 [3] \text{ و منه : } n^2 - 1 \equiv 0 [3]$$

$$\text{و عليه : } n(n^2 - 1) \equiv 0 [3]$$

$$\text{و بالتالي من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن : } n(n^2 - 1) \equiv 0 [3]$$

$$(3) \text{ نبرهن أن : } 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0 [17]$$

$$\text{لدينا : } 2^{3n+1} = 2^{3n} \cdot 2 \text{ و عليه : } 2^{3n+1} = (2^3)^n \times 2$$

$$\text{إذن : } 2^{3n+1} = 8^n \times 2 \text{ و عليه : } 2^{3n+1} \equiv 2 \times 8^n [17] \dots (1)$$

$$\text{و لدينا : } 3 \times 5^{2n+1} = 3 \times 5^{2n} \times 5$$

$$= 15 \times (5^2)^n = 15 \times (25)^n$$

$$\text{بما أن : } 15 \equiv -2 [17] \text{ و } 25 \equiv 8 [17] \text{ فإن :}$$

$$(2) \dots 3 \times 5^{2n+1} \equiv -2 \times 8^n [17]$$

$$\text{من (1) و (2) : } 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0 [17]$$

$$(4) \text{ نبرهن أن : } 3^{2n+2} - 2^{n+1} \equiv 0 [7]$$

$$\text{لدينا : } 3^{2n+2} = 3^{2n} \times 3^2 \text{ و منه : } 3^{2n+2} = (3^2)^n \times 9$$

$$\text{إذن : } 3^{2n+2} = 9^n \times 9 \text{ أي : } 3^{2n+2} = 9^{n+1}$$

$$\text{لكن : } 9 \equiv 2 [7] \text{ و عليه : } 3^{2n+2} \equiv 2^{n+1} [7]$$

و منه : $3^{2n+2} - 2^{n+1} \equiv 0[7]$
التمرين 5

- دراسة بواقي قسمة 7^n على 9 :

$$7^0 \equiv 1[9] , 7^1 \equiv 7[9] , 7^2 \equiv 4[9] , 7^3 \equiv 1[9]$$

بما أن : $7^3 \equiv 1[9]$ فإن : $7^{3k} \equiv 1[9]$ من أجل كل عدد طبيعي k

$$7^{3k+1} \equiv 7[9] \text{ : عليه : } 7^{3k} \cdot 7 \equiv 1 \cdot 7[9]$$

$$\text{و كذلك } 7^{3k+2} \equiv 4[9] \text{ و منه : } 7^{3k+1} \cdot 7 \equiv 7 \times 7[9]$$

إذن بواقي قسمة 7^n على 9 هي : 1, 7, 4 .

لما $n = 3k$ الباقي هو : 1

لما $n = 3k + 1$ الباقي هو : 7

لما $n = 3k + 2$ الباقي هو : 4

- تعيين باقي قسمة $(56212)^{1954}$ على 9 :

$$\text{لدينا : } 56212 = 7[9] \text{ و منه : } (56212)^{1954} = 7^{1954}[9]$$

$$\text{لكن : } 1954 = 3 \times 651 + 1 \text{ و عليه : } 7^{1954} \equiv 7[9]$$

$$\text{و عليه : } (56212)^{1954} \equiv 7[9]$$

- تعيين n بحيث : $16^{3n} + 16^n - 2 \equiv 0[9]$

$$\text{لدينا : } 16 \equiv 7[9] \text{ و منه : } 7^{3n} + 7^n - 2 \equiv 0[9]$$

$$\text{لكن : } 7^{3n} \equiv 1[9] \text{ و عليه : } 7^n - 1 \equiv 0[9] \text{ إذن : } 7^n \equiv 1[9]$$

$$\text{و عليه : } n = 3k \text{ حيث : } k \in \mathbb{Z}$$

التمرين 6

- بواقي قسمة 5^n على 11 :

$$5^0 \equiv 1[11] ; 5^1 \equiv 5[11] ; 5^2 \equiv 3[11] ; 5^3 \equiv 4[11]$$

$$5^4 \equiv 9[11] ; 5^5 \equiv 1[11]$$

لدينا : $5^5 \equiv 1[11]$ و عليه : $5^{5k} \equiv 1[11]$ حيث : $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{و بالتالي : } 5^{5k+1} \equiv 5[11] , 5^{5k+2} \equiv 3[11] , 5^{5k+3} \equiv 4[11] ,$$

$$5^{5k+4} \equiv 9[11] .$$

إذن البواقي هي : 1, 5, 3, 4, 9 حسب قيم n و هي :

$$5k , 5k+1 , 5k+2 , 5k+3 , 5k+4 \text{ على الترتيب .}$$

- بواقي قسمة 3^n على 11 :

$$3^0 \equiv 1[11] ; 3^1 \equiv 3[11] ; 3^2 \equiv 9[11] ; 3^3 \equiv 5[11]$$

$$3^4 \equiv 4[11] ; 3^5 \equiv 1[11]$$

لدينا : $3^5 \equiv 1[11]$ و عليه : $3^{5k} \equiv 1[11]$ حيث : $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{و بالتالي : } 3^{5k+1} \equiv 3[11] , 3^{5k+2} \equiv 9[11] , 3^{5k+3} \equiv 5[11] ,$$

$$3^{5k+4} \equiv 4[11] . \text{ إذن البواقي هي : } 1 , 3 , 9 , 5 , 4 \text{ حسب قيم } n$$

و هي : $5k , 5k+1 , 5k+2 , 5k+3 , 5k+4$ على الترتيب .

- استنتاج باقي قسمة $5^n - 3^n$ على 11 :

$$* \text{ من أجل } n = 5k : 5^n - 3^n \equiv 0[11]$$

$$* \text{ من أجل } n = 5k + 1 : 5^n - 3^n \equiv 2[11]$$

$$* \text{ من أجل } n = 5k + 2 : 5^n - 3^n \equiv -6[11]$$

$$\text{أي : } 5^n - 3^n \equiv 5[11]$$

$$* \text{ من أجل } n = 5k + 3 : 5^n - 3^n \equiv -1[11]$$

و عليه : $5^n - 3^n \equiv 10[11]$

* من أجل $n = 5k + 4$: $5^n - 3^n \equiv 5[11]$

- تعيين n بحيث : $5^n - 3^n - 16 \equiv 0[11]$

أي : $5^n - 3^n \equiv 16[11]$ و عليه : $5^n - 3^n \equiv 5[11]$

مما سبق : $n \equiv 5k + 2$ ، $k \in \mathbb{Z}$

التمرين 7

(1) تعيين x بحيث : $3x \equiv 4[7]$

لدينا : $4 \equiv -3[7]$ و عليه : $3x \equiv -3[7]$

و منه : $3x + 3 \equiv 0[7]$ و بالتالي : $3(x + 1) \equiv 0[7]$

و منه : $x + 1 \equiv 0[7]$ لأن : 3 و 7 أوليان فيما بينهما .

إذن : $x \equiv -1[7]$ أي : $x \equiv 6[7]$

و عليه : $x \equiv 7\alpha + 6$ مع $\alpha \in \mathbb{Z}$

(2) لدينا : $x^2 - 3x + 4 \equiv 0[7]$ لكن : $-3 \equiv 4[7]$

و عليه : $x^2 - 3x + 4 \equiv 0[7]$ تكافئ : $x^2 + 4x + 4 \equiv 0[7]$

و منه : $(x + 2)^2 \equiv 0[7]$ و بالتالي : $x + 2 \equiv 0[7]$

إذن : $x \equiv -2[7]$ و عليه : $x \equiv 5[7]$

إذن : $x = 7\alpha + 5$ و $\alpha \in \mathbb{Z}$

(3) لدينا : $\begin{cases} x \equiv 3[5] \dots (1) \\ x \equiv 1[6] \dots (2) \end{cases}$

من (1) : $x = 5\alpha + 3$ و $\alpha \in \mathbb{Z}$ بالتعويض في (2) نجد :

$5\alpha + 3 \equiv 1[6]$ و عليه : $5\alpha \equiv -2[6]$

لكن : $5 \equiv -1[7]$ و منه : $5\alpha \equiv -\alpha[6]$

و عليه : $-\alpha \equiv -2[6]$ أي أن : $\alpha \equiv 2[6]$

و منه : $\alpha = 6\beta + 2$ و بالتالي : $x = 5(6\beta + 2) + 3$

إذن : $x = 30\beta + 13$ ، $\beta \in \mathbb{Z}$

التمرين 8

تعيين n بحيث : $n^2 - 3n + 12 \equiv 0[n - 2]$

لدينا : $n^2 - 3n + 12 = n^2 - 2n - n + 12$

$= n(n - 2) - n + 2 + 10$

$= n(n - 2) - (n - 2) + 10$

$= (n - 1)(n - 2) + 10$

لكن : $(n - 1)(n - 2) \equiv 0[n - 2]$

و عليه : $n^2 - 3n + 12 \equiv 10[n - 2]$

لكن : $n^2 - 3n + 12 \equiv 0[n - 2]$ و عليه : $10 \equiv 0[n - 2]$

إذن : $n - 2$ تقسم 10 . و عليه : $n - 2 \in \{1 ; 2 ; 5 ; 10\}$

إذن : $n \in \{3 ; 4 ; 7 ; 12\}$

التمرين 9

1 - دراسة بواقي قسمة 2^n على 7 :

$2^0 \equiv 1[7]$; $2^1 \equiv 2[7]$; $2^2 \equiv 4[7]$; $2^3 \equiv 1[7]$;

لدينا : $2^3 \equiv 1[7]$ و عليه : $2^{3\alpha} \equiv 1[7]$ و $2^{3\alpha+1} \equiv 2[7]$

بما أن: $3^n \equiv 2^n [7]$ فإن: $n = 6p$ حيث: $p \in \mathbb{Z}$.

التمرين 10

- كتابة الأعداد في النظام ذي الأساس 4 :

$$1961 = 490 \times 4 + 1$$

* العدد 1961 :

$$490 = 122 \times 4 + 2$$

$$122 = 30 \times 4 + 2$$

$$30 = 7 \times 4 + 2$$

$$7 = 1 \times 4 + 3$$

$$1 = 0 \times 4 + 1$$

إذن 1961 يكتب : ${}^4\overline{132221}$

$$1989 = 497 \times 4 + 1$$

* العدد 1989 :

$$497 = 124 \times 4 + 1$$

$$124 = 31 \times 4 + 0$$

$$31 = 7 \times 4 + 3$$

$$7 = 1 \times 4 + 3$$

$$1 = 0 \times 4 + 1$$

إذن 1989 يكتب : ${}^4\overline{133011}$

$$1418 = 202 \times 7 + 4$$

* العدد 1418 :

$$202 = 28 \times 7 + 6$$

$$28 = 4 \times 7 + 0$$

$$4 = 0 \times 7 + 4$$

و $2^{3\alpha+2} \equiv 4 [7]$ حيث α عدد صحيح .

- دراسة بواقي قسمة 3^n على 7 :

$$3^0 \equiv 1 [7] ; 3^1 \equiv 3 [7] ; 3^2 \equiv 2 [7] ; 3^3 \equiv 6 [7];$$

$$3^4 \equiv 4 [7] ; 3^5 \equiv 5 [7] ; 3^6 \equiv 1 [7]$$

لدينا : $3^6 \equiv 1 [7]$ و عليه : $3^{6\beta} \equiv 1 [7]$

$$3^{6\beta+3} \equiv 6 [7] \text{ و } 3^{6\beta+2} \equiv 2 [7] \text{ و } 3^{6\beta+1} \equiv 3 [7]$$

$$\text{و } 3^{6\beta+4} \equiv 4 [7] \text{ و } 3^{6\beta+5} \equiv 5 [7] \text{ حيث } \beta \text{ عدد صحيح .}$$

$$2 - \text{نبين أن : } 3^{2n} - 2^n \equiv 0 [7]$$

لدينا : $3^{2n} = (3^2)^n$ و عليه : $3^{2n} = 9^n$

$$\text{و بما أن : } 9 \equiv 2 [7] \text{ فإن : } 9^n \equiv 2^n [7]$$

$$\text{و منه : } 3^{2n} \equiv 2^n [7] \text{ و بالتالي : } 3^{2n} - 2^n \equiv 0 [7]$$

$$3 - \text{نبين أن : } 9^{2p+1} - 2^{2p+1} \equiv 0 [7]$$

$$\text{أي : } (3^2)^{2p+1} - 2^{2p+1} \equiv 0 [7]$$

$$\text{بوضع : } 2p+1 = n \text{ نجد : } 3^{2n} - 2^n \equiv 0 [7]$$

و هو محقق من السؤال السابق .

$$4 - \text{تحديد } n \text{ بحيث : } 3^n \equiv 2^n [7]$$

توحيد الدور :

لدينا : $2^{3\alpha} \equiv 1 [7]$ و عليه : $(2^{3\alpha})^2 \equiv 1^2 [7]$ و عليه :

$$2^{6\alpha} \equiv 1 [7] \text{ و منه : } 2^{6\alpha+1} \equiv 2 [7] ; 2^{6\alpha+2} \equiv 4 [7]$$

$$2^{6\alpha+3} \equiv 1 [7] ; 2^{6\alpha+4} \equiv 2 [7] ; 2^{6\alpha+5} \equiv 4 [7]$$

إذن 1418 يكتب : $\overline{4064}^4$

- استنتاج الكتابة في النظام الثنائي :

$$\begin{aligned} 1961 &= 1 \times 4^0 + 2.4^1 + 2.4^2 + 2.4^3 + 3.4^4 + 1.4^5 \\ &= 1 + 2(2^2)^1 + 2(2^2)^2 + 2(2^2)^3 + (1+2)(2^2)^4 + 1.(2^2)^5 \\ &= 2^0 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} \\ &= 1.2^0 + 1.2^3 + 1.2^5 + 1.2^7 + 1.2^8 + 1.2^9 + 1.2^{10} \end{aligned}$$

و عليه 1961 يكتب : $\overline{11110101001}^2$

$$\begin{aligned} 1418 &= 4.4^0 + 6.4^1 + 0.4^2 + 4.4^3 \\ &= 2^2 + (2 + 2^2).2^2 + 2^2.(2^2)^3 \\ &= 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^8 \\ &= 1.2^2 + 1.2^3 + 1.2^4 + 1.2^8 \end{aligned}$$

و عليه : 1418 يكتب : $\overline{100011100}^2$

التمرين 11

- نحول $A = \overline{10141}^5$ إلى النظام العشري :

$$A = 1.5^0 + 4.5^1 + 1.5^2 + 0.5^3 + 1.5^4$$

$$A = 1 + 20 + 25 + 625$$

$$A = 671$$

نكتب 671 في نظام التعداد الذي أساسه 11 :

$$671 = 61 \times 11 + 0$$

$$61 = 5 \times 11 + 6$$

$$5 = 0 \times 11 + 5$$

إذن 671 يكتب : $\overline{560}^{11}$

- نحول $B = \overline{101010}^2$ إلى النظام العشري :

$$B = 0.2^0 + 1.2^1 + 0.2^2 + 1.2^3 + 0.2^4 + 1.2^5 = 42$$

نكتب 42 في النظام الذي أساسه 11 :

$$42 = 3 \times 11 + 9$$

$$3 = 0 \times 11 + 3$$

إذن 42 يكتب $\overline{39}^{11}$

- نكتب 8945 في النظام الذي أساسه 11 :

$$8945 = 813 \times 11 + 2$$

$$813 = 73 \times 11 + 10$$

$$73 = 6 \times 11 + 7$$

$$6 = 0 \times 11 + 6$$

و منه 8945 يكتب $\overline{67\alpha 2}^{11}$ حيث : $\alpha = 10$

- نكتب $C = \overline{15672}^8$ في النظام العشري :

$$C = 2.8^0 + 7.8^1 + 6.8^2 + 5.8^3 + 1.8^4$$

$$= 2 + 56 + 384 + 2560 + 4096$$

$$= 7098$$

نحول C من النظام العشري إلى النظام الذي أساسه 11 :

$$7098 = 645 \times 11 + 3$$

$$645 = 58 \times 11 + 7$$

$$58 = 5 \times 11 + 3$$

$$5 = 0 \times 11 + 5$$

و عليه C يكتب : $\overline{5373}^{11}$.

التمرين 12

$$A = \overline{63x4}^7 : \text{تعيين } x$$

$$0 \leq x \leq 6 : \text{و منه}$$

$$\text{و بالتالي } A : A = 4.7^0 + x.7^1 + 3.7^2 + 6.7^3$$

$$\text{و عليه : } A = 4 + x.7 + 3.7^2 + 6.7^2$$

$$\text{لدينا : } 7 \equiv 1[6] \text{ و منه : } 7^2 \equiv 1[6] \text{ و } 7^3 \equiv 1[6]$$

$$\text{و بالتالي : } A \equiv 4 + x + 3 + 6[6] \text{ أي : } A \equiv 1 + x[6]$$

$$\text{بما أن : } A \equiv 0[6] \text{ فإن : } 1 + x \equiv 0[6]$$

$$\text{و عليه : } x \equiv -1[6] \text{ أي : } x \equiv 5[6] \text{ لأن : } -1 \equiv 5[6]$$

$$\text{و عليه : } x = 5 \text{ لأن : } 0 \leq x \leq 6 .$$

التمرين 13

$$N = \overline{342x}^{17} : \text{تعيين } x$$

و بالتالي N يكتب :

$$N = x.17^0 + 2.17^1 + 4.17^2 + 3.17^3$$

$$\text{إذن : } 0 \leq x \leq 16 \text{ و } N = x + 2.17^1 + 4.17^2 + 3.17^3$$

$$\text{لدينا : } 17 \equiv 5[12] \text{ و منه : } 17^2 \equiv 5^5[12]$$

$$\text{إذن : } 17^2 \equiv 1[12] \text{ و عليه : } 17^3 \equiv 5[12]$$

$$\text{و عليه : } N \equiv x + 10 + 4 + 15[12]$$

$$N \equiv x + 29[12] \text{ أي أن : } N \equiv x + 5[12]$$

$$\text{تكون : } N \equiv 0[12] \text{ إذا كان : } x + 5 \equiv 0[12]$$

$$\text{أي : } x \equiv -5[12] \text{ أي : } x \equiv 7[12]$$

$$\text{و عليه : } x = 12\alpha + 7 \text{ و } \alpha \in \mathbb{Z}$$

$$\text{لكن : } 0 \leq x \leq 16 \text{ و منه : } 0 \leq 12\alpha + 7 \leq 16$$

$$\text{أي : } -7 \leq 12\alpha \leq 9 \text{ و منه : } -0,58 \leq \alpha \leq 0,75$$

$$\text{و عليه : } \alpha = 0 \text{ و منه : } x = 7 .$$

التمرين 14

1 - دراسة بواقي قسمة 4^n على 7 :

$$4^0 \equiv 1[7] ; 4^1 \equiv 4[7] ; 4^2 \equiv 2[7] ; 4^3 \equiv 1[7]$$

$$\text{و منه : } 4^{3\alpha} \equiv 1[7] \text{ و عليه : } 4^{3\alpha+1} \equiv 4[7] \text{ و } 4^{3\alpha+2} \equiv 2[7]$$

2 - تعيين باقي قسمة N على 7 :

$$\text{لدينا : } N = 1.4^0 + 2.4^1 + 3.4^2 + 3.4^3 + 1.4^4$$

$$\text{ومنه : } N \equiv 1 + 2(4) + 3(2) + 3(1) + (4)[7]$$

$$\text{أي : } N \equiv 22[7] \text{ إذن : } N \equiv 1[7]$$

و منه باقي القسمة هو 1 .

التمرين 15

- نفرض x هو أساس هذا النظام فيكون :

$$(2.x^0 + 2.x^1 + 1.x^2) \times (3.x^0 + 0.x^1 + 1.x^2)$$

$$(x-7)(-x^2-2x-1)=0$$

و منه إما : $x-7=0$ أو : $-x^2-2x-1=0$

نحل المعادلة : $-x^2-2x-1=0$

لدينا : $\Delta=0$ و منه للمعادلة حل مضاعف $x_0=-1$ مرفوض .

و عليه : $x=7$

التمرين 17

نفرض x هو أساس هذا النظام :

$$A=2.x^0+0.x^1+3.x^2=2+3x^2$$

$$B=2.x^0+0.x^1+4.x^2=2+4x^2 \quad \text{حيث : } x \geq 5$$

لدينا من جهة : $AB=(2+3x^2)(2+4x^2)$

$$AB=4+8x^2+6x^2+12x^4 \quad \text{أي:}$$

$$AB=4+14x^2+12x^4$$

و من جهة أخرى :

$$AB=3.9^0+8.9^1+5.9^2+5.9^3+7.9^4$$

$$AB=3+72+405+3645+45927$$

$$AB=50052$$

$$12x^4+14x^2+4=50052 \quad \text{و منه :}$$

$$12x^4+14x^2-50048=0$$

بوضع : $x^2=y$ نجد : $12y^2+14y-50048=0$

لدينا : $\Delta'=(7)^2+50048 \times 12$ أي : $\Delta'=600625=(775)^2$

$$=(1.x^0+2.x^1+1.x^2+3.x^3+1.x^4)$$

حيث : $x \geq 4$ و عليه :

$$(2+2x+x^2)(3+x^2)=(1+2x+x^2+3x^3+x^4)$$

وعليه :

$$6+2x^2+6x+2x^3+3x^2+x^4=1+2x+x^2+3x^3+x^4$$

$$-x^3+4x^2+4x+5=0 \quad \text{و بالتالي :}$$

نلاحظ أن 5 حل خاص و عليه المعادلة تكافئ :

$$(x-5)(-x^2-x-1)=0$$

و منه إما : $x-5=0$ أو : $-x^2-x-1=0$

حل المعادلة : $-x^2-x-1=0$

لدينا : $\Delta=-3$ و منه ليس للمعادلة حل . إذن : $x=5$.

التمرين 16

نفرض x هو أساس هذا النظام فيكون :

$$(2+3.x+1.x^2)^2=4+5x+0.x^2+1.x^3+2.x^4$$

$$(x^2+3x+2)^2=4+5x+x^3+2x^4$$

$$x^4+6x^3+13x^2+12x+4=4+5x+x^3+2x^4$$

$$-x^4+5x^3+13x^2+7x=0 \quad \text{و منه :}$$

$$x(-x^3+5x^2+13x+7)=0 \quad \text{أي :}$$

$$-x^3+5x^2+13x+7=0 \quad \text{لأن : } x \geq 6$$

نجد 7 حل خاص و منه المعادلة تكافئ :

$$\begin{array}{r}
\begin{array}{r}
{}^2\overline{1111} \\
\times {}^2\overline{1101} \\
\hline
1111 \\
0000. \\
1111. \\
1111. \\
\hline
{}^2\overline{11000011}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
{}^2\overline{10001} \\
\times {}^2\overline{11100} \\
\hline
00000 \\
00000. \\
10001. \\
10001. \\
10001. \\
\hline
{}^2\overline{111011100}
\end{array}
\end{array}$$

التمرين 20

تعيين a, b, c ثم الجداء abc :

لدينا : $b+c = \overline{46}$ ، $bc = \overline{555}$

و عليه :
$$(1) \dots \begin{cases} b+c = 6+4a \\ b.c = 5+5a+5a^2 \end{cases}$$

و منه b و c حلين لمعادلة في $\square$ من الشكل :

$$x^2 - (6+4a)x + 5a^2 + 5a + 5 = 0$$

أي : $(2) \dots x^2 - 2(3+2a)x + 5a^2 + 5a + 5 = 0$

لدينا : $\Delta' = (3+2a)^2 - (5a^2 + 5a + 5)$

و منه : $\Delta' = -a^2 + 7a + 4$

حتى تقبل هذه المعادلة حل يجب أن يكون $\Delta' \geq 0$

مميز Δ' هو : $\Delta_a = 49 + 16 = 65$

للمعادلة حلين : $y_1 = \frac{-7-775}{12} = \frac{-782}{12}$ (مرفوض)

$y_2 = \frac{-7+775}{12} = 64$ و منه : $y = 64$

و منه : $x^2 = 64$ و عليه : $x = 8$

التمرين 18

نفرض x هو أساس هذا النظام :

$$12551 = 7.x^0 + 0.x^1 + 4.x^2 + 0.x^3 + 3.x^4$$

$$12551 = 7 + 4x^2 + 3x^4, x \geq 8$$

و منه : $3x^4 + 4x^2 - 12544 = 0$

بوضع : $y = x^2$ نجد : $3y^2 + 4y - 12544 = 0$

لدينا : $\Delta' = (2)^2 - (-12544)(3) = 37636 = (194)^2$

للمعادلة حلين هما :

(مرفوض) $y_1 = \frac{-2-194}{3} = \frac{-196}{3}$

$y_2 = \frac{-2+194}{3} = 64$ و منه : $x^2 = 64$ و عليه : $x = 8$

التمرين 19

انجاز العمليات :

$$\begin{array}{r}
{}^2\overline{101011} \\
+ {}^2\overline{100111} \\
\hline
= {}^2\overline{1010010}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
{}^2\overline{11110} \\
+ {}^2\overline{11111} \\
\hline
= {}^2\overline{111101}
\end{array}$$

إذن Δ' له جذرين : $a_1 = \frac{-7 - \sqrt{65}}{-2}$ ، $a_2 = \frac{-7 + \sqrt{65}}{-2}$

a	$-\infty$	a_2	a_1	$+\infty$
Δ'	-		+	 -

حيث : $a_1 \approx 7,5$ ، $a_2 \approx -0,53$

إذن من أجل $a_2 < a < a_1$ فإن : $\Delta' > 0$

و عليه المعادلة (2) تقبل حلا . لكن : $a \geq 7$

و عليه $a = 7$ هو حل للمعادلة (1) .

و المعادلة (2) تصبح : $x^2 - 34x + 285 = 0$ ؛ $\Delta' = 4$

للمعادلة حلين : $x_1 = \frac{17-2}{1} = 15$ ؛ $x_2 = \frac{17+2}{1} = 19$

و منه : $b = 15$ و $c = 19$ لأن : $b < c$

و منه : $abc = 7 \times 15 \times 19$ أي : $abc = 1995$.

تم نشر هذا الملف بواسطة قرص **تجربتي** مع الباكالوريا

tajribatybac@gmail.com

facebook.com/tajribaty

jjel.tk/bac