مديرية التربيـة
لولاية البيض
الثانوية الجديدة
رقم 02 الابيـض
سيدي الشـيـخ

الثانوية الجديدة رقم 02 الابيض سيدي الشيخ

الشعب الثالثة تقني رياضي

بكالوريا 2019

سلسلة تمارين الاعداد و الحساب

القسمة الاقليدية- الموافقات -الاعداد الاولية

2019/2018

التمرين الاول :

الجزء الاول عين باقي قسمة العـدد الصحيح a على العـدد الطبيعي b ثـم عين أحصر العـدد a بين مضاعفين متعاقبين للعدد b في كل حـالة من الحالات الآتية.

$a=8159$ و $b=52$ $\quad a=725$ و $b=91$ $\quad a=-37$ و $b=3$ $\quad a=-66$ و $b=55$

الجزء الثاني : a عـدد صحيح باقي قسمته على 12 هو 8

1-ما هـو باقي قسمة العدد a على 2؟ 2. مـاهـو باقي قسمة العدد a على 3 ؟ على 4 على 6

الجزء الثالث : أنشر العبـارة $(x-2)(y-3)$.

- عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعـداد الصحيحة التي تحقق : $xy=3x+2y$.

الجزء الرابع : لتكن الأعـداد الصحيحة التالية : $a=255$; $b=837$ و $c=3691$.

1-عين باقي قسمة الأعـداد a ; b و c على العـدد 11 .

2- عين باقي القسمة كل على 11 لكل مـن $a+b$; $a\times c$; $a+b+c$; a^2 ; $a\times b\times c$; $3a^2-2b^2+c^2$

التمرين الثاني الوجه المبتسم شمس ثانية

a و b عـددان صحيحان حيث: $a\equiv 3[5]$ و $b\equiv 4[5]$.

1-بين أن العـدد $2a+b$: يقبل القسمة على 5. عين باقي قسمة العـدد $2a^2+b^2$: على 5.

-تحقق أن $b\equiv -1[5]$: استنتـج باقي قسمة b^{2019} و b^{1440} على 5.

التمرين الثالث الناس معادن.. تصدأ بالملل، وتتمدد بالأمل، و تنكمش بالألم

1-عين بواقي قسمة كل مـن 2^{2018} و 2^{1439} على 5.

2-عين باقي قسمة العـدد $2\times 2^{1440}-3\times 2^{2019}+2^{83}$ على 5.

3-تحقق أن: $2007\equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2007^{2008} على 5.

4-بين أن العـدد: $3\times 12^{2002}-3\times 2007^{2000}+2\times 42^{2003}$ يقبل القسمة على 5.

التمرين الرابع : إذا نظرت بعين التفاؤل إلى الوجود، لرأيت الجمال شائعاً في كل ذراة

n عدد طبيعي نضع $a=9n+1$: و $b=9n-1$

1 ـ جـد علاقـة بين a و b مستقلة عن العـدد الطبيعي n

ليكن d القاسم المشترك الاكبـر للعددين a و b

2-عين d في حالة n عدد زوجي ثـم في حالة n عـدد فردي

3-استنتج باقي قسمة العدد $81n^2$ على 4 في حالة n عـدد فردي

التمرين الخامس أجمل وأروع هندسة في العالم أن تبني جسراً من الأمل على نهر من اليأس

عين القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b في كل حالة من الحالات الآتية :

1. $a=8700$ و $b=9150$ $\quad a=691$ و $a=1500$ و $b=250$.

الهاك

ندية ...ندية

التمرين السادس : في قلب كل شتاء ربيع يختلج ، و وراء نقاب كل ليل فجر يبتسم

عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية غير المعدومة حيث :

$\begin{cases} a+b=54 \\ PGCD(a;b)=9 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-b^2=825 \\ PGCD(a;b)=5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a^2+b^2=20992 \\ PGCD(a;b)=16 \end{cases}$ $\begin{cases} a\times b=900 \\ PGCD(a;b)=5 \end{cases}$

التمرين السابع : المتفائل يقول : إن كأسي مملوءة إلى نصفها .. و المتشائم يقول : إن نصف كأسي فارغ

أنشر العبارة $(n+3)(3n^2-9n+16)$ مـــــع $n\in\mathbb{N}$

استنتج أنه من أجل كل عـــــدد طبيعي n العـدد $3n^3-11n+48$ قابلا للقسمة على $n+3$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عـــــدد طبيعي n العـدد $3n^2-9n+16$ طبيعي غير معـدوم .

2. بيّن أنه من أجل كل الأعـداد الطبيعية غير المعـــــدومة b ; a و c تكون المساواة التالية صحيحة :

$PGCD(a;b)=PGCD(bc-a;b)$.

3. بيّن أنه من أجل كل عـدد طبيعي $n\geq 2$ المساواة : $PGCD(3n^3-11n;n+3)=PGCD(48;n+3)$

4أ) عين مجموعـة القواسـم الطبيعيـة للعـــــدد الطبيعي 48 .

ب) استنتج مجموعة قيم العـدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $A=\dfrac{3n^3-11n}{n+3}$: عـددا طبيعيا .

التمرين الثامن : الأمل خبز الفقير

n عدد طبيعي . نضع : $a=11n+3$ و $b=13n-1$

1-بين ان $13a-11b=50$ 2- عين كل القـــيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$

3-عين ثنائية $(a;b)$ بحيث يكون $PGCD(a;b)=50$.

التمرين التاسع : ليس المهم ما يحدث لك، بل المهم ما الذي ستفعله بما يحدث لك

a و b عـــددان طبيعيان غير معـدومين .

نضع : $PGCD(a;b)=d$. عين كل الثنائيات $(a;b)$ التي تحقق: $ab+5d^2=35d$.

التمرين العاشر: لا تيأس، فعادة ما يكون آخر مفتاح في مجموعة المفاتيح هو المناسب لفتح الباب

n عدد طبيعي .

1) نضع : $\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$.

أ . برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(n;\beta)$ ثـم استنتج قيم الـ: $PGCD(\alpha;\beta)$.

2) نعتبر العـــددين a و b حيث : $a=3n^3+5n^2+2n$ و $b=3n^2+5n+4$

أ . برهن أن العـــدد $(3n+2)$ هو قاسم مشترك للعددين a و b .

ب . استنتج حسب قيم n : أن $PGCD(a;b)$ هو $(3n+2)$ أو $2(3n+2)$

جـ - عين α و β علما أن $PGCD(a;b)=41$:

التمرين رقم 11: هناك من يتذمر لأن للورد شوكاً، و هناك من يتفاءل لأن فوق الشوك وردة

a و b عـــــددان طبيعيان غير معدومين .

ميّز الجملة الصحيحة من الجملة الخاطئة .

1) إذا كان a يقسم b و b يقسم a فإن $a=b$

2) إذا كان a و b يقسمان العـــــدد غير المعـدوم C فـــإن 5 هو نفس الباقي لقسمة $c+5$ على كل من a و b .

3)إذاكـــــــــــــان a يقسم b فـــإن $PGCD(a;b)=a$

4) إذا كان r هو بـــــاقي a على b فـــــإن r^2 يكون باقي قسمة a^2 على b .

5) باقي قسمـــــــة مربع عـــــــدد طبيعي فـــــردي على 4 هو 1 .

6) يوجد عـــــــدد طبيعي a حيث يكون $4a+3$ مربعا تاما

التمرين رقم 12 :

في كل حالة من الحالات الآتية أذكر إن كان العـــــدد أوليا أم لا .

1) 349 (2 341 (3 269 (4 841 (6 709 (7 907

التمرين رقم 13 :?لاء_؟؟؟لا؟لية

n عدد طبيعي أكبر تماما من 3 :

ليكن العدد الطبيعي $a=n^2-2n-8$ هل توجد قيـــم للعدد n يكون من أجلها a عـــــددا أوليا ؟

التمرين رقم 14 :

ليكن n عددا صحيحا . أثبت أن $n+1$ و $2n+3$ أوليان فيما بينهما .

1- أثبت أن $n+1$ و $3n+4$ أوليان فيما بينهما .

2 - استنتج أن : $n+1$ و $6n^2+17n+12$ أوليان فيما بينهما

التمرين رقم 15 :

حلل الى جداء عـــوامل اولية كل من الاعـــــــداد الطبيعية التالية: 360 ; 400 ; 1890 ; 121

-استنتج عـــــدد القواسم الموجبة للاعداد السابقة ثـــــم عين القواسم الموجبة للعددين 360 و 400

التمرين رقم 16 :

1-حلل الى جداء عوامل اولية العدد a حيث : $a=4312$

2-عين اصغر عـــــــدد طبيعي n حتى يكون na مربعـــا تاما

3-عين اصغر عـــــــدد طبيعي p حتى يكون pa مضاعفا للعـــدد 1000

التمرين رقم 17 :

نريد تصفيف تلاميذ ثانوية في ساحة .عندما ننشيء صفوفا ذات 45 تلميذا يتبقى 44 تلميذا و عندما ننشيء صفوفا ذات 50يبقى 49

-احسب N عدد تلاميذ الثانوية علما ان : $1000 \prec N \prec 1500$

التمرين رقم :18

1-عين في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ مجموعة حلول المعادلـــة ذات المجهول $(x;y)$: $9x-16y=0$.

2-تأكـــد أن الثنائية $(4;2)$ حل للمعادلة ذات المجهـــول $(x;y)$: $9x-16y=4$. $(4;2)$

3-استنتج في $\mathbb{Z}^2$ مجموعـــــة حلول المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $9x-16y=4$.

التمرين رقم :19

حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلات ذات المجهول $(x;y)$: $7x+12y=5$ $6x-8y=9$ $20x-45y=5$

التمرين رقم 17 :

عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعـــداد الطبيعية التي تحقق الجملة المعطاة في كل من الحالات التالية :

$$\begin{cases} a+b=60 \\ PPCM(a;b)=40 \end{cases} \qquad \begin{cases} a-b=60 \\ PPCM(a;b)=40 \end{cases} \qquad \begin{cases} a-b=22932 \\ PPCM(a;b)=98280 \end{cases}$$

عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق المعادلة المقترحة في كل من الحالات التالية :

$PPCM(a;b)=21\times PGCD(a;b)$ $\quad PPCM(a;b)=PGCD(a;b)$ $\quad PPCM(a;b)-PGCD(a;b)=187$.

التمرين رقم :20

a عدد طبيعي يكتب $\overline{643}$ في النظام ذي الأساس 8.

1) أكتب a في النظام ذي الأساس 2 بطريقتين. 2) أكتب a في النظام ذي الأساس 4

التمرين رقم 20 :

أنشر الأعداد الطبيعية التالية المكتوبة في النظام ذي الأساس 6 $a=\overline{234}$ $\quad b=\overline{1523}$ ؛ $c=\overline{503012}$

أكتب في النظام ذي الأساس 7 كل من الأعداد الطبيعية التالية : $a=7^3+2\times7^2+3\times7+5$

التمرين رقم 21 :

حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $225x-180y=90.....(1)$

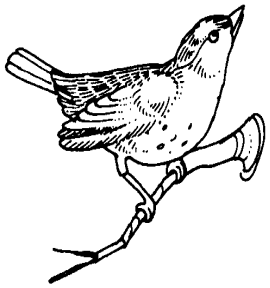
3) عين مجموعة حلول المعادلة (1) التي تحقق : $|x-y+1|\prec 2$

4) a و b عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب $\overline{52}$ ، $\overline{252}$ في النظام ذي الأساس α و يكتبان $\overline{44}$ $\overline{206}$ في النظام ذي الأساس β عين α و β ثم a و b

التمرين رقم 22 :

- حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x';y')$: $9x'-14y'=13$ علماً أنّ $(3;1)$ حلا لها .

2) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $45x-28y=130$.



بيّن أنه إذا كان $(x;y)$ حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد 2 و y مضاعف للعدد 5

حل المعادلة .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha3}$ في نظام تعداد أساسه 9 و $\overline{5\beta\beta6}$ في نظام تعداد أساسه 7

-عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

التمرين رقم :23

(a_n) و (b_n) متتاليتان معرفتان من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $a_0=3$ و $a_{n+1}=2a_n-1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $b_0=1$ و $b_{n+1}=2b_n+3$

1-برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $a_n=2^{n+1}+1$

2-هل العددان a_n و a_{n+1} اوليان فيما بينهما

3-ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5 ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 2^{2019} و 2017^{1440} على 5

4-برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2a_n-b_n=5$

5-استنتج عبارة b_n بدلالة n -عين القيم الممكنة لـ $PGCD(a_n;b_n)$

6-عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $PGCD(a_n;b_n)=5$

التمرين رقم 24 :

<u>برر صحة أو خطأ كل من الجمل التالية:</u>

1 - إذا قبل عدد القسمة على 4 فيكون قابلا للقسمة على 8 .

2 - إذا قبل عدد القسمة على 4 و 6 فيكون قابلا للقسمة على 24 .

3 - إذا كان العددان الطبيعيان a و b أوّليين فيما بينهما فإن $2a+b$ و $3a+2b$ يكونان أوّليان فيما بينهما .

<u>التدريب على حل تمارين بكالوريا</u>

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان

1-جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0=y_0$:ثـــم حل المعـــادلة (E)

2-استنتج قيم العـــدد الصحيح λ و التي تحقق $\begin{cases}\lambda\equiv 42[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$: ثـــم عين باقي قسمة λ على 42

3-عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلـــة (E) حيث : $|x+y-1|\leq 13$

4)-ادرس حسب قيم العـــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7

5)-عين مجموعة قيم العـــدد الطبيعي n التي تحقق الجملة $\begin{cases}n-5^n\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$:

التمرين رقم 25 :

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام كما يلي $U_n=2\times 3^n$ و (V_n) متتالية عددية معـــرفة بحـــدها الاول $V_0=4$ و من اجل كل عـــدد طبيعي n من $\mathbb{N}$ فـــــان : $V_{n+1}=5V_n+U_n$

نضع مـــن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n=\frac{v_n}{u_n}+\frac{1}{2}$

1-اثبت ان (w_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{5}{3}$ يطلب تعيين حـــدها الاول

2-اكتب عبارة الحـــد العام w_n بدلالة ثـــم استنتج انه من اجل كل n فـــــان : $V_n=5^{n+1}-3^n$

3-ادرس حسب قيـــم العـــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعـــددين 3^n و 5^n على 8

4-عين حسب قيـــم العـــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليديـــة للعـــدد V_n على 8

التمرين رقم 26 :

1-ادرس حسب قيم العـــدد الطبيـــعي n بواقي القسمة الاقليدية لكل من العـــددين 3^n و 7^n على 11

2-برهن انه مـــن اجل كل عـــدد طبيـــعي n العـــدد: $2\times 2016^{5n+4}+1437^{10n+4}$ مضاعف للعـــدد 11

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ $7x-3y=8$ حيث x و y عـــددان طبيعيان

3-حل المعادلة (E)

ليكن d القاسم المشترك الاكبر للعـــددين x و y حيث الثنائية $(x;y)$ حـــلا للمعادلـــة (E)

4-مـــاهي القيـــم الممكنة للعدد d

5-عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلـــــــة (E) مـــن اجل $d=4$

6-جـــد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلـــــــة (E) التي تحقق: $2016^{7x}+1437^{3y}\equiv 0[11]$

التمرين رقم 27 :

نعتبر المعـــادلة (E) $2013x-1962y=54$ حيث x و y عـــددان صحيحان

1-احسب $PGCD(2013;1962)$

2-استنتج ان المعادلة (E) تقبل حلولا

3-بين انه اذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلـــة (E) فـــان $x\equiv 0[6]$

4-استنتج حـــلا خاصا $(x_0;y_0)$ حيث $74\prec x_0\prec 80$ ثـــم حل المعادلـــة (E)

نرمز بالرمز d الى القاسم المشترك الاكبر للعـــددين x و y حيث $(x;y)$ حل للمعـــادلة (E)

5-مـــاهي القيم الممكنة للعـــدد d

6-عين قيم العـــددين الطبيعيين 24 حيث $671a-654b=18$ و $PGCD(a;b)=18$

التمرين رقم 28 :

1-عين حسب قيم العـــدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعـــدد 8^n على 13

2-استنتج باقي القسمة الاقليدية للعـــدد: $42\times 138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13

3-بين انه من اجل كل عـــدد طبيعي n : $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$

4-عين مجموعة قيم العـــدد الطبيـــعي n حتى يكون : $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv 0[13]$

التمرين رقم 29 :

1-ا)-بين ان من اجل كل عـــدد طبيعي فـــان: $4^{5k}\equiv 1[11]$

بـ)-استنتج تبعا لقيم العـــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعـــدد 4^n على 11

2-بين انه مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n العـــدد: $2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1$ يقبل القسمة على 11

3-عين مجموعة قيـــم العـــدد الطبيعي n حتى يكون $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11

التمرين رقم 30 :

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين x و y حيث : $3x-21y=78$

1-بين ان (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

2-اثبت انه اذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فـــان: $x\equiv 5[7]$ ثـــم استنتج حلول المعادلة (E)

-ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7

-عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق : $5^x+5^y\equiv 3[7]$

التمرين رقم 31 :

مـــن اجل كل عـــدد طبيعي n نضع : $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

-تحقق ان $4\equiv -3[7]$ ثـــم بين ان $A_3\equiv 6[7]$

-ادرس حسب قيم العـــدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7

-بين انه اذا كان n فرديا فان A_n+1 يقبل القسمة على 7 و استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A_{2011} على 7

-ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد A_{2019} على 7

التمرين رقم 32 :

نعتبر العـــدد الطبيعي N الذي يكتب في نظام العـــد ذي الاساس 7 كمـــا يلي $N=\overline{11\alpha 00}$ حيث α عـــدد طبيعي

1--عين α حتى يكون N قابلا للقسمة على 3

2--عين العـــدد α حتى يكون N قـــابلا للقسمة على 5

3--استنتج قيمـــة α التي تجعل N قـــابلا للقسمة على 15

ناخذ $\alpha=4$ اكتب العـــدد N في النظـــام العشري

التمرين رقم 33 :

نعتبر في مجموعة الاعداد الصحيحة المعادلة : $(E).....3x-7y=14$

1-ا)-عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الـــذي يحقق : $x_0^2+y_0^2=50$ ثم حـــل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

بـ)- مـــــاهي القيم الممكنة لـ $(x;y)$ حتى يكون y قاسما لـ x

2-ا)-ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7

بـ)-ماهو باقي قسمة العـــدد $3\times 4^{2018}-2\times 4^{1939}$ على 7

ليكن العـــدد الطبيعي A_n حيث : $A_n=4^n-n+1$

ا)-عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل A_n القسمة على 7

بـ)-استنتج باقي قسمة العـــدد $A_{2018}-A_{1439}$ على 7

استـــاذ المـــادة

تمنياتي لكم بالتوفيق