التمرين 01:

I. g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II. f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1+\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$.
ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) ليكن (D) مستقيم معادلته $y=\frac{1}{2}x$. أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$

* فسر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).

5) بين أنه توجد نقطة وحيدة B من المنحنى (C_f) يكون عندها المماس (T) موازي لـ (D).

6) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,34;0,35[$

7) أنشـــئ المنحنى (C_f).

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+m$

التمرين 02:

I) f دالة معرفة على $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$.

(C_f) تمثيلها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) عين فاصلة النقطة من (C_f) يكون عندها المماس موازي للمستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$.

3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد x من I يمكن كتابة $f(x)$ كما يلي: قي $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث a و b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب) إستنتج أنه يمكن رسم (C_f) إنطلاقا من المنحنى (C) الممثل لدالة $\ln$ ثم أرسم (C) و (C_f) في نفس المعلم.

II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حل وحيد α يحقق $2<\alpha<3$.

3) أرسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right[$ في المعلم السابق.

4) إستنتج إشارة $g(x)$ على I ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

5) برهن أنه من أجل كل عدد x من $]1;\alpha[$ فإن $f(x)$ ينتمي إلى $]1;\alpha[$.

التمرين 03:

f دالة معرفة على $]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$

(C_f) تمثيلها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f.   2) عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند النقطتين A و B مماسين معامل توجيه كل منهما هو 1 . عين إحداثيات النقطتين A و B.

4) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد x_0 ، حيث $x_0\in\left]\frac{13}{4};\frac{7}{2}\right[$

5) أنشئ المنحنى (C_f).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و حلول المعادلة :

$$(x+2)\ln\left(\frac{x}{x+2}\right)-mx-2m-3=0$$

التمرين 04:

I) لتكن الدلة العددية g المعرفة على $]-\infty;3[$ كمـــا يلي:

$$g(x)=\frac{-x-1}{-x+3}+\ln(-x+3)$$

1)أ) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} 3} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

ب) ثم أدرس إتجـاه تغير الدالة g ثم شكـــــل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$. إستنتج إشـــارة $g(x)$ على $]-\infty;3[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;3[$ كما يلي:

$$f(x)=(x+1)\ln(-x+3)$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} 3} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـــا.

3) بين أن: $f(\alpha)=\frac{(\alpha+1)^2}{3-\alpha}$ و إستنتج حصرا لـــ $f(\alpha)$.

4) حل في المجال $]-\infty;3[$ المعادلة $f(x)=0$ ثم إستنتج إشـــارة $f(x)$ علـــــى $]-\infty;3[$.

5) أحسب $f(-2)$ و$f(-3)$ ثم أرسم المنحنى (C_f) بدقة.

III) k دالة معرفة على $]-\infty;3[$ كما يلي: $k(x)=|x+1|\ln(-x+3)$

1) أحسب $\lim_{h \xrightarrow{<} 0}\frac{k(-1+h)-k(-1)}{h}$ و $\lim_{h \xrightarrow{>} 0}\frac{k(-1+h)-k(-1)}{h}$

مـــاذا تستنتج؟ و أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فـاصلتها $x_0=-1$

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k). (وحدة الطـول $2cm$)

التمرين 05:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$

1)أدرس تغيرات الدالة f

2)أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

3)أحسب $f(-x)+f(x)$. ماذا تستنتج؟

4)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$

5)أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ و يمسه في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما ثم جد معادلة المماس.

6)أرسم (T) و (C_f) في المعلم السابق

7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+1$

8) h هي الدالة العددية ذات المتغير x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $h(x)=1+\dfrac{\ln x^2}{|x|}$

- بين أن الدالة h زوجية ثم أرسم المنحنى (C_h) دون دراسة الدالة h. علل إجابتك

التمرين 06:

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$، كمـــا يلي: $g(x)=e^x-x-1$

1) أدرس إتجــاه تغيرات الدالة g. ثم إستنتج إشارة $g(x)$ و (e^x-x).

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2-2\ln(e^x-x)$.

1)أ) تحقق أنه من اجل $x\geq 0$ فإن: $f(x)=x^2-2x-2\ln(1-xe^{-x})$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) تحقق أنه من أجل $x<0$ فإن: $f(x)=x^2-2\ln(-x)-2\ln\left(1-\dfrac{e^x}{x}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2)أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{2(x-1)}{e^x-x}\times g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغيرات الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها.

3) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نسمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f و (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 0.

أ) أكتب معادلة المماس (Δ). ب) احسب $f(1)$، $f(2)$، $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

ج) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة تختلف عن المبدأ O فاصلتها α، حيث $1<\alpha<\dfrac{3}{2}$ د) أرســم (C_f) و (Δ).

التمرين 07:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ و شكـــل جدول تغيراتهـا.

2) بين وجود عدد β حيث $g(\beta)=0$ ثم تأكد أن β من المجال $]0,65;0,66[$

3) إستنتج إشـــــارة g على المجال $]0;+\infty[$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\dfrac{1+\ln x}{x}$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (تـــــأخذ وحدة الرسم $4cm$)

1) أ) أدرس تغيرات f (لدراسة إشـارة $f'(x)$ إستعن بإشارة $g(x)$.)

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة ذات الفاصلة α حيث $1,8<\alpha<1,9$.

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1-x$ مقارب لـ (C_f) ثم أدرس الوضع النسبي بينهما.

2)أ) بين أن $\ln(\beta)=-\beta^2$ حيث β هو العدد الوارد في الجزء الأول من التمرين مستنتجا أن: $f(\beta)=1-2\beta+\dfrac{1}{\beta}$.

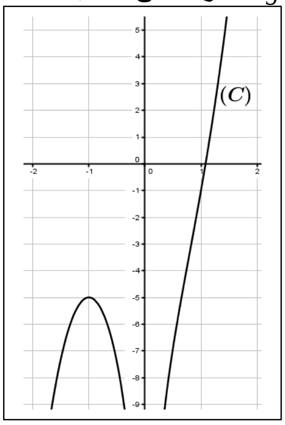
ب) برهن أن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=1-2x+\dfrac{1}{x}$ متناقصة ثم إستنتج أن $f(\beta)<h(0,65)$ و $f(\beta)>f(0,65)$.

ج) أعط حصرا لـ $f(\beta)$. 3) أرســم (Δ) و (C_f).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $-x^2+(1+m)x+1+\ln x=0$.

التمرين 08:

I) المنحنى المقابل هو التمثيل البياني لدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x)=2x^3-3+6\ln|x|$.



بقراءة بيانية : شكـــل جدول تغيرات الدالة g.

1) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1,07<\alpha<1,09$.

2) إستنتج إشـارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=2x-\dfrac{3\ln|x|}{x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا.

2)أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^4}$.

ب) إستنتج إشـارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج) بين أن $f(\alpha)=3\alpha-\dfrac{3}{2\alpha^2}$، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

4)أ) بين أنه يوجد مماس (Δ) لـ (C_f) يوازي المستقيم (D) و يمس (C_f) في نقطتين يطلب إعطاء معادلة لهذا المماس

ب) أنشئ (Δ) و (D) و (C_f) (تعطى $f(-0,75=0)$)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $mx^2+3\ln x=0$

التمرين 10:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\begin{cases} x\ln(1+x) & ;x\geq 0 \\ (x+2)e^{\frac{1}{x}} & ;x<0 \end{cases}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهـايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) بين أن f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$.

3) بين أن: $f'(x)=(x^2-x-2)\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$ على المجال $]-\infty;0[$.

4) أحسب $f'(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

5) أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتهـا.

6) بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

7) أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ على المجال $]0;+\infty[$. 8) أحسب $f(-2)$، أنشـئ (Δ) و (C_f).

بالتوفيق بكالوريـــا جوان 2015