شعبة: علوم تجريبية .

التمرين 01: (07 نقاط) الدوال العددية (دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) - لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) - نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)} .$$

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

حيث f' مشتقة الدالة f .

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1} .$$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

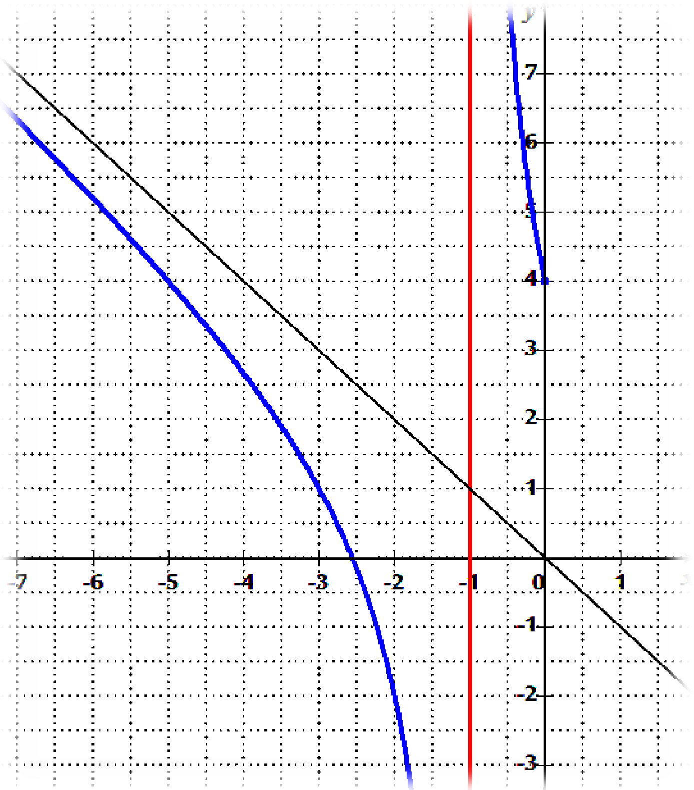
ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يُطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h) .

التمرين 02: (07,5 نقاط) الدوال العددية (دورة جوان 2009 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ:

$$f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مُبين في الشكل.



1) أ) احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها .

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x+\frac{4}{x+1}$$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) احسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقّق من أنّ (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس تغيرات g .

II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي:

$$k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

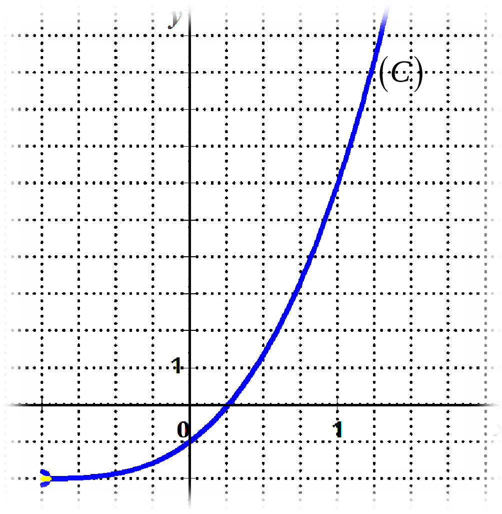
2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) .

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $x=-\frac{1}{2}$.

التمرين 03: (07 نقاط) الدوال العددية (دورة جوان 2008 الموضوع II، علوم تجريبية)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1- أ) بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علّل وُجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يُحقق: $g(\alpha)=0$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2- f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي:

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسّر النتيجة بيانياً .

ج) احسب: $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسّر النتيجتين بيانياً .

د) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3- نأخذ: $\alpha\simeq 0,26$

أ) عيّن مُدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب) ارسم المنحنى (Γ) .

4- أ) أكتب $f(x)$ على الشكل: $f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

ب) عيّن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ والتي تُحقق: $F(1)=2$.

شعبة: تقني رياضي.

التمرين 04:(06 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ–أثبت أن الدالة f فردية.

ب–أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

جـ–ادرس تغيرات الدالة f.

2) أ–اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب–ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أنّ (C_f) يَقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

جـ–بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د–ارسم (d)، (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right).$$

أ–بيّن أن الدالة g زوجية.

ب–انطلاقاً من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

شعبة: رياضي.

التمرين 05:(07 نقاط) الدوال العددية(دورة جوان 2009 الموضوع II، رياضي)

f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي:

$$f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}.$$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) أ–بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته: $y=x$.

ب–ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D).

3) أ–بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1{,}3<x_0<1{,}4$.

ب–عيّن معادلة (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

جـ–ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) أوجد الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x.

5) g الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ المجال بالعبارة:

$$g(x)=|f(x)|.$$

(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.

–بيّن كيف يُمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)، ثمّ ارسمه في نفس المعلم السابق.

6) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $g(x)=m^2$.

تحيات الأستاذ: بوعزة مصطفى

بالتوفيق للجميع.

لا تنسونا بصالح الدعاء لي ولوالدايا.

انتهى ـــــــــــــــــــــــ بالتوفيق.

شعبة: علوم تجريبية.

التمرين 01: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016 –مُكرر– الموضوع I، علوم تجريبية)

I- لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$.

(حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

1– ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2– بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث:

$-0,34<\alpha<-0,33$.

3– استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II- لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\dfrac{e}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1– أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)=-\infty$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجتين هندسياً .

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$:

$f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f) .

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

د) ارسم المنحنى (C_f) . (نقبل أنّ: $f(\alpha)\simeq 3,16$)

2– أ) بيّن أنّ الدالة: $x\mapsto \dfrac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي: $x=0$ و $x=1$.

3– نعتبر الدالة العددية k المعرّفة على $]-1;1[$ بـ:

$k(x)=f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدالة k زوجية.

ب) بيّن كيف يُمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيّرات الدالة k) .

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$.

التمرين 02: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016 –مُكرر– الموضوع II، علوم تجريبية)

I- لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x)=2e^x-x^2-x$.

1– أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بيّن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)>0$.

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2– بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$-1,38<\alpha<-1,37$.

3– استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1– أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^x g(x)}{(e^x-x)^2}$

(حيث f' هي مشتقة الدالة f) .

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2– أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) . (نُعطي $f(\alpha)\simeq 0,29$)

التمرين 03:(06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016–المسرب–الموضوع I، علوم تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$g(x)=x^2+1-\ln x$.

1)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2)احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$$
و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)احسب $\lim\limits_{\substack{>\\x\to 0}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)أ–بيّن أنه من أجل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب–شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3)اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1 .

4)أ–بيّن أنّ (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب–ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

5)ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثمّ المنحنى (C) .

6) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

أ–تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .

ب–ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$.

7)أ–جِد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب–احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C)، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.

جـ–عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ: $I_n>2$.

التمرين 04:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016–المسرب–الموضوع II، علوم تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

1)أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

2)أ)بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52<\alpha<-1,51$.

ب)استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (وحدة الطول $1cm$) .

1)أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$ (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f) .

جـ)شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ، (نأخذ $f(\alpha)\simeq 0,38$) .

د)عيّن دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً .

2)أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عن $+\infty$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ)بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يُطلب تعيين إحداثييهما .

د)ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

هـ)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x+f(x)$ و $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

1)عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حتّى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

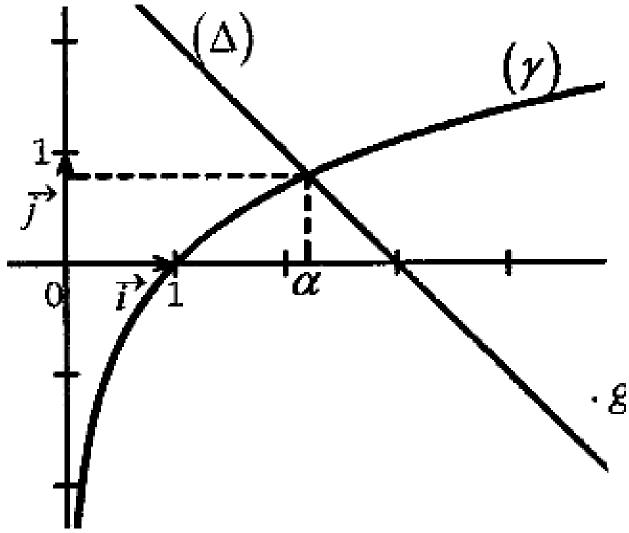
2)أ)احسب التكامل التالي: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda} h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما وفسّر النتيجة هندسيا .

ب)احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

التمرين 05: (06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).



1) بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$.

2) g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3) تحقّق أنّ: $2,2<\alpha<2,3$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(1-\frac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ؛ ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثمّ أنشئ (C_f) على المجال $]0;e^2[$.

III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقّق: $F(1)=-3$.

1) بيّن أنّ منحنى الدالة F يَقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بيّن أنّ $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ؛ ثمّ استنتج عبارة الدالة F.

التمرين 06: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقّق أنّ: $0,36<\alpha<0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{2x-2}-x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x-2}g(-x)$.

ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x-1\right]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$، نأخذ $f(-\alpha)\simeq 0,1$.

6) أ) تحقّق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين 07:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أ)احسب $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ فسّر النتيجتين هندسياً .

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2)أ)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$.

ب)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$.

3)أنشئ (T) و (C_f) .

4)لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي:

$h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$.

وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$. ماذا تستنتج؟

ب)أنشئ المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) .

جـ)ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

التمرين 08:(06,5 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 1 \\ <}} f(x)$ ، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .

2)احسب $f'(x)$. بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلاً وحيدا α .

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

باستعمال جدول القيم أعلاه جِد حصرا للعدد α .

4)ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثمّ ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5)عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$.

(عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1)ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2)أ)تحقّق من أنّ: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أنّ: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب)استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج)تحقّق من أنّ: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

التمرين 09: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$$

1) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2) استنتج أنّه، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)$. فسّر النتيجة بيانياً .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ،

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ تحقّق أنّ $0<\alpha<0,5$.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .

أ) احسب x_0 .

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

التمرين 10: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي:

$$f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right).$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ <}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ،

$f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-3,5<\alpha<-3,4$ و $-1,1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

6) أ- نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$.

بيّن أنّ $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

ب- بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يُطلب تعيين إحداثيتيها .

7) لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي:

$$g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x).$$

بيّن أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

التمرين 11:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب- تحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي:

$f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإنّ: $f'(x)=-g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

4) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax+b)e^{x}$.

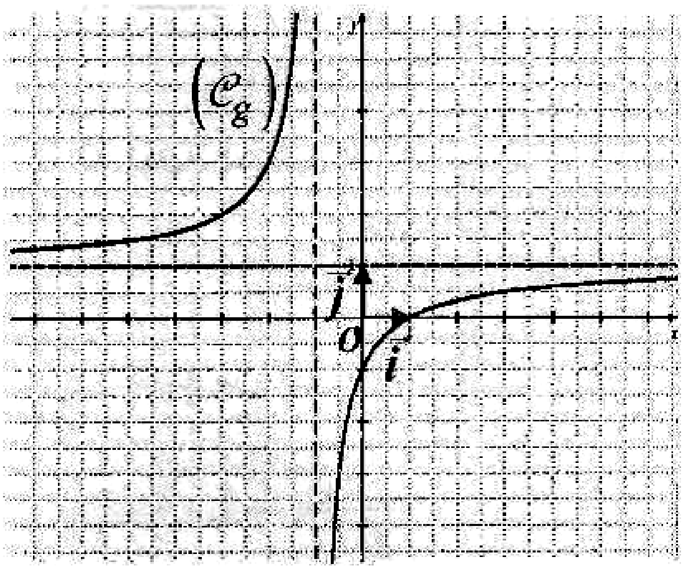
أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^{x}$ على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

التمرين 12:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:



أ- شكّل جدول تغيّرات الدالة g .

ب- حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$.

جـ- عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$.

II) لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x\to 1^{+}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسياً .

2. أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^{2}}$.

ب- احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ- باستعمال الجزء I) السؤال جـ-، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب- α عدد حقيقي.

بيّن أنّ الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$.

جـ- تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\frac{2}{x+1}$ ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

التمرين 13: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{x}-ex-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها .

جـ- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α .

د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;2]$.

3. أ- احسب بدلالة α، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب- أثبت أنّ: $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^{2}-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحات) .

التمرين 14: (10 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2010 الموضوع I، علوم تجريبية)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ:

$$f(x)=1+\ln(2x-1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ >}} f(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنّه من أجل كل x من I يُمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يُطلب تعيينهما .

ب) استنتج أنّه يُمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f) .

II) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال I بـ:

$$g(x)=f(x)-x$$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ >}} g(x)$ ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α .

تحقق أنّ $2<\alpha<3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right[$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d) .

5) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإنّ: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\dots+u_n$

التمرين 15:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} f(x)$ وفسّر هندسياً النتيجة.

2)ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

3)أ)بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4)أثبت أنّ النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5)أ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln2<\alpha<1$ و $-1,4<\beta<-1,3$.

ب)هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ)ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x}=m$.

التمرين 16:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2009 الموضوع II، علوم تجريبية)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي:

$$h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$$

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

3. أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني:

لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

ب)باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أنّ $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$.

جـ)استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2. بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛

$f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$.

4. ارسم (C_f) .

5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x-1$ ؛ $x=0$ و $x=1$.

التمرين 17:(07,5 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2008 الموضوع I، علوم تجريبية)

I–نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$

حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II–نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرّفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ)بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسر هذه النتيجة بيانيا . (نذكّر أنّ $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^u=0$)

ب)ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج)بيّن أنّ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يُطلب تعيين احداثييها .

د)اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

هـ)ارسم (C_g) .

و) H الدالة العددية المعرّفة على $]-2;+\infty[$ كما يأتي:

$H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان.

عيّن α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto g(x)-1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0 .

III–لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

شعبة: تقني رياضي.

التمرين 18:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

$I)$ g الدالة العددية المعرّفة على $]-1;+\infty[$ المجال كما يلي:

$g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$.

1)أ–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب–ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2)أ–بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}4<\alpha<0{,}5$.

ب–استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

$II)$ f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)أ–ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

ب–بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2})

3)ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$:

$h(x)=f(x)-[f'(a)(x-a)+f(a)]$.

أ–تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$:

$h'(x)=f'(x)-f'(a)$.

ب–باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.

جـ–حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

4)أ–بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يُطلب تعيين معادلتيهما .

ب–ارسم المماسين والمنحنى (C) .

5)نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$H(x)=\dfrac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.

أ–بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب–احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

التمرين 19:(06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

$I)$نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$g(x)=x-x\ln x$.

1)أ–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب–ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3{,}5<\alpha<3{,}6$.

3)استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.

$II)$نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$.

1)بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.

2)أ–برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:
$f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب–بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

جـ–اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

د–احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسيا .

3)أ–بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

ب–استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

جـ–ارسم (C_f) .

4)نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي: $x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)...(E)$.

أ–تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة:
$f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$.

ب–عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{\ln|x|}{-|x|-1}$
و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ–بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب–ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

التمرين 20:(07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

I) h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي:
$h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$.

1)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$.

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

3)استنتج أنّه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي:
$f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$) .

1)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2)أ)بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$:
$f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

3)أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4)أ)اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تعيين إحداثييها .

ب)ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .

جـ)احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$.

III) g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـِ:
$g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$.

1)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

2)أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3)انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

التمرين 21:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=(x+2)e^x-2$.

1)احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.

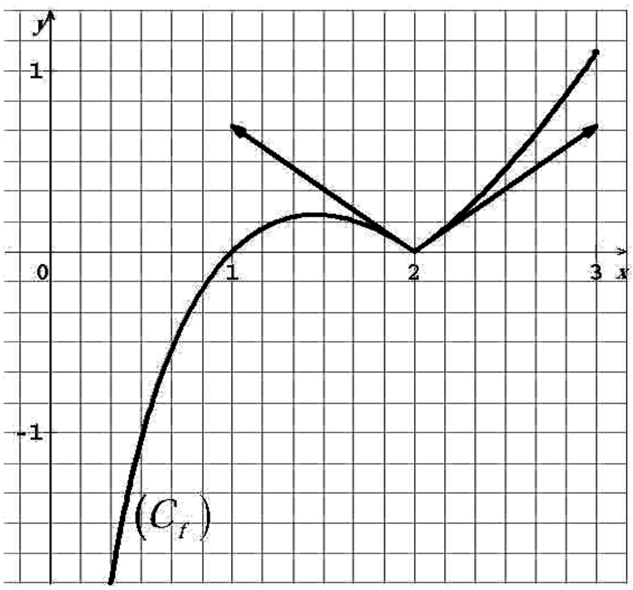
2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3)احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:
$f(x)=2x+3-(x+1)e^x$.
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) بيّن أنّ: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم احسب $f'(x)=-g(x)$.
ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .
ج) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0{,}92<\alpha<0{,}93$ و $-1{,}56<\beta<-1{,}55$.
ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.
4) أ) بيّن أنّ الدالة: $x\mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$.
ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ ، $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3) أ)) .
ج) جِد حصرا للعدد A .

التمرين 22: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$
1) أدرس تغيرات الدالة g .
2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثم تحقّق أنّ $1{,}45<\alpha<1{,}46$.
ب) استنتج إشارة $g(x)-2$.
II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ: $f(x)=|x-2|\ln x$.
1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2 .
2) أثبت صحة تخمينك.
3) أدرس تغيرات الدالة f .



III) h الدالة المعرّفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي:
$h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$
1) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h)؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h .
2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها وارسم (Δ) و (C_h) .

التمرين 23: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أنّ $1{,}27<\alpha<1{,}28$.
ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .
ج) أرسم (T) و (C_f) .
4) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$.
5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني .
أ) بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب)ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

6) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث: a ، b عددان حقيقيان

عيّن a ، b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $g'(x)=f(x)$.

التمرين 24: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

I- الدّالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة:
$g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0{,}31<\alpha<0{,}32$ وأنّ: $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- الدّالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة:
$f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$.

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنّه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$.

3) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

4) بيّن أنّ: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) مثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2]$.

III- (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\ln(x+1)$.

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

1) أثبت أنّ المسافة AM تُعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.

2) الدّالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة:
$k(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ) بيّن أنّ للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يُمكن.

جـ) بيّن أنّ: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

التمرين 25: (07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

I- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^x$.

1) ادرس تغيرات g .

2) بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^x\geq 0$.

II- الدّالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^x-1}{x};x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$.

1- أ) بيّن أنّ f مستمرة على $[0;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ) تحقّق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$:
$f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^x}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

III- n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ ؛ f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{e^x-1}{x}+n\ln x$.

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$.

2- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4- بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يُطلب تعيين إحداثيتيها .

5- أ) بيّن أنّه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0{,}3;0{,}4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فإنّ: $f_n(\alpha_1)<0$ ، ثمّ برهن أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$.

6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بيّن أنّه، من أجل كل x من $]0;1[$:
$\dfrac{e^x-1}{x}\leq e-1$.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$:
$\ln(\alpha_n)\geq\dfrac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n\geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

ج)جِد نهاية المتتالية (α_n) .

التمرين 26:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

$I-$ g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1-ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2-بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1{,}59<\alpha<1{,}60$.

3-استنتج إشارة $g(x)$.

$II-$ f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$) .

1-بيّن أنّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2-أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.

ب)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج)احسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3-أ)بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المُعرف في السؤال 2 من الجزء I .

ب)استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2}) .

ج)ارسم (C_f) .

4-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$.

أ)احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب)شكّل جدول تغيّرات الدالة h .

التمرين 27:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

$I-$ g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=x^2+a+b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1-عيّن a و b علما أنّ التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4 .

2-نضع $a=-2$ و $b=2$.

أ)ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

ب)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

$II-$ f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بِـ:

$$f(x)=x-2-\frac{2\ln(x)}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

1-أ)احسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $f'(x)$ ، ثم تحقّق أنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ج)استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2-أ)بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ب)بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، ثم جِد معادلة له.

ج)نأخذ $\alpha=1{,}25$. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0{,}6<x_1<0{,}7$ و $2{,}7<x_2<2{,}8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f) .

3-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x+2\ln(x)=0$.

التمرين 28:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع I، تقني رياضي)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=\dfrac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=\dfrac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

أ)احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{\substack{x\to0\\>}} g(x)$، فسّر النتيجتين هندسيا .

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيّراتها .

جـ)حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$.

د)أنشئ (C_g) .

3/أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$h(x)=\dfrac{1+\ln 2x}{2x}$. احسب $h'(x)$.

ب)تحقق أنّ: $g(x)=\dfrac{1}{4x^2}+\dfrac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين 29:(07,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع II، تقني رياضي)

أ) f الدّالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1–ادرس تغيّرات الدّالة f .

2–عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3–بيّن أنّ للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يُطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها .

4–لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x)=f(x)-x$.

أ–ادرس تغيّرات الدّالة g .

ب–بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2{,}7<\alpha<2{,}8$.

5–أ–حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

ب–ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f) .

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$

1–باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل U_0، U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2–بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $1\le U_n<\alpha$.

3–بيّن أنّ المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

4–استنتج أنّ (U_n) متقاربة وبيّن أنّ: $\lim_{n\to+\infty} U_n=\alpha$.

التمرين 30:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث:

$f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$.

2.احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها .

3.بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

4.أ–(D) و (D') المستقيمان اللّذان معادلتاهما على الترتيب:

$y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$.

بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب–بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 وحيث $0{,}9<x_0<0{,}91$ و $-1{,}66<x_1<-1{,}65$.

جـ–احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا .

د–ارسم (D)، (D') و (C_f) .

هـ–m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

5.نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي:

$$g(x)=[f(x)]^2$$

ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين 31:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2. ادرس تغيّرات الدّالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.

3. بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب لمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4. بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7<\alpha<-1,6$.

5. ارسم (C_f) من أجل $x\in\mathbb{R}$.

6. بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$.

7. احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات: $y=x+2$ ، $x=0$ و $x=\alpha$.

بيّن أنّ $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$.

التمرين 32: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1. g دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x+\ln x$.

أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g .

ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإنّ $g(x)\neq 0$.

2. لتكن f دالة معرّفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{6\ln x}{2x+\ln x}$.

أ) بيّن أنّه يُمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{6\dfrac{\ln x}{x}}{2+\dfrac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f .

د) شكّل جدول تغيّرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟

هـ) جِد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) يُرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

3. نعتبر الدّالة h المعرّفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة h .

ب) جِد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق.

شعبة: رياضي.

التمرين 33: (06,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016 الموضوع I، رياضي)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x^2+2\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0,52;0,53[$ حلا وحيدا α .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

ج) تحقّق أنّ: $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثمّ عيّن حصرا له.

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

ج) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) تقبل أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث: $0,22 < x_0 < 0,23$ و $2,11 < x_1 < 2,13$.
أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) .
5) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $3 + 2\ln x - mx = 0$.

III) من أجل كل عدد طبيعي n نضع:
$u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x]dx$.
1) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$.
2) أعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0 .
3) احسب u_n بدلالة n .
4) نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$. احسب S_n بدلالة n .

التمرين 34: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2016 الموضوع II ، رياضي)

I) Q الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$Q(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$.
1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} Q(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} Q(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة Q ثمّ شكل جدول تغيّراتها .
2) بيّن أنّ المعادلة $Q(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقّق أنّ: $2,79 < \alpha < 2,80$.
3) استنتج إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f و g الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \dfrac{2x-1}{x^2 - x + 1}$.
(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها .
2) بيّن أنّ للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.
3) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .
4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،
$f(x) - g(x) = \dfrac{(2x-1)Q(x)}{x^2 - x + 1}$.
ب) ادرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x :
$\int_1^t f(t)dt$.
د) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = 2$.

III) 1) احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم.
($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f)
2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،
$f^{(n)}(x) = (-1)^n [2x - (2n+1)]e^{1-x}$.
3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كما يلي: $u_n = f^{(n)}(1)$.
أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع: $u_k + u_{k+1}$.
ب) استنتج بدلالة n ، المجموع: $u_1 + u_2 + ... + u_{2n}$.

التمرين 35: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2015 الموضوع I ، رياضي)

f الدّالة المعرّفة بـ: $f(0) = 1$ ، ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x) = 1 - x^2 \ln x$.
(C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1) أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.
ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .
2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;+\infty[$.
ب) تحقّق أنّ $1,531 < \alpha < 1,532$.
4) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$.
(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.
أ) ادرس شفعية الدالة g .
ب) أنشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2;2]$.
5) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عيّن الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ ، والتي تنعدم من أجل القيمة 1 .

6) t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha[$. نضع $F(t)=\int_t^\alpha f(x)dx$.

أ) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α .

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha[$ ، $F(t)=\frac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$.

ج) احسب $\lim_{\substack{t\to 0\\ >}} F(t)$.

7) m عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha[$.

$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O ونصف القطر m .

نفرض أنّ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ، هي: A حيث: $A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)ua$ (ua وحدة المساحات).

أ) عيّن القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\delta(m)=2A$.

ب) علماً أنّ $3,140<\pi<3,142$ أعط حصرا للعدد m .

التمرين 36: (07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2015 الموضوع II، رياضي)

f الدالة المعرّفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) احسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ <}}\frac{f(x)}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) أ) بيّن أنّ $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

5) g الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

6) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$.

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) .

7) (u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) بيّن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<0$.

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

ج) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة، ثمّ عيّن $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

8) m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

ب) باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$.

التمرين 37: (06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية (دورة جوان 2014 الموضوع I، رياضي)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x)=(2-x)e^x-1$$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أنّ للمعادلة: $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1,2<\alpha<-1,1$ و $1,8<\beta<1,9$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسّر النتيجتين هندسياً.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-x)^2}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f) .

5) λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1 .

أ)احسب بدلالة العدد λ العدد $a(\lambda)$ حيث:
$a(\lambda)=\int_1^{\lambda}\left[f(x)-1\right]dx$.

ب)احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$.

التمرين 38:(05,5 نقطة) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2014 الموضوع II، رياضي)

1) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ)ادرس تغيّرات الدالة f .

ب)اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري)

ج)عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;e^2]$.

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$g(x)=1-\ln x$$
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ)ادرس تغيّرات الدالة g .

ب)عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$.

3)نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$$h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$$
أ)احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة: $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$.

ب)احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx$.

التمرين 39:(06 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع I، رياضي)

I–1. الدالة u معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$u(x)=e^x-3x+4-e$.

أ–ادرس اتجاه تغيّر الدالة u .

ب–بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ،
$e^x-e>3x-4$.

2. الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$.

أ–بيّن أنّ: $v'(1)=0$. (يُرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)

ب–أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ،
$v(x)\le 0$.

ج–استنتج، أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ،
$\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\le 3x-4$.

3. أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:
$e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$.

II–الدالة f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$f(x)=e^x-ex+\dfrac{\ln x}{x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2. بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3. احسب $f(1)$ ، ثمّ مثّل المنحنى (C_f) على المجال $\left]0;\dfrac{5}{2}\right]$.
(نأخذ: $f(2)\simeq 2,3$ ، $f(1,64)\simeq 1$ و $f\left(\dfrac{5}{2}\right)\simeq 5,75$)

4. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=\dfrac{1}{2}$ و $x=2$.

التمرين 40:(08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2013 الموضوع II، رياضي)

I–الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1. أ–احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب–ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها . (نأخذ: $g(1-\sqrt{2})\simeq -0,25$ و $g(1+\sqrt{2})\simeq 1,43$)

2. أ–بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقّق أنّ أحدهما معدوم والآخر α ، حيث: $-0,8<\alpha<-0,7$.

ب–استنتج إشارة $g(x)$ ؛ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II–الدالة f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1. أ–احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب–بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ–ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2. أ–بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$

(يُرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

ب–شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ: $f(\alpha)\simeq -0{,}9$)

3. أ–بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يُطلب تعيين معادلة لكل منهما .

ب–مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f) .

جـ–ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$.

4. الدالة H معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$.

أ–بيّن أنّ H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto (x+1)^2 e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

ب–احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

III– (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$. (تذكّر أنّ العدد α يُحقق $g(\alpha)=0$)

1. برهن بالتراجع أنّه،من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\le u_n\le \alpha$.

2. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة.

3. استنتج أنّ (u_n) متقاربة، ثمّ احسب نهايتها .

التمرين 41:(08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع I، رياضي)

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^x$.

1)ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أنّ: $0{,}8<\alpha<0{,}9$.

3)عيّن، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$) .

1)بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2)أ–احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب–بيّن أنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

3)ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4)أ–بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

ب–بيّن أنّ: $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5)ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

6)ناقش، بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$.

1)برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le U_n<\alpha$.

2)باستعمال (Δ) و (C_f) مثّل على محور الفواصل الحدود: U_0، U_1 و U_2 ، ثم خمّن اتجاه تغيّر (U_n) .

3)برهن أنّ المتتالية (U_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها .

التمرين 42:(08 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2012 الموضوع II، رياضي)

I) g هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي:

$g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$.

1)ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2)بيّن أنّ المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α يحقق: $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$.

3)عيّن، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

4) h هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;3]$ بـ:

$h(x)=[g(x)]^2$.

أ–احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب–عيّن إشارة $h'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة h .

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بيّن أنّ الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ–بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ،
$f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب–بيّن أنّ: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$.

جـ–احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ–بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;3]$ فإنّ: $x-\ln(x+1)\geq 0$.

ب–ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

4) عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذا ت الفاصلة 3 .

5) ارسم (T)، (T') و (C_f) .

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلو المعادلة: $f(x)=x+m$.

التمرين 43:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع I، رياضي)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$f(x)=(3x+4)e^x$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/أ) احسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإنّ: $f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$
حيث: f' ، f'' ، . . . . ، $f^{(n)}$ المشتقات المتابعة للدالة f .

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية: $y''=(3x+16)e^x$.

2/أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسّر النتيجة هندسيا .

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3/أ) اكتب معادلة للماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $\dfrac{-10}{3}$.

ب) بيّن أنّ ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f) .

جـ) ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$.

4/أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جِد $\int_{-1}^{x} te^t dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $\dfrac{-4}{3}$.

احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-\dfrac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جِد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

التمرين 44:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2011 الموضوع II، رياضي)

1/ g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+\ln x^2-1$.

أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها .

ب) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$.

2/ f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كم يلي:
$f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\ln x$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) بيّن أنّ f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وأنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

–ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (δ) ثم جِد $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج؟

–ارسم (δ) و (C_f) .

3/أ) x عدد حقيقي من المجال $[1;+\infty[$، باستعمال التكامل بالتجزئة جِد $\int_1^x \dfrac{1}{t^2}\ln t dt$.

–تحقّق أنّ: $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $[1;+\infty[$.

–استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[1;+\infty[$.

ب) α عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

التمرين 45:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع I، رياضي)

I– g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1)ادرس تغيرات الدالة g .

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82<\alpha<2,83$.

3)استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II– f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بيّن أنّ الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O .

2)أ)بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}x^{3}e^{-x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب)بيّن أنّه من أجل $x\neq 0$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{x^{2}}{(e^{x}-1)^{2}}g(x)$.

ج)تحقّق أنّ $f(\alpha)=\alpha^{2}(3-\alpha)$ ثم عيّن حصرا له.

د)أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3)احسب $f(x)+x^{3}$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^{3}$

بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^{3}\right]=0$ وفسّر النتيجة هندسيا .

4)أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f) .

التمرين 46:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2010 الموضوع II، رياضي)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x)=x-1-2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$.

1–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}g(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2–أ–بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$.

ب–ادرس تغيّرات الدالة g .

جـ–احسب $g(1)$.

د–برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث: $3,5<\alpha<3,6$.

هـ–استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

3) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=-x^{2}+x+x^{2}\ln x;x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}.$$

أ–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\dfrac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة هندسيا .

ب–احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ–بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإنّ:

$f'(x)=xg\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ، واستنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

د–شكّل جدول تغيّرات الدالة f ، بيّن أنّ: $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha-1}{2\alpha^{2}}$

واستنتج حصرا للعدد $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$.

4)ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$.

التمرين 47:(07 نقاط) الدوال الأسية واللوغاريتمية(دورة جوان 2008 الموضوع II، رياضي)

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^{x}+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1–ادرس تغيرات الدالة f .

2–بين أن (C_f) يَقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω .

–اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

3–احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]$.

–استنتج أن (C_f) يَقبل مستقيمين مقاربين يُطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

4–بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77;-2,76[$.

-احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$. (C_g) منحنى الدالة g .

1-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = f(-x)$.

-استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يُحول (C_f) إلى (C_g) .

2-أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة الدالة g) .

تحيات الأستاذ: بوعزة مصطفى

بالتوفيق للجميع.

لا تنسونا بصالح الدعاء لي ولوالديا .

انتهى بالتوفيق.

شعبة: تقني رياضي.

التمرين 01: (05 نقاط) الحساب (دورة ماي 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جِد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث: $x_0=y_0$، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ والتي تُحقّق: $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x+y-1|\le 13$.

4) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases}n-5^n\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$.

التمرين 02: (03,5 نقطة) الحساب (دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

1) أ) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13 .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42\times 138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv 0[13]$.

التمرين 03: (05 نقاط) الحساب (دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

n و p عددان طبيعيان.

1) أدرس، حسب قيم n، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n .

2) نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$.

أ) بيّن أنّه إذا كان $p=4k+2$ حيث k عدد طبيعي، فإنّه يوجد عدد طبيعي n يُحقق $C_n=D_p$.

ب) عيّن n من أجل $p=6$.

3) f هي الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=5^{(4x+2)}-9$$

أدر تغيّرات الدالة f، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

4) (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{16}$.

أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$.

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، فإنّ u_n عدد طبيعي.

5) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

التمرين 04: (03,5 نقطة) الحساب (دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $11x+7y=1$.

1) أ) عيّن $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (E) الذي يُحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E) .

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يُحقق: $\begin{cases}S=11a+1\\ S=7b+2\end{cases}$

أ) بيّن أنّ $(a;-b)$ حل للمعادلة (E) .

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77 ؟

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .

عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

التمرين 05: (03 نقاط) الحساب (دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 9^n على 11 .

2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 ؟

3–برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}\right)$ يقبل القسمة على 11

4–عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}+2n+2\right)$ مُضاعفا للعدد 11 .

التمرين 06:(03,5 نقطة) الحساب(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x\equiv 3[15] \\ x\equiv 6[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح $(x\in\mathbb{Z})$.

1–بيّن أنّ العدد 153 حل للجملة (S) .

2–إذا كان x_0 حلا لِـ (S) ، بيّن أنّ: (x حل لـ (S)) يُكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0\equiv 0[15] \\ x-x_0\equiv 0[7] \end{cases}\right)$.

3–حل الجملة (S) .

4– يُريد مكتبي وضع عدد من الكتب في عُلب، فإذا استعمل علبا تسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تسعِ لـ 7كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و600 كتابا ، ما هو عدد الكُتب؟

التمرين 07:(05 نقاط) الحساب(دورة جوان 2011 الموضوع I، تقني رياضي)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات آتية:

1/المعادلة: $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة.

2/في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$.

3/باقي القسمة الإقليدية للعدد: $1+3+3^2+...+3^{2011}$ على 7 هو: 6 .

4/الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

أ–المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب–معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

التمرين 08:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2011 الموضوع II، تقني رياضي)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع:

$$A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$$

1)تحقّق أنّ: $4\equiv -3[7]$ ثم بيّن أنّ: $A_3\equiv 6[7]$.

2)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسم الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7 .

3)بيّن أنّه إذا كان n فرديا فإنّ: A_n+1 يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7 .

4)ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7 ؟

التمرين 09:(03 نقاط) الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يُكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي: $n=\overline{11\alpha 00}$ حيث α عدد طبيعي.

1–عيّن α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2–عيّن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 .

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15 .

3–نأخذ $\alpha=4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

التمرين 10:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

1– عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2– تحقق أنّ: $\left(10^{2008}\right)^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3– عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

التمرين 11:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1. حل المعادلة التفاضلية: $y'=(\ln 2)y$.

2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يُحقق $f(0)=1$ ، عيّن عبارة $f(x)$.

3. n عدد طبيعي.

أ)ادرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009)-4$

4.أ)احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n=f(0)+f(1)+...+f(n)$.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7 .

التمرين 12:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

n عدد طبيعي أكبر من 5 .

1/ a و b عددان طبيعيان حيث $a=n-2$ و $b=2n+3$.

أ-ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر لعددين a و b ؟

ب-بيّن أنّ العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7 .

ج-عيّن قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$.

2/نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث: $p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$.

أ-بيّن أنّ كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.

ب-عيّن تبعا لقيم n وبدلالة n، $PGCD(p;q)$.

التمرين 13:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y :

$4x-9y=319...(I)$.

1)-تأكد أنّ الثنائية $(82;1)$ حل للمعادلة (I) .

-حل المعادلة (I) .

2)عيّن الثنائيات $(a;b)$ الصحيحة، حلول المعادلة:

$4a^2-9b^2=319...(II)$.

3)استنتج الثنائيات $(x_0;y_0)$ حلول المعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين.

شعبة: رياضي.

التمرين 14:(04,5 نقطة) الحساب+المتتاليات العددية(دورة ماي 2016 الموضوع I، رياضي)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q حيث: $\begin{cases}\ln(u_1)+\ln(u_2)=11\\ u_1+u_2=e^4(1+e^3)\end{cases}$.

1)احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q .

2)نضع: $u_1=e^4$ و $q=e^3$.

أ)عبّر عن u_n بدلالة n .

ب)نضع: $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+\ln(u_2)+...+\ln(u_n)$

احسب S_n بدلالة n .

3)من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a_n=n+3$.

أ)بيّن أنّ: $PGCD(2S_n;a_n)=PGCD(a_n;14)$.

ب)عيّن القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n;a_n)$.

ج)عيّن قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها:

$PGCD(2S_n;a_n)=7$.

4)ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

5)نضع: $b_n=3na_n-2S_n+1437^{2016}+1$.

عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $\begin{cases}b_n\equiv0[7]\\ n\equiv0[5]\end{cases}$.

6)بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(1437^{9n+1}-3\times4^{12n+1}+52)$ يقبل القسمة على 7 .

التمرين 15:(04 نقاط) الحساب(دورة ماي 2016 الموضوع II، رياضي)

1)أ)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 7^n على 11 .

ب)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2\times2016^{5n+4}+1437^{10n+4}$ مضاعف للعدد 11 .

2)نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $7x-3y=8$، حيث x و y عددان طبيعيان.

أ)حلّ المعادلة (E) .

ب) d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) .

-ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

-عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d=4$.

ج)جِد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق:

$2016^{7x}+1437^{3y}\equiv0[11]$.

التمرين 16:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2015 الموضوع I، رياضي)

1)أ)عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $[1962^{1954}-1954^{1962}+2015^{53}]$ على 7 .

2)أ)بيّن أنّ 89 عدد أوّلي.

ب)عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832 .

ج)بيّن أنّ العددين 981 و977 أوّليان فيما بينهما .

3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2 .

عيّن x و y علماً أنّ: $\begin{cases} x^2 - y^2 = 31328 \\ x - y \equiv 8[22] \end{cases}$.

4) a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أوّلي مع b و a أوّلي مع c .

أ)باستعمال مبرهنة بيزو، برهن أنّ a أوّلي مع $b \times c$.

ب)باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $PGCD(a;b^n) = 1$. (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ج)استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962} .

التمرين 17:(04 نقاط) متعدد الاختيارات(دورة جوان 2015 الموضوع II، رياضي)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الأربع الآتية، مع التعليل.

1)الحد العام للمتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$ هو:

أ) $u_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^n + 6$

ب) $u_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ج) $u_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{3}{2}$.

2)المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z ، حيث $|iz - 1 - i| = 3$ هي:

أ)دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $1+i$.

ب)دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $1-i$.

ج)دائرة نصف قطرها 3 ولاحقة مركزها $-1+i$.

3) a ، b ، c و d أعداد طبيعية غير معدومة وأصغر من أو تساوي 9 .

$\overline{abcd}$ عدد طبيعي مكتوب في النظام العشري.

من أجل كل الأعداد a ، b ، c و d : يكون العدد $\overline{abcd}$ يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا كان:

أ)العدد $(a-b+c-d)$ يقبل القسمة على 11 .

ب)العدد $(a+b+c+d)$ يقبل القسمة على 11 .

ج)العدد $\overline{cd}$ المكتوب في النظام العشري، يقبل القسمة على 11 .

4)الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. مجموعة النقط M من الفضاء ذات الإحداثيات $(x;y;z)$ حيث

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{2}{3}t - k \\ y = 2 - t + \frac{3}{2}k \quad ;(t \in \mathbb{R});(k \in \mathbb{R}) \\ z = -3 + 4t - 6k \end{cases}$$

هي:

أ)المجموعة $\{A\}$ حيث $A(1;2;-3)$.

ب)المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;2;-3)$ و $\vec{u}\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{2};-2\right)$ شعاع توجيه له.

ج)المستوي الذي يشمل النقطة $A(1;2;-3)$ و $\vec{n}(3;-2;-1)$ شعاع ناظمي له.

التمرين 18:(05 نقاط) الحساب+الأعداد المركبة(دورة جوان 2015 الموضوع II، رياضي)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2 - 2(1-\sqrt{3})z + 8 = 0$$

(لاحظ أنّ: $(1+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A و B نقطتان من المستوي، لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A = (1-\sqrt{3}) + i(1+\sqrt{3})$ و $z_B = \overline{z_A}$.

2)أ)بيّن أنّ: $\frac{z_B}{z_A} = e^{-\frac{7\pi}{6}i}$.

ب)استنتج عُمدة للعدد المركب z_A .

ج)استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3)أ)حل، في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $7x - 2y = 1$.

ب)بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة، حلا للمعادلة $7x - 24y = 12$ فإنّ x يكون مضاعفا للعدد 12 .

جـ)استنتج كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة، حلولا للمعادلة $7x-24y=12$.

د)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا تماما .

التمرين 19:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2014 الموضوع I، رياضي)

1)نعتبر المعادلة $(E): 2013x-1962y=54$ حيث x و y عددان صحيحان.

أ)احسب $PGCD(2013;1962)$.

ب)استنتج أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا .

جـ)بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ: $x\equiv 0[6]$.

د)استنتج حلاً خاصّا $(x_0;y_0)$ حيث $74<x_0<80$ ثم حل المعادلة (E) .

2)نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x;y)$ حل للمعادلة (E) .

أ)ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب)عيّن قيم العددين الطبيعيين a و b حيث: $671a-654b=18$ و $PGCD(a;b)=18$.

التمرين 20:(03 نقاط) الحساب(دورة جوان 2013 الموضوع I، رياضي)

1. n عدد طبيعي. نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث: $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$.

أ-بيّن أنّ: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;10)$. (يُرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب-ما هي القيّم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$ ؟

جـ)عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون: $PGCD(\alpha;\beta)=5$.

2. أ-ادرس، حسب قيّم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .

ب-عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة التالية:
$$\begin{cases}4^{5n}+4^n+n\equiv 0[11]\\ n\equiv 2[10]\end{cases}$$

التمرين 21:(03 نقاط) الحساب(دورة جوان 2013 الموضوع II، رياضي)

1. أ-عيّن الأعداد الطبيعية n التي تُحقّق: $2n+27\equiv 0[n+1]$

ب-عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b)=24$.

جـ-استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$.

أ-اكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب-عيّن الثنائية $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث:
$$\begin{cases}b^2-a^2=24\\ \alpha a-\beta b=9\end{cases}$$

3. أ-عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و1434، ثمّ استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و478 .

ب-حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $2013x-1434y=27$.

التمرين 22:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2012 الموضوع I، رياضي)

1)نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $2011x-1432y=31...(1)$.

أ-أثبت أنّ العدد 2011 أولي.

ب-باستعمال خوارزمية إقليدس، عيّن حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1) .

2)أ-عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7، ثم جِد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7 .

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $2010^n+2011^n+1432^n\equiv 0[7]$.

3) N عدد طبيعي يُكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث: α ، β ، γ بهذا الترتيب تُشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (1) .

عيّن α ، β و γ ، ثمّ اكتب N في النظام العشري.

التمرين 23:(04 نقاط)الحساب+المتتاليات العددية(دورة جوان 2012 الموضوع II، رياضي)

(u_n)هي المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=16$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=6u_n-9$.

1)أ–احسب بواقي قسمة كل من الحدود u_0، u_1، u_2، u_3، u_4 على 7 .

ب–خمّن قيمة للعدد a وقيمة للعدد b بحيث: $u_{2k}\equiv a[7]$ و $u_{2k+1}\equiv b[7]$.

2)أ–برهن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}\equiv u_n[7]$.

ب–برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $u_{2k}\equiv 2[7]$، ثم استنتج أنّ: $u_{2k+1}\equiv 3[7]$.

3)نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-\frac{9}{5}$.

أ–بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب–احسب، بدلالة n، كلا من u_n و S_n حيث:

$S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$.

التمرين 24:(04 نقاط)الحساب+المتتاليات العددية(دورة جوان 2011 الموضوع I، رياضي)

(U_n)متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تُحقق:

$\begin{cases}U_4=15\\ m+d=42\end{cases}$ حيث $\begin{cases}m=PPCM(U_3;U_5)\\ d=PGCD(U_3;U_5)\end{cases}$.

1/عيّن الحدين U_3 و U_5 ثم استنتج U_0 .

2/أكتب U_n بدلالة n، ثم بيّن أنّ: 2010 حد من حدود (U_n) وعيّن رتبته.

3/عيّن الحد الذي ابتداءا منه يكون مجموع 5 حدود من (U_n) يساوي 10080 .

4/ n عدد طبيعي غير معدوم.

أ)احسب بدلالة n المجموع S حيث:

$S=U_0+U_1+U_2+\dots+U_{2n}$.

ب)استنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$S_1=U_0+U_2+U_4+\dots+U_{2n}$

و $S_2=U_1+U_3+U_5+\dots+U_{2n-1}$.

التمرين 25:(04 نقاط)الحساب(دورة جوان 2011 الموضوع II، رياضي)

1)نعتبر المعادلة: $13x-7y=-1\dots(E)$ حيث: x و y عددان صحيحان.

حل المعادلة (E) .

2)عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases}a\equiv -1[7]\\ a\equiv 0[13]\end{cases}$.

3)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقلدية للعدد 9^n على كل من 7 و13 .

4)ليكن العدد الطبيعي b المكتوب، في نظام التعداد ذي الأساس 9 ، كما يلي: $\overline{\alpha 00\beta 086}$ حيث: α و β عددان طبيعيان؛ $\alpha\neq 0$

عيّن α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91 .

التمرين 26:(04 نقاط)الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع I، رياضي)

1. نعتبر المعادلة: $7x+65y=2009\dots(1)$ ، حيث: x و y عددان صحيحان.

أ)بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإنّ y مضاعف للعدد 7 .

ب)حل المعادلة (1) .

2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9 .

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=2^{6n}-1$.

أ)تحقق أنّ u_n يقبل القسمة على 9 .

ب)حل المعادلة: (2) $(7u_1)x+(u_2)y=126567$ ذات المجهول $(x;y)$ ، حيث: x و y عددان صحيحان.

ج)عيّن الثنائية $(x_0;y_0)$ حل (2) حيث x_0 و y_0 عددان طبيعيان مع $y_0\geq 25$.

التمرين 27:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2010 الموضوع II، رياضي)

1–برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3^{3n}-1$ يقبل القسمة على 13 .

2–استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، يقبل كل من العددين $3^{3n+1}-3$ و $3^{3n+2}-9$ القسمة على 13 .

3–عيّن، حسب قيم n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13 .

4–نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p=3^p+3^{2p}+3^{3p}$.

أ–من أجل $p=3n$ ، عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 .

ب–برهن أنّه إذا كان $p=3n+1$ فإنّ A_p يقبل القسمة على 13 .

جـ–عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p=3n+2$.

5–يُكتب العددان الطبيعيان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي: $a=\overline{1001001000}$ و $b=\overline{1000100010000}$.

أ–تحقق أن العددين a و b يُكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.

ب–استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13 .

التمرين 28:(04 نقاط) الحساب(دورة جوان 2009 الموضوع I، رياضي)

x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي.

A عدد طبيعي يُكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $A=\overline{5566}$.

1)أ–أنشر العبارة $(5x^2+6)(x+1)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذا علمت أنّ $A=(5x^2+6)(2+2y)$.

ب–احسب x و y إذا علمت أنّ x عدد أوّلي أصغر من 12 ، ثمّ اكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2)أ–عيّن الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584 .

ب–عيّن الأعداد الطبيعية a و b حيث $a>b$ التي تُحقق:

$$\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}.$$

التمرين 29:(05 نقاط) الحساب(دورة جوان 2008 الموضوع I، رياضي)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $3x-21y=78$.

1)أ–بيّن أنّ (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب–أثبت أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 5[7]$

استنتج حلول المعادلة (E) .

2)أ–ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب–عيّن الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق $5^x+5^y\equiv 3[7]$.

تحيات الأستاذ: بوعزة مصطفى

بالتوفيق للجميع.

لا تنسونا بصالح الدعاء لي ولوالدي .

انتهى ——— بالتوفيق.

شعبة: علوم تجريبية .

التمرين 01: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2016- مُكرر- الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$،

(Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;0;2)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(2;1;-1)$ وليكن (Δ') المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=\lambda \\ y=4+\lambda;(\lambda\in\mathbb{R}) \\ z=2+\lambda \end{cases}$.

1- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2- أ) بيّن أنّ النقطة $B(-1;3;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ') .

ب) تحقق أن المستقيم (AB) عمودي على كل من المستقيمين (Δ) و (Δ') .

ج) استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ') .

3- لتكن N نقطة إحداثياتها $(-2+t;2+t;t)$ حيث $(t\in\mathbb{R})$ ولتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t)=AN^2$.

أ) بيّن أنّ النقطة N تنتمي إلى المستقيم (Δ')، ثم اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AN أصغر ما يمكن. ثمّ قارن بين القيمة الصغرى للدالة h والمسافة AB .

التمرين 02: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2016- مُكرر- الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ونعتبر النقط $A(2;1;-3)$ ، $B(0;-1;2)$ و $C(-3;-1;-1)$.

1- أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أن المعادلة: $2x-7y-2z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويُعامد المستقيم (BC) .

3- أ) جِد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) تقاطع المستويين (ABC) و (P) .

ب) بيّن أن المستقيم (D) عمود في المثلث ABC .

4- ليكن (Δ) المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC .

أ) بيّن أنّ الجملة: $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k \\ y=k \\ z=-2-4k \end{cases} ;(k\in\mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .

ب) بيّن أنّ المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة G يُطلب تعيين إحداثياتها .

ج) بيّن أنّ المثلث ABC متساوي الساقين.

د) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟

5- عيّن طبيعة وعناصر المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تُحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3$.

التمرين 03: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2016- المُسرب- الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر المستويين (P) و (P') معادلتيهما على الترتيب: $2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$.

1) بيّن أنّ المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2) عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقّق: $d\left(M;(P)\right)=d\left(M;(P')\right)$ حيث $d\left(M;(P)\right)$ المسافة بين النقطة M والمستوي (P)، $d\left(M;(P')\right)$ المسافة بين M و (P') .

3) تحقّق أنّ النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

4) H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين (P) و (P') على الترتيب.

أ- جِد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH') .

ب- استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H' .

5)عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثمّ احسب مساحة المثلث AHH' .

التمرين 04:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2016–المُسرب–الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(5;-1;-2)$ و $B(3;12;-7)$.

(Δ) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي:

$$\begin{cases} x=1+3k \\ y=1+2k;(k\in\mathbb{R}) \\ z=4k \end{cases}$$.

1)أ)عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2;1;1)$ شعاع توجيه له.

ب)بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C(1;1;0)$ نقطة تقاطعهما .

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

أ)بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جِد معادلة ديكارتية له.

ب)بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) .

3) α و β عددان حقيقيان و (P') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء المعرفة بـ:

$$\begin{cases} x=3-\beta \\ y=12+12\alpha+9\beta \\ z=-7-6\alpha-11\beta \end{cases}$$.

أ)أثبت أنّ المجموعة (P') هي مستو ثمّ تحقق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له.

ب)عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي (P') مع المستقيمين (Δ) و (Δ') على الترتيب.

جـ)احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$.

التمرين 05:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع I، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$؛ نعتبر النقط $A(2;1;0)$ ، $B(1;2;2)$ ، $C(3;3;1)$ و $D(1;1;4)$.

1)تحقّق أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا وأنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2)بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع، ثمّ تحقّق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.

3)عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D .

4)النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

أ)عيّن إحداثيات النقطة E ثمّ احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)

ب)عيّن مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان (ABC) في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.

5)احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين 06:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع II، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$؛ نعتبر النقط $A(2;4;1)$ ، $B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ و $D(1;0;-2)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:

1)النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2) $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3)النقطة $E(3;2;-1)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

4)المستقيمان (AB) و (CD) من نفس المستوي.

5) $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t-1 \quad;(t\in\mathbb{R}) \\ z=-t-1 \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (CD) .

6)يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

التمرين 07:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;-1;1)$ ، $B(-1;2;1)$ ، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$.

1)أ)تحقق أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا .

ب)بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ)اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2)لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,-1)\}$.

أ)احسب إحداثيات G .

ب)لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:
$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$$
بيّن أنّ (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

جـ)أثبت أنّ معادلة (Γ) هي: $6x-4y+2z+3=0$.

3)بيّن أنّ المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

التمرين 08:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع II، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1)أ)برهن أنّ A ، B و C ليست في استقامية.

ب)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .

جـ)تحقق أنّ $x+y-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2)نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي:

$(P): x-y-2z+5=0$ و

$(Q): 3x+2y-z+10=0$.

برهن أنّ (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=t-3 \\ y=-t \\ z=t+1 \end{cases};(t\in\mathbb{R})$.

3)عيّن تقاطع المستويات (ABC) ، (P) و (Q) .

4)لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء . نسمي $d(M;(P))$ المسافة بين M والمستوي (P) و $d(M;(Q))$ المسافة بين M والمستوي (Q) ، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث:
$\sqrt{6}\times d(M;(P))=\sqrt{14}\times d(M;(Q))$.

التمرين 09:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(-1;1;3)$ ، $B(1;0;-1)$ ، $C(2;-1;1)$ ، $D(2;0;-1)$ والمستوي (P) ذا المعادلة: $2y+z+1=0$.

ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له: $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+\beta \\ z=1-2\beta \end{cases}$ حيث β وسيط حقيقي.

1)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC) ، ثمّ تحقّق أنّ المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P) .

2)بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.

3)أ)احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (P) .

ب)بيّن أنّ D نقطة من (P) ، وأنّ المثلث BCD قائم.

4)بيّن أنّ $ABCD$ رباعي وجوه، ثمّ احسب حجمه.

التمرين 10:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط: $A(2;1;-1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C\left(-\frac{3}{2};-2;1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2};-3;0\right)$. ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

1)أ)احسب إحداثيات النقطة I .

ب)بيّن أنّ: $2x+4y-8z+5=0$ معادلة ديكارتية لـ (P) ؛ المستوي المحوري لـ $[AB]$.

2)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(1;2;-4)$ شعاع توجيه له.

3)أ)جد إحداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) والمستقيم (Δ) .

ب)بيّن أنّ (Δ) و (AB) من نفس المستوي، ثمّ استنتج أنّ المثلث IEC قائم.

4)أ)بيّن أنّ المستقيم (ID) عمودي على كل من المستقيم (AB) والمستقيم (IE) .

ب)احسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$.

التمرين 11:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع I، علوم تجريبية)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة: $14x+16y+13z-47=0$، والنقط $A(1;-2;5)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-1;3;1)$.

1)أ-تحقق أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب-بيّن أنّ المستوي (ABC) هو (P) .

2)جِد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

3) أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

ب- تحقق أنّ النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Q).

جـ- احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين 12: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2012 الموضوع II، علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-1;0;1)$، $B(2;1;0)$ و $C(1;-1;0)$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستويا.

2) بيّن أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) D و H نقطتان من الفضاء حيث: $D(2;-1;3)$ و $H\left(\frac{13}{15};-\frac{13}{30};\frac{1}{6}\right)$.

أ- تحقق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC).

ب- بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ- استنتج أنّ المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثم جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما.

التمرين 13: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2011 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، المستوي (P) الذي يشمل النقطة $A(1;-2;1)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له؛ وليكن (Q) المستوي ذا المعادلة $x+2y-7=0$.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2. أ- تحقّق أنّ النقطة $B(-1;4;-1)$ مشتركة بين المستويين (P) و (Q).

ب- بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3. لتكن النقطة $C(5;-2;-1)$.

أ- احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P) ثمّ المسافة بين النقطة C والمستوي (Q).

ب- أثبت أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

جـ- استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ).

التمرين 14: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2011 الموضوع II، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط $A(0;1;5)$، $B(2;1;7)$ و $C(3;-3;6)$.

1. أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;-4;-1)$ شعاع توجيه له.

ب- تحقّق أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ- بيّن أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان.

د- استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

2. نعتبر النقطة $M(2+t;1-4t;7-t)$ حيث t عدد حقيقي؛ ولتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(t)=AM$

أ- اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t.

ب- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t؛ $h'(t)=\dfrac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$.

جـ- استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن.

- قارن بين القيمة الصغرى للدالة h، والمسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين 15: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2010 الموضوع I، علوم تجريبية)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بيّن أنّ المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللّذين معادلتيهما على الترتيب:

$(P): x+2y-3z+1=0$ و $(Q): 2x+y-z-1=0$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقّق أنّ تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عيّن تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين 16:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010) الموضوع II، علوم تجريبية

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x-2y+z+3=0$.

1) نُذكّر أنّ حامل محور الفواصل $\left(O;\vec{i}\right)$ يُعرف بالجملة $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

–عيّن إحداثيات نقطة تقاطع حامل محور الفواصل $\left(O;\vec{i}\right)$ مع المستوي (P) .

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0;0;-3)$ و $C(-1;-4;2)$.

أ–تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) .

ب–احسب الطول AB .

جـ–احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (P) .

3) أ–اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة C والعمودي على المستوي (P) .

ب–تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

جـ–احسب مساحة المثلث ABC .

التمرين 17:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009) الموضوع I، علوم تجريبية

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط: $A(1;0;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;1;3)$.

1) (P) مستو معادلة له من الشكل $x-z+1=0$.

أ) بيّن أنّ المستوي (P) هو المستوي (ABC) .

ب) ما طبيعة المثلث ABC .

2) أ) تحقّق من أن النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC) .

ب) ما طبيعة $ABCD$.

3) أ) احسب المسافة بين D والمستوي (ABC) .

ب) احسب حجم $ABCD$.

التمرين 18:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009) الموضوع II، علوم تجريبية

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط: $A(2;3;-1)$ ؛ $B(1;-2;4)$ ؛ $C(3;0;-2)$ ؛ $D(1;-1;-2)$.

وليكن (π) المستوي المُعرف بمعادلته الديكارتية: $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A ، B ، C في استقامية.

2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له: $25x-6y-z-33=0$.

3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .

4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

التمرين 19:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008) الموضوع I، علوم تجريبية

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$ والنقط $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$.

1–تحقّق أنّ النقط A ، B و C ليست على استقامية، ثم بيّن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $y+2z-2=0$.

2–أ–تحقّق أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC) .

ب–احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

3–لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,\alpha);(C,\beta)\}$ حيث α، β عددان حقيقيان يُحققان $1+\alpha+\beta\neq 0$

عيّن α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ) .

التمرين 20:(03 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008) الموضوع II، علوم تجريبية

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك.

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط: $A(1;3;-1)$ ، $B(4;1;0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$.

والمستوي (P) الذي معادلته: $x-3z-4=0$.

1) المستوي (P) هو:

ج1) (BCD) ، ج2) (ABC) ، ج3) (ABD) .

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو:

ج1) $\vec{n_1}(1;2;1)$ ، ج2) $\vec{n_2}(-2;0;6)$ ، ج3) $\vec{n_3}(2;0;-1)$.

3) المسافة بين النقطة D والمستوي (P) هي:

ج1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ، ج2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ، ج3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

شعبة: تقني رياضي.

التمرين 21: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة ماي 2016 الموضوع I، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، لتكن النقط: $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$

و (P) المستوي الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له والمستقيم (Δ) الذي $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \ ;(t\in\mathbb{R}) \\ z=4-3t \end{cases}$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
01	المستوي (P) يحوي المستقيم	(Δ)	(AB)	(AC)
02	المستويان (P) و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
03	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
04	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
05	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستو	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين 22: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة ماي 2016 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$، نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث: $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;1;1)$.

1) بيّن أنّ مثلث ABC قائم في A .

2) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A والعمودي على (AB)

3) ليكن (P') المستوي حيث: $x-z-1=0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P') .

4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ- بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) .

ب- احسب المسافة بين D و (Δ) .

5) أ- بيّن أنّ النقطة $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ب- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

التمرين 23: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2015 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(-2;3;7)$ والمستوي (P) المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعين مستويا.

ب) تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثمّ بيّن أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

ب) بيّن أنّ تقاطع (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t;(t\in\mathbb{R}) \\ z=-t \end{cases}$.

3) أ) عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$.

ب) احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

4) لتكن (P') مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ)).

أ) بيّن أنّ المجموعة (P') هي مستوٍ يُطلب تعيين عناصره المميزة، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

ب) بيّن أنّ المستويات الثلاثة (P)، (ABC) و (P') تتقاطع في نقطة واحدة E، ثمّ عيّن إحداثيات E.

ج) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ).

التمرين 24: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2015 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(2;3;1)$، $B(1;2;-2)$ و (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases};(t\in\mathbb{R})$.

1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له.

ب) عيّن إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (D) و (Δ).

بيّن أنّ $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له.

3) أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة B ويُعامد المستقيم (Δ).

ب) عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (Δ).

ج) احسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ).

د) احسب مساحة المثلث BEC.

التمرين 25: (04,5 نقطة) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2014 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرّفان بتمثيليهما الوسيطين التاليين:

$$(\Delta_1):\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t;(t\in\mathbb{R}) \\ z=1-t \end{cases}$$

و $(\Delta_2):\begin{cases} x=1 \\ y=-1-t';(t'\in\mathbb{R}) \\ z=4+2t' \end{cases}$.

1) أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

2) أ) أثبت أنّ النقطة $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P).

ب) بيّن أنّ النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).

3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(5;1;-7)$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع (Q) مع كل من (Δ_1) و (Δ_2) على الترتيب.

4) أ) عيّن طبيعة المثلث BCD، ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

ب) استنتج مساحة المثلث ACD.

التمرين 26: (04,5 نقطة) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2014 الموضوع II، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

A، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0;-1;1)$، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب) بيّن أنّ النقط A، B، C تُعين مستويا.

2) أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC).

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) ليكن (S) سطح الكرة الذي معادلته:

$$x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$$

نسمي Ω و R مركز ونصف قطر (S) احسب R وعيّن إحداثيات Ω.

4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P_1) و (P_2) مماسي سطح الكرة (S) والموازيين للمستوي (ABC).

التمرين 27: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2013 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;-1)$، $B(5;-3;2)$، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تُعين مستويا؛ نرمز له بالرمز (P).

2) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي (P)، ثمّ جد معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3)أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D ويُعامد (P).

ب)عيّن إحداثيات النقطة E؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P).

4)المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB)، و العدد λ الحقيقي حيث: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$.

أ)بيّن أنّ: $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب)استنتج العدد الحقيقي λ وإحداثيات النقطة H، ثمّ المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB).

التمرين 28:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2013 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$،

نعتبر النقطتين $A(2;-5;4)$ ، $B(3;-4;6)$ و المستقيم (Δ) المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t;(t\in\mathbb{R})\\ z=4+t\end{cases}$.

1–أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B.

ب)ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D).

2–(P) المستوي الذي يشمل (D) ويُوازي (Δ).

–برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3– M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D).

أ)عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D).

ب)احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P).

التمرين 29:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

(P) المستوي الذي يشمل النقطة $A(2;-5;2)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له.

(Q) المستوي الذي: $x+2y-2=0$ معادلة له.

1–عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2–بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

3–عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، تقاطع المستويين (P) و (Q)

4–أ)احسب d_1 المسافة بين النقطة $K(3;3;3)$ والمستوي (P) و d_2 المسافة بين النقطة K والمستوي (Q).

ب)استنتج d المسافة بين النقطة K والمستقيم (Δ).

5–احسب المسافة d بطريقة ثانية.

التمرين 30:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2012 الموضوع II، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. (P) المستوي الذي: $-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له

و (D) المستقيم الذي: $\begin{cases}x=k\\ y=\dfrac{1}{3}-\dfrac{4}{3}k\\ z=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}k\end{cases}$;$(k\in\mathbb{R})$ تمثيل وسيطي له.

1–تحقّق أنّ المستقيم (D) محتوى في المستوي (P).

2–أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له.

ب)عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ).

3–بيّن أنّ: $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ).

4–$M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء.

أ)احسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q).

ب)أثبت أنّ مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يُطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

5–عيّن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية: $\begin{cases}4x+3y-1=0\\ 3x-4z-3=0\\ x+3y+4z+2=0\end{cases}$.

التمرين 31:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2011 الموضوع II، تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث: $\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$.

1/بيّن أنّ النقط A ، B و D تُعيّن مستويا .

2/بيّن أنّ المستقيم (CD) يُعامد المستوي (ABD) .

3/ I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ)بيّن أنّ المستقيم (AB) يُعامد المستوي (CDI) .

ب)عيّن معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

ج)استنتج إحداثيات النقطة I .

4/احسب الأطوال DI ، CD ، AB واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه $= \frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الإرتفاع)

التمرين 32:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3;-1;2)$ ، $B(1;2;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$.

1/عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/عيّن طبيعة وعناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقّق: $\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=4$.

3/أ-اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة G ويُعامد المستوي (P) .

ب-عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

جـ-احسب المسافة بين G والمستوي (P) .

4/نُعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=t+2\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$

حيث t و λ عددان حقيقيان.

أثبت أنّ (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعه .

التمرين 33:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2010 الموضوع II، تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،

نعتبر النقطتين: $A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$.

1)اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي له.

2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويُعامد المستوي (p_1) .

أ-بيّن أنّ $\vec{v}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2) .

ب-اكتب معادلة لـ (p_2) .

3)نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرّفة بـ: $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$.

أ-بيّن أنّ المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب-بيّن أنّ المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD) .

جـ-احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين 34:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع I، تقني رياضي)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي مُعطى بالجملة التالية: $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2;(t\in\mathbb{R}) \\ z=t+1 \end{cases}$.

(P) مستو معرّف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$.

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل:

01	A_1 :النقطة $A(1;1;2)$ تنتمي إلى (Δ) .	B_1 : النقطة $B(-1;0;2)$ تنتمي إلى (Δ) .	C_1 : النقطة $C\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ) .
02	A_2 : $\vec{u}\left(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2 : $\vec{u'}(1;3;1)$ شعاع توجيه (Δ) .	C_2 : $\vec{u''}(3;1;0)$ شعاع توجيه (Δ) .
03	A_3 : (Δ) محتوى في (P) .	B_3 : (Δ) يقطع (P) .	C_3 : (Δ) يوازي (P) .

04	A_4: المستوي (Q_1) ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يُعامد (P).	B_4: المستوي (Q_2) ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يُعامد (P).	C_4: المستوي (Q_3) ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يُعامد (P).
05	A_5: المسافة بين النقطة $D(1;1;1)$ والمستوي (P) هي: $\frac{6}{\sqrt{11}}$.	B_5: المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ والمستوي (P) هي: $\frac{\sqrt{11}}{11}$.	C_5: المسافة بين النقطة $E(1;3;0)$ والمستوي (P) هي: $\sqrt{11}$.

التمرين 35:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2009 الموضوع II، تقني رياضي)

1. نعتبر في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، النقط $A(1;1;2)$، $B(-1;0;-2)$ و $C(-1;0;-6)$.

بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تُحقّق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز (P) يُطلب تعيين معادلة له.

2. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تُحقّق المعادلة:

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$$

برهن أنّ (S) هي سطح كرة يُطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R.

3. G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنّها تنتمي إلى (S).

ب) اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يمس سطح الكرة (S) في النقطة G.

التمرين 36:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع I، تقني رياضي)

نعتبر الفضاء منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

$A(1;2;2)$، $B(3;2;1)$ و $C(1;3;3)$ نقط من هذا الفضاء.

1/ برهن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستوٍ يُطلب تعيين معادلته الديكارتية.

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرّفين بمعادلتيهما الديكارتيتين:

$$(P_1): x-2y+2z-1=0$$

$$(P_2): x-3y+2z+2=0$$

بيّن أنّ (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ).

3/ بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ).

4/ بيّن أنّ الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ).

5/ استنتج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة:

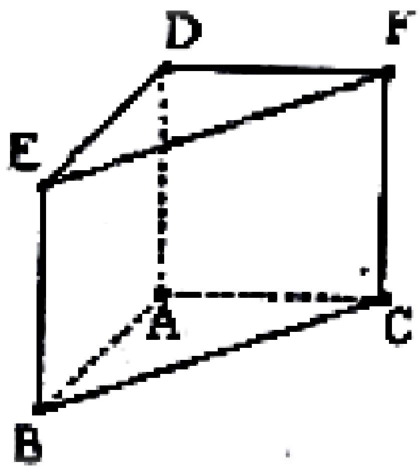
$$\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$$ حيث $(k\in\mathbb{R})$.

6/ لتكن M نقطة من المستقيم (Δ)، أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين، ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

التمرين 37:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع II، تقني رياضي)

$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r\in\mathbb{R}_+^*$.

(انظر الشكل)



1) يُرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$.

بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,2);(E,1);(F,1)\}$ هو منتصف $[IJ]$.

2) يُنسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$.

- عيّن إحداثيات النقط A، B، C، D، E و F.

-عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق:

$$2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$$

شعبة: رياضي.

التمرين 38:(04,5 نقطة) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(2;-1;1)$ ، $C(-1;0;1)$، $D\left(\frac{1}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$ ، $E(0;1;1)$ ، $H\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4};-\frac{1}{2}\right)$

والمستوي (P) المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1+\alpha+\beta \\ y=2-\alpha \\ z=-1+2\alpha-\beta \end{cases}$ ،

α و β وسيطان حقيقيان.

1)أ)بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا .

ب)تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(1;3;5)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2)أ)اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثم بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) متقاطعان.

ب)نسمي (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (P) .

تحقّق أنّ النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأنّ $\vec{u}(-3;1;0)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) .

جـ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

د)بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) ثم استنتج المسافة بين A و (Δ) .

3) G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A,2);(B,-3);(C,2)\}$.

نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق: $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{GM}=11$.

أ)عيّن إحداثيات النقطة G .

ب)اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (Γ) ثم بيّن أنّها سطح كرة يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

جـ)حدّد الوضعية النسبية للمستوي (ABC) والمجموعة (Γ) .

التمرين 39:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة ماي 2016 الموضوع II، رياضي)

1)الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط A، B، C و D حيث: $A(1;0;3)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(0;0;2)$ و $D(3;4;1)$.

أ)عيّن العددين الحقيقيين α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(2;\alpha;-\beta)$ ناظميا للمستوي (ABC) .

ب)جِد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) $z=2-x$ و $y=2z-2x-4$ معادلتان ديكارتيتان للمستويين (P) و (Q) على الترتيب.

أ)بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.

ب)أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q) .

جـ)احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

3) (S) سطح الكرة التي مركزها D ومماس للمستوي (Q) .

أ)اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

ب)جِد الطبيعة والعناصر المميّزة لتقاطع (P) و (S) .

4) λ عدد حقيقي، G_λ نقطة من الفضاء حيث: $2\overrightarrow{G_\lambda A}-\overrightarrow{G_\lambda B}+e^\lambda\overrightarrow{G_\lambda C}=\vec{0}$. (e يُرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

أ)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق:

$$(1+e)\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\right\|$$

ب) H مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$. اكتب $\overrightarrow{CG_\lambda}$ بدلالة $\overrightarrow{CH}$.

جـ)عيّن مجموعة النقط G_λ لمّا يتغيّر λ في المجموعة $\mathbb{R}$.

د)جِد قيمة λ التي تكون من أجلها G_λ منتصف القطعة $[CH]$.

التمرين 40:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;5;4)$ ، $B(10;4;3)$ ، $C(4;3;5)$ و $D(0;4;5)$.

1)أ)بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب)بيّن أنّ النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي.

جـ)استنتج أنّ النقطة D هي مرجح النقط A ، B و C المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها .

د)عيّن إحداثيات النقطة E نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة D .

هـ)اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AE]$.

2)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث:

$\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MD}-3\overrightarrow{MA}\right\|$.

3)أ)تحقّق أنّ النقطة $F(1;8;10)$ تنتمي إلى المستوي (P) .

ب)المستقيم (FD) يقطع (Γ) في نقطتين G و H .

حدّد طبيعة الرباعي $AGEH$ ، ثمّ احسب مساحته.

4) (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D ويُعامد المستوي (AEH) .

أ)بيّن أنّ الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي للمستوي (AEH) .

ب)تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، النقطة $N(3t;4-2t;5+t)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ج)بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t ، حجم المجسم $NAGEH$ هو $v(t)$ حيث $v(t)=2|t|\sqrt{14}uv$. (uv وحدة الحجوم)

د)عيّن إحداثيات كل من النقطتين N_1 و N_2 من (Δ) اللّتين يكون من أجليهما $v(t)=2\sqrt{3}uv$.

التمرين 41:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2015 الموضوع II، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(2;0;0)$ و $B(-1;-5;-1)$.

(Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-1;2;-1)$ شعاع توجيه له.

(Δ_2) المستقيم المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي:

$$\begin{cases} x=-3-3t \\ y=2+2t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=7+3t \end{cases}.$$

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{v}(2;5;3)$ شعاع توجيه له.

1)بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في النقطة C يُطلب تعيين إحداثياتها.

2)بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (d) ليسا من نفس المستوي.

3)أ)اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .

ب)استنتج أنّ $4x+3y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

ج)تحقّق من أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) .

4)أ)بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) وتوجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون النقط A ، I و D في استقامية؛ يُطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D .

ب)بيّن أنّ النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$.

5)النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1);(I,2)\}$ والنقطة G المسقط العمودي للنقطة K على المستوي (P) .

أ)بيّن أنّ النقطة G هي مرجح النقط A ، C و D المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها .

ب)استنتج إحداثيات النقطة G .

التمرين 42:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع I، رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط: $A(2;1;-1)$ ، $B(-1;2;4)$ ، $C(0;-2;3)$ و $D(1;1;-2)$ والمستوي (P) المعرّف بالمعادلة الديكارتية: $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1)النقط A ، B و C تُعيّن مستويا .

2)المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P) .

3) $x-2y-z-1=0$ هي معادلة للمستوي (ACD) .

4) $\begin{cases} x=2t \\ y=-2+3t\,;t\in\mathbb{R} \\ z=3-4t \end{cases}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AC) .

5)المسافة بين النقطة D والمستوي (P) تساوي $\frac{3}{2}$.

6)النقطة $E(-2;-1;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة C على (P) .

7)سطح الكرة ذات المركز D ونصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM}=0$.

التمرين 43:(05 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2014 الموضوع II، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$ و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له. (Δ') المستقيم المعرّف بجملة المعادلتين: $\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$.

1) جِد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ') .

2) بيّن أنّ (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

3) (P) المستوي الذي يشمل (Δ') ويُوازي (Δ) . بيّن أنّ معادلة المستوي (P) هي: $2x+y+2z-3=0$.

4) $M(1+t;1+2t;3-2t)$ نقطة كيفية من المستقيم (Δ)، حيث $t\in\mathbb{R}$. احسب d المسافة بين M والمستوي (P) .

5) أ) عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)، ثمّ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta")$ الذي يشمل A' ويُوازي (Δ) .

ب) بيّن أنّ (Δ') و $(\Delta")$ يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$.

6) الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(t)=BM^2$.

أ) بيّن أنّ: $f(t)=9t^2-24t+20$.

ب) بيّن أنّ f تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يُطلب تعيين t_0 و $f(t_0)$.

جـ) تحقّق أنّ $d=\sqrt{f(t_0)}$.

التمرين 44: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2013 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;0;1)$، $B(2;2;-1)$، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$

والمستوي (P) المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1+3\alpha+\beta \\ y=1-2\alpha \\ z=4+\alpha+\beta \end{cases}$ ؛

α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ- بيّن أنّ النقط A، B و C تُعيّن مستويا .

ب- تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC)، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) متعامدان.

ب- بيّن أنّ تقاطع (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-7+4t\,;t\in\mathbb{R} \\ z=-7+5t \end{cases}$.

جـ- احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)، والمسافة بين النقطة D والمستوي (P)، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

3. (Q) المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (ABC) و (P) .

أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب- بيّن أنّ المستويات الثلاثة (ABC)، (P) و (Q) تتقاطع في نقطة واحدة H، ثمّ عيّن إحداثيات H .

جـ- احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

التمرين 45: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2013 الموضوع II، رياضي)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$؛ النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$

والمستقيم (Δ) المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases}$

حيث $(\alpha\in\mathbb{R})$.

1. أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

ب- بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

2. (P) المستوي الذي يشمل (AB) ويُوازي (Δ) .

أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) .

ب- أثبت أنّ $x-y+z-1=0$، هي معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1+2\beta;1+\beta;1-\beta)$ مع $(\beta\in\mathbb{R})$.

أ- بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

ب- جِد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي (P) .

جـ- تحقّق أنّ المسافة بين N و (P) هي $\frac{2}{\sqrt{3}}$، ثمّ احسب مساحة المثلث ABN .

التمرين 46: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2012 الموضوع I، رياضي)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، النقط $A(3;0;0)$، $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية وأنّ الشعاع $\vec{n}(4;3;-1)$ عمودي على كل من الشعاعين: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقط A ، B و C .

3) أ- بيّن أنّ: $6x-8y+7=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (P') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=BM$.

ب- بيّن أنّ: $2x-4y-4z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $(P")$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $AM=CM$.

جـ- بيّن أنّ (P') و $(P")$ يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4) احسب إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين 47: (04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2012 الموضوع II، رياضي)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، النقط $A(1;1;1)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا (P_1) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

2) (P_2) المستوي الذي: $x-2y-2z+6=0$ معادلة ديكارتية له.

- بيّن أنّ (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3) بيّن أنّ النقطة O هي مرجح الجملة: $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$.

4) أ- عيّن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تُحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{3}$.

ب- احسب إحداثيات D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ) .

جـ- ما هي طبيعة المثلث ODE ؟ ثم استنتج المسافة بين O و (Δ) .

التمرين 48: (04,5 نقطة) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2011 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1/ نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$.

أ/ أثبت أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا .

ب/ بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2/ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث:

$(P_1): 3x+4y-2z+1=0$ و

$(P_2): 2x-2y-z-1=0$.

أ/ بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

ب/ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

جـ/ تحقّق أنّ النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ) .

د/ احسب المسافتين $d(O;(P_1))$ و $d(O;(P_2))$ استنتج المسافة $d(O;(\Delta))$.

التمرين 50: (05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2011 الموضوع II، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$.

(D) المستقيم الذي يشمل النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$

و (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة C وشعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$.

1- اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ) ثمّ ادرس الوضع النسبي لهما .

2- بيّن أنّ: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة G ؟

3- عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة له.

4- احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

5- H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (D) .

أ) جِد إحداثيات النقطة H .

ب) استنتج المسافة بين النقطة B والمستقيم (D) .

التمرين 51: (04,5 نقطة) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2010 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;0;0)$ ، $B(0;1;0)$ و $C(0;0;2)$.

1) بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2) جِد معادلة للمستوي (ABC) .

3) جِد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC) .
4) (P) المستوي الذي معادلته: $2x+2y+z-2=0$.
أ) بيّن أنّ: (P) و (ABC) متقاطعان.
ب) بيّن أنّ: (P) يشمل B و C، ماذا تستنتج؟
5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تُحقّق:
$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

التمرين 52:(04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2010 الموضوع II، رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1;2;1)$، $B(2;1;3)$، $C(0;-1;2)$ ولتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM=BM$.
1- بيّن أنّ (P) هو المستوي الذي معادلته:
$3x-y+2z-4=0$.
2- عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويُوازي (P) .
3- أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل C ويُعامد (P) .
ب- عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D) .
جـ- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .
4- عيّن تمثيلا وسيطياً للمستوي (π) الذي يحوي المستقيم (AC) ويُعامد المستوي (P)، ثم استنتج معادلة له.

التمرين 53:(05 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2009 الموضوع I، رياضي)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$، $B(0;2;-1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي $\begin{cases}x=2+3t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.
1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .
أثبت أنّ (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي.
2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويُوازي المستقيم (D) .
أ- بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ عمودي على المستوي (P) .
ب- اكتب معادلة للمستوي (P) .
جـ- بيّن أنّ المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M .

د- عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yoz) .

التمرين 54:(04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2009 الموضوع II، رياضي)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، المستويين (P_1) و (P_2) حيث $x+2y-z-2=0$ معادلة للمستوي (P_1)
و $\begin{cases}x=1+2\alpha+\beta\\y=1+\alpha\\z=5+\alpha+\beta\end{cases}$; $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$ تمثيل وسيطي للمستوي (P_2) .
1) اكتب معادلة للمستوي (P_2) .
2) عيّن شعاعًا ناظميا $\overrightarrow{n_1}$ للمستوي (P_1) وشعاعاً ناظميا $\overrightarrow{n_2}$ للمستوي (P_2) .
3) بيّن أنّ المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.
4) أ- $A(3;1;1)$ نقطة من الفضاء، عيّن المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثمّ المسافة d_2 بين A و (P_2) .
ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .
5) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي.
ب- M نقطة كيفية من (Δ)، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ) .

التمرين 55:(04 نقاط) الهندسة الفضائية (دورة جوان 2008 الموضوع I، رياضي)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
لتكن النقط $A(0;2;1)$، $B(-1;1;-3)$، $C(1;0;-1)$.
1. أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها C وتشمل النقطة A .
2. ليكن المستقيم (D) المُعرّف بالتمثيل الوسيطي:
$\begin{cases}x=-1-\lambda\\y=1+2\lambda\\z=-3+2\lambda\end{cases}$ حيث λ عدد حقيقي.
أ) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C ويُعامد المستقيم (D) .

ب)احسب المسافة بين النقطة C والمستقيم (D) .

ج)ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) وسطح الكرة (S) ؟

التمرين 56:(04 نقاط) الهندسة الفضائية(دورة جوان 2008 الموضوع II، رياضي)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطين الآتيين:

$$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\frac{1}{2}\lambda \ ;\lambda\in\mathbb{R} \\ z=-2-2\lambda \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x=6+\alpha \\ y=1-2\alpha\ ;\alpha\in\mathbb{R} \\ z=5+\alpha \end{cases}$$

على الترتيب.

1-بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

2- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ') .

أ)عيّنٍ إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ') .

ب)احسب الطول MN .

3-عيّن معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويُوازي المستقيم (Δ') .

4-احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') والمستوي (P) . ماذا تُلاحظ؟

تحيات الأستاذ: بوعزة مصطفى

بالتوفيق للجميع.

لا تنسونا بصالح الدعاء لي ولوالديا .

انتهى ———— بالتوفيق.