

التمرين 01:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، وليكن t عدد حقيقي. تعطى النقاط $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ والمستقيم (D)

$$\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$$

(1) أعط التمثيل الوسيط للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطتين A و B (ب) بين أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس من نفس المستوي (2) لكن المستوي (p) الموازي للمستقيم (D) و الذي يشمل المستقيم (Δ) أبرهن أن الشعاع $\vec{n}(2; -2; 1)$ شعاع ناظم للمستوي (p) ، و عين المعادلة الديكارتية لـ (p) (ب) عين التمثيل البياني للمستقيم المعروف بتقاطع المستوي (p) مع المستوي (xOy)

التمرين 02:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(-3; -1; 7)$ ، $C(3;2;4)$ 1- بين أن A ، B ، C ليست على إستقامة واحدة

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad -2$$

(أ) بين أن (D) يعامد المستوي (ABC) (ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) 3- لتكن H هي تقاطع المستقيم (D) و المستوي (ABC) أ بين أن H هي مرجح الجملة $\{(A; -2); (B; -1); (C; 2)\}$ (ب) عين طبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ_1) للنقط M من الفضاء حيث: $(\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) = 0$ (ج) عين طبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ_2) للنقط M من الفضاء حيث: $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$

التمرين 03:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر

$$(D_2): \begin{cases} x = -6\beta \\ y = 1 + \beta \\ z = 2 + 2\beta \end{cases}, \beta \in \mathbb{R}, (D_1): \begin{cases} x = 3 - 4\alpha \\ y = -2 + \alpha \\ z = -1 + \alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}$$

1- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يعامد (D_1) و (D_2) ثم أحسب أقصر مسافة بين (Δ) بين المستقيمين (D_1) و (D_2)

التمرين 04:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر المستوي (p) الذي معادلته $2x + y - 2z + 4 = 0$ و النقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4; -2; 5)$

1) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستو و بين أن هذا المستوي هو (p) (2) أ بين أن المثلث ABC قائم (ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (p) الذي يشمل O و يعامد المستوي (p)

(ج) نسمي K المسقط العمودي للنقطة O على (p) . أحسب المسافة OK (د) أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$ 3- نسمي G مرجح الجملة $\{(O;3); (A;1); (B;1); (C;1)\}$ (أ) I هي مركز ثقل المثلث ABC . بين أن G تنتمي إلى (OI) (ب) عين المسافة بين G و المستوي (p)

التمرين 05:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$ ، $B(2;1;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته $x + y + z = 0$ (1) ليكن (p') المستوي الذي يشمل النقطة B و $\vec{n}(1;1;-2)$ شعاع ناظمي له. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') .

(2) أثبت أن المستويين (P) و (P') متعامدان (3) بين أن (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له (4) أحسب المسافة بين النقطة A و كل من المستويين (P) و (P') (ب) إستنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (D) .

التمرين 06:

6 نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، لتكن النقط $A(0;2;1)$ و $B(-1;1;-3)$ ، $C(1;0;-1)$ (1) أكتب العبارة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C وتشمل النقطة A

(2) ليكن المستقيم (D) المعروف بالتمثيل الوسيط: $\lambda \in \mathbb{R}; \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -3 + 2\lambda \end{cases}$

(أ) أكتب معادلة للمستوي (p) الذي يشمل النقطة C ويعامد المستقيم (D) (ب) أحسب المسافة بين النقطة C و المستقيم (D) (ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم (D) و سطح الكرة؟

التمرين 07:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(1; -2; 1)$ و الشعاع الناضمي له $\vec{n}(-2; 1; 5)$ و المستوي (R) الذي معادلته الديكارتية: $x + 2y - 7 = 0$

(أ) بين أن المستويين (P) و (R) متعامدين. (ب) برهن أن تقاطع المستويين (P) و (R) هو المستقيم (Δ) الذي يمر من النقطة $C(1;3;0)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(2; -1; 1)$ (ج) لتكن النقطة $A(5; -2; 1)$ ، أحسب المسافة بين A و (P) ثم المسافة بين A و (R) (د) إستنتج المسافة بين A و (Δ)

II. ليكن من أجل عدد حقيقي t النقطة $M(1 + 2t; 3 - t; t)$ (أ) عين بدلالة t الطول AM و الذي نسميه $f(t)$ (ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها مع تحديد القيمة الحدية. (ج) فسر هندسيا هذه القيمة الحدية.

التمرين 08:

نعتبر في الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ المستقيمين (Δ) و (Δ') المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين:

$$\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 + \frac{1}{2}\lambda, (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = -2 - 2\lambda \end{cases} \text{ و } \begin{cases} x = 6 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha, (\alpha \in \mathbb{R}) \\ z = 5 + \alpha \end{cases} \text{ على الترتيب}$$

1) بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي

2) M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (Δ')

أ) عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN)

عموديا على كل من (Δ) و (Δ')

ب) أحسب الطول MN

3) عين معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي

المستقيم (Δ')

4) أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') والمستوي (P) . ماذا تلاحظ؟

التمرين 09:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر سطح

الكرة (S) التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0$ و

المستوي (P) الذي معادلته هي: $x - y + 2z + 1 = 0$

1) عين الخصائص المميزة للكرة (S)

2) تحقق أن المستوي (P) مماس للكرة (S)

3) أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P)

ب) عين إحداثيات النقطة ω نقطة تماس (P) و (S) .

التمرين 10:

نزود الفضاء بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

أحسب بطريقتين مختلفتين المسافة بين النقطة $M(2; -5; 3)$ و المستقيم

(Δ) الذي يشمل النقطة $A(1; -1; 2)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(2; 2; 1)$

التمرين 11:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط

$A(3; 0; 10)$ ، $B(0; 0; 15)$ و $C(0; 20; 0)$.

1) أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) ثم بين أن يقطع محور حامل

محور الفواصل في النقطة $E(9; 0; 0)$.

ب) تحقق أن النقاط A ، B و C ليست على إستقامة.

2) ليكن (OH) الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث OBC .

أ) بين أن (BC) عمودي على المستوي (OEH) ، ثم إستنتج أن

(EH) الارتفاع المرسوم من E في المثلث EBC .

ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (OEH) .

ج) تحقق أن معادلة المستوي (ABC) هي: $20x + 9y + 12z - 180 = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 4y - 3z = 0 \\ 20x + 9y + 12z - 180 = 0 \end{cases} \text{ تقبل حلا واحدا. ماذا}$$

د) بين أن الجملة

يمثل هذا الحل؟

هـ) بين أن $EH = 15$ ثم أحسب مساحة المثلث EBC .

التمرين 12:

نعتبر في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقطة

$A(-9; -4; -1)$ و المستويين $(P_1): x - 2y + 4z - 9 = 0$ و (P_2)

$(P_2): -2x + y + z - 6 = 0$

1) أ) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدين. نسمي تقاطعهما المستقيم (D) .

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \\ z = t \end{cases} \text{ (ب) بين أن التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) هو: } t \in \mathbb{R}$$

2) أ) أحسب البعد بين النقطة A و المستوي (P_1) و أحسب البعد بين النقطة A و المستوي (P_2) .

ب) إستنتج قيمة d البعد بين النقطة A و المستقيم (D) .

3) أ) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) . أحسب \overline{AM}^2 بدلالة t .

ب) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$. * أدرس تغيرات الدالة f و أحسب δ القيمة الحدية الصغرى

للدالة $\sqrt{7f}$.

4) أ) من أجل أي نقطة M يكزن من أجلها AM أصغر ما يمكن.

نرمز إلى هذه النقطة بـ H .

ب) جد إحداثيات النقطة H .

5) أ) نسمي (Q) المستوي العمودي على (D) و يشمل النقطة A .

عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

ب) بين أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم

(D) .

ج) قارن بين الأعداد الحقيقية d و δ و AH .

التمرين 13:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط

$$A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2), \Omega\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$$

1) أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) w المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوي (ABC) ، أوجد

تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(w\Omega)$.

3) حدد إحداثيات النقط w .

4) α عدد حقيقي موجب تماما، (S_α) سطح كرة مركزها Ω و طول

نصف قطرها α .

* أوجد قيمة α في الحالتين:

أ) المستوي (ABC) يمس السطح (S_α) .

ب) المستوي (ABC) يقطع السطح (S_α) وفق دائرة نصف قطرها 1

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad (3) \text{ المستقيمين ذو التمثيلين الوسيطين على الترتيب } t \in \mathbb{R} \text{ و}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2u \\ y = 2 + 2u \\ z = -6 - u \end{cases} \quad ; u \in \mathbb{R} \text{ هما متقاطعين.}$$

4) نعتبر النقط $A(-1; 0; 2)$ ، $B(1; 4; 0)$ و $C(3; -4; -2)$.

المستوي (ABC) معادلته الديكارتية هي $x + z = 1$.

5) نعتبر النقط $A(-1; 1; 0)$ ، $B(2; 1; 0)$ و $C(4; -1; 5)$.

نستطيع كتابة C كمرجح للنقطتين A و B .

التمرين 17: BAC Nouvelle Calédonie 2009

الفضاء مرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ الممثل أسفله. ليكن I ، J و K منتصفات القطع $[BC]$ ، $[BF]$ و $[HF]$ على الترتيب.

1) عين إحداثيات النقط I ، J و K .

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2; 1; 1)$ عمودي على الشعاعين \vec{IK} و \vec{IJ} .

ثم إستنتج أن المعادلة الديكارتية للمستوي (IJK) هي $4x + 2y + 2z - 5 = 0$.

3) أ) عين المثلث الوسيطي للمستقيم (CD) .

ب) إستنتج أن النقطة R نقطة تقاطع المستوي (IJK) و المستقيم

$$(CD) \text{ إحداثياتها هي } \left(\frac{3}{4}; 1; 0 \right).$$

ج) مثل النقطة R على الشكل.

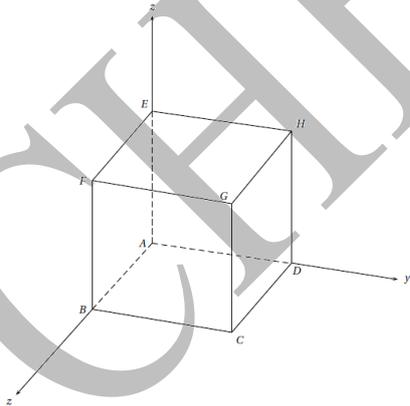
4) أنشئ على الشكل تقاطع المكعب مع المستوي (IJK) .

5) أ) أثبت أن المسافة بين النقطة G و المستوي (IJK) هي $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

ب) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز G و المار من F .

- علل لماذا سطح الكرة (S) و المستوي (IJK) متقاطعان.

- عين نصف قطر التقاطع.



التمرين 18: BAC Antille-Guyane septembre 2011

المستوي مرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقاط الثلاث A ، B و C ذات الإحداثيات على الترتيب:

$$A(-1; 2; 1), B(1; -6; -1), C(2; 2; 2)$$

1) أ) تحقق أن النقاط A ، B و C تعين مستوي.

ب) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(1; 1; -3)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

ج) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

التمرين 14: BAC Amérique du Nord 2010

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. النقط A ، B و C

ذات الإحداثيات على الترتيب: $A(1; 2; 4)$ ، $B(-2; -6; 5)$ ، $C(-4; 0; -3)$.

1) أ) أثبت أن النقط A ، B و C ليست على إستقامة واحدة.

ب) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(1; -1; -1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

ج) عين معادلة للمستوي (ABC) .

2) أ) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم المار من النقطة O و العمودي على

المستوي (ABC) .

ب) عين إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي

(ABC) .

3) لتكن H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) .

ليكن t عدد حقيقي حيث $\vec{BH} = t\vec{BC}$.

$$1) \text{ أثبت أن } t = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{BC}}{\|\vec{BC}\|^2}$$

ب) إستنتج قيمة العدد الحقيقي t و إحداثيات النقطة H .

التمرين 15: BAC Liban 2010

الفضاء مرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نضع (D) المستقيم من النقطتين $A(1; -2; -1)$ و $B(3; -5; -2)$.

$$1) \text{ أثبت أن التمثيل الوسيطي للمستقيم } (D) \text{ هو: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

$$2) \text{ نضع } (D') \text{ مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي: } \begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + 2k \\ z = k \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$$

أثبت أن المستقيمين (D) و (D') غير متقاطعين.

3) نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة $4x + y + 5z + 3 = 0$.

أ) أثبت أن المستوي (P) يحوي المستقيم (D) .

ب) أثبت أن المستوي (P) و المستقيم (D') يتقاطعان في النقطة C ،

يطلب تعيين إحداثياتها.

4) نعتبر المستقيم (Δ) المار من C و شعاع توجيهه $\vec{w}(1; 1; -1)$

أ) أثبت أن المستقيمين (Δ) و (D') متعامدين.

ب) أثبت أن المستقيم (Δ) متعامد مع المستقيم (D) و يتقاطعان في النقطة

E يطلب تعيين إحداثياتها.

التمرين 16: BAC Inde Avril 2010

الفضاء مرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير.

$$1) \text{ المستقيم ذو التمثيل الوسيطي } \begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R} \text{ يوازي المستوي ذو}$$

المعادلة الديكارتية $x + 2y + z - 3 = 0$

2) المستويات (P) ، (P') و (P'') ذو المعادلات على الترتيب:

$$x - 2y + 3z = 3, 2x + 3y - 2z = 6 \text{ و } 4x - y + 4z = 12$$

لهم نقطة مشتركة.

$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 - 4t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- أثبت أن التمثيل الوسيط لـ (Δ') معرف كما يلي: $t \in \mathbb{R}$; $y = 4 - 4t$; $z = t$; $x = t$
- (ب) أثبت أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
- (4) ليكن H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') .
- (أ) أثبت أن النقطة H إحداثياتها $\left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9}\right)$.
- (ب) ماذا تمثل النقطة H في المثلث ABC ؟
- (5) أثبت أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) - أوجد المسافة بين النقطة O و المستوي (ABC) .

التمرين 20: BAC Liban Juin 2011

- الفضاء المرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1; 2; 1)$ و $B(-3; -2; 3)$ و $C(0; -2; -3)$.
- (1) أثبت أن النقاط A, B, C ليست على إستقامة واحدة.
- (ب) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2; -1; 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
- (2) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة الديكارتية $x + y - z + 2 = 0$ أثبت أن المستويين (ABC) و (P) متعامدين.
- (3) لتكن G مرجح النقاط المثقلة التالية: $(A, 1)$, $(B, -1)$, $(C, 2)$.
- (أ) أثبت أن النقطة G إحداثياتها $(2; 0; -5)$.
- (ب) أثبت أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P) .
- (ج) عين التمثيل الوسيط للمستقيم (CG) .
- (د) عين إحداثيات النقطة H ، نقطة تقاطع المستوي (P) مع المستقيم (CG)
- (4) أثبت أن المجموعة (S) للنقط M من الفضاء حيث:

$$\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 12$$

- هي سطح كرة، يطلب تعيين عناصرها المميزة.
- (5) عين طبيعة والعناصر المميزة لتقاطع (P) مع سطح الكرة (S) .

التمرين 21: BAC Amérique du Nord 2013

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(0; 4; 1)$ ، $B(1; 3; 0)$ ، $C(2; -1; -2)$ و $D(7; -1; 4)$.
- (1) أثبت أن النقط A, B, C ليست على إستقامة واحدة.
- (2) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D و شعاع توجيهه $\vec{u}(2; -1; 3)$
- (أ) أثبت أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC) .
- (ب) إستنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .
- (ج) عين التمثيل الوسيط للمستقيم (Δ) .
- (د) عين إحداثيات النقطة H ، تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (ABC)
- (3) ليكن (P_1) مستوي ذو المعادلة $x + y + z = 0$ و (P_2) مستوي ذو المعادلة $x + 4y + 2 = 0$.
- (أ) أثبت أن المستويين (P_1) و (P_2) منقطعين.
- (ب) تحقق أن المستقيم (d) ، مستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2)

$$\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- (ج) هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان أو متوازيان؟

- إنتهى -

- (2) ليكن (P) مستوي ذو المعادلة $x - y + z - 4 = 0$
- (أ) أثبت أن المستويين (ABC) و (P) منقطعين.
- (ب) ليكن (D) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (P) .
- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) .
- (3) نعتبر سطح الكرة (S) ذات المركز $\Omega(3; 1; 3)$ و نصف القطر 3 و النقطة I ذات الإحداثيات $(2; -1; 1)$.

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- يعطى التمثيل الوسيط للمستقيم (D) كما يلي: $t \in \mathbb{R}$; $y = -3 + 2t$; $z = t$; $x = 1 + t$
- (أ) أثبت أن النقطة I تنتمي إلى المستقيم (D) .
- (ب) أثبت أن النقطة I تنتمي إلى سطح الكرة (S) .
- (ج) أثبت أن المستقيم (D) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين.

التمرين 19: BAC Polynesie Juin 2011

- نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ ، طول حرفه هو 1. المستوي مرفق بالمعلم المتعامد $(D; \vec{DA}; \vec{DC}; \vec{DH})$

- لتكن K مرجح النقطتين المثقتين $(D, 1)$ و $(F, 2)$.
- الجزء أ: (1) أثبت أن إحداثيات النقطة K هي $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- (2) أثبت أن المستقيمين (EK) و (DF) متعامدين.
- (3) أحسب المسافة EK
- الجزء ب:

- لتكن M نقطة من القطعة $[HG]$ ، نضع $m = HM$ ($m \in [0; 1]$)
- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي m من $[0; 1]$ فإن حجم الرباعي $EMHD$ يساوي $\frac{1}{6}$.

- (2) أثبت أن المعادلة الديكارتية للمستوي (MFD) هي $(-1+m)x + y - mz = 0$
- (3) نضع d_m المسافة بين النقطة E و المستوي (MFD)

- (أ) أثبت أنه من أجل m عدد حقيقي من $[0; 1]$: $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}}$
- (ب) عين وضعية النقطة M على القطعة المستقيمة $[HG]$ من أجل المسافة تكون أكبر ما يمكن.
- (ج) إستنتج عندئذ أن المسافة d_m تكون أكبر ما يمكن فإن النقطة K هي المسقط العمودي لـ E على المستوي (MFD) .

التمرين 19: BAC Nouvelle Calédonie Novembre 2011

- المستوي مرفق بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقاط $A(0; 0; 2)$ ، $B(0; 4; 0)$ و $C(2; 0; 0)$.
- (1) أ تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x + y - 2z = 4$
- (ب) أحسب المسافة بين النقطة O و المستوي (ABC) .
- (2) أ عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) المار من A و العمودي على المستقيم (BC) .

- (ب) ليكن (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) مع (ABC) .
- عين التمثيل الوسيط للمستقيم (Δ) . ماذا يمثل (Δ) في المثلث ABC ؟

- (3) أ ليكن (Δ') متوسط المثلث ABC في النقطة B .