

السلسلة 01

الدوال العددية

التمرين 01:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{1; 3\}$ ب : $f(x) = \frac{3x^2 - 12x + 10}{x^2 - 4x + 3}$

و ليكن C_f منحنىها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. ادرس تغيرات الدالة f .
2. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الاحداثيين .
3. أثبت صحة المساواة لكل عدد حقيقي x يختلف عن 2 ، $f(2 - x) = f(2 + x)$.
4. ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحني C_f .
5. ارسم المنحني C_f في المستوى المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
6. باستعمال المنحني C_f حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

التمرين 02:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{3\}$ ب : $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 3}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أوجد ثلاثة اعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من D_f : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$
2. استنتج ان المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له ثم حدد وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى Δ .
3. ادرس تغيرات الدالة f .
4. أوجد إحداثيي النقطة ω تقاطع المستقيمين المقاربين و اثبت أنها مركز تناظر للمنحني C_f .
5. ارسم المنحني C_f .
6. لتكن الدالة المعرفة ب : $h(x) = \frac{(x-4)^2}{|x-3|}$ وليكن C' منحنىها البياني
استنتج رسم المنحني C' الممثل للدالة h

التمرين 03:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{-1\}$ بـ : $f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{(x+1)^2}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني C_f

(2) عين وضعية المنحني بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\frac{3}{8}; -\frac{1}{4}[$

(4) استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

(5) اكتب معادلة للمماس Δ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) ارسم المماس Δ و المنحني C_f

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

التمرين 04:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة $R - \{-1\}$ معرفة بجدول تغيراتها

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ -2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 2 ↗ $+\infty$		

حيث f من الشكل $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ و a ، b و c اعداد حقيقية

1- عين $f'(x)$ ثم اوجد قيمة الاعداد الحقيقية a ، b و c مستعينا بجدول التغيرات

2- بين أن (C_f) التمثيل البياني يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x + 1$

3- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

4- ارسم المنحني (C_f)

التمرين 05:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{-4; 0\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x}$

و ليكن C_f منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلات المستقيمت المقاربة للمنحني C_f .

(2) اثبت أن النقطة $\omega(-2; 1)$ مركز تناظر للمنحني C_f .

- (3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f في النقطة ω .
- (4) احسب $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ثم عين نقط تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل ثم ارسم المماس و المنحني C_f .

التمرين 06:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{3\}$ ب : $f(x) = a + \frac{b}{x-3}$

- أوجد العددين الحقيقيين a ، b بحيث يكون المنحني (C) لدالة f يقطع حامل محور الترتيب في النقطة التي ترتيبها $\frac{4}{3}$ ويقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 2$
- ادرس تغيرات الدالة f
- عين احداثيات نقط تقاطع المنحني (C) مع المحورين الاحداثيين .
- بين أن المنحني (C) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 2- يطلب إيجاد معادلتيهما
- أنشئ المنحني (C) والمماسين

التمرين 07:

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بالعلاقة : $g(x) = x^3 - 3x - 4$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]2; \frac{5}{2}\right]$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على R

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{-1; 1\}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$

حيث (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$) (الوحدة 2cm)

- عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات للدالة f عند أطرافها .
- عين الاعداد الحقيقية a , b , c , d بحيث من اجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2-1}$
- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب إعطاء معادلته .
- ادرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) و المنحني (C_f)
- بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين
- بين أن إشارة $f'(x)$ تتعلق بإشارة $x \cdot g(x)$
- اكتب جدول تغيرات الدالة f
- أنشئ (C_f) التمثيل البياني للدالة f
- ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و إشارة حلول المعادلة : $f(x) - 1 = m$

التمرين 08:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{2\}$ ب : $f(x) = \frac{4(x-1)}{(x-2)^2}$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ) 1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f عند نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل .

3/ بين أن المماس (Δ) يقطع المنحني C_f في النقطة B يطلب تعيين إحداثيتها .

4/ احسب : $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(3)$ و $f(4)$ ثم ارسمه بدقة المماس (Δ) ثم المنحني C_f .

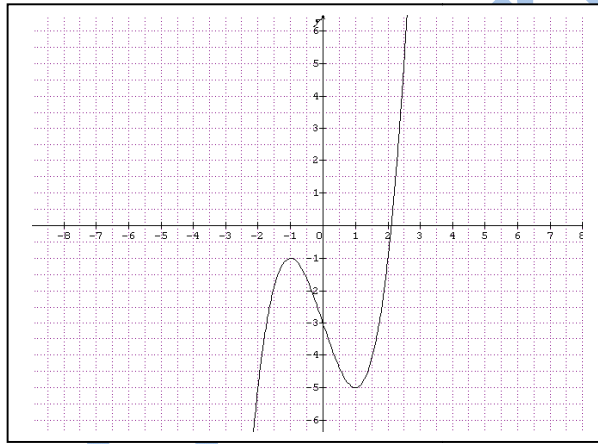
ب) m وسيط حقيقي ، (Δ_m) مستقيم معادلته : $y = 4x + m$

- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد النقط المشتركة بين المنحني C_f و (Δ_m)

ج) 1- تعطى الدالة h المعرفة على $R - \{3\}$ كما يلي : $h(x) = \left(\frac{x-1}{x-3}\right)^2$

2 - تحقق من أن : $h(x) = f(x-1) + 1$

3- انطلاقا من المنحني C_f استنتج رسم المنحني C'_h الممثل للدالة h



التمرين 09:

I- المنحني C المقابل هو التمثيل البياني

للدالة العددية g المعرفة على المجال R

كما يأتي : $g(x) = ax^3 + bx + c$

1- أوجد الأعداد : a , b , c

2- أكتب جدول تغيرات الدالة g

3- بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2; \frac{5}{2}\right[$

4- ستنتج إشارة $g(x)$ على R

II - f دالة معرفة على $D = R - \{-1; 1\}$ بالعبارة : $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R - \{-1; 1\}$: $f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانياً .

ج) احسب النهايات عند حدود D

د) شكل جدول تغيرات الدالة f

هـ) بين أن: $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$

و) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (Γ)

ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ي) ارسم (Γ)

التمرين 10:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

1- أوجد ثلاثة أعداد حقيقية c ، b و a بحيث يكون المنحنى C_f الدالة f يشمل النقطة $A(0; -3)$ وتكون النقطة $B(-1; -2)$ ذروة للمنحنى C_f

2- ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f

3- بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين (ω) هي مركز تناظر للمنحنى C_f

4- أنشئ المنحنى C_f

5- g الدالة المعرفة ب: $g(x) = \frac{x^2+3}{|x-1|}$ و (γ) تمثيلها البياني

- أنشئ المنحنى (γ) انطلاقاً من المنحنى C_f

التمرين 11:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$

نسمي C_f المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α ، β و γ بحيث يكون من أجل كل x من D_f : $f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$

3/ بين أن المنحنى C_f يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب إعطاء معادلة ديكارتية له

4/ ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

5/ احسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى C_f مع حامل محور الفواصل

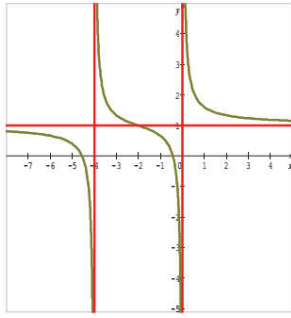
6/ بين أن المنحنى C_f يقبل مماساً Δ معامل توجيهه 1 . اكتب معادلة Δ

7/ أنشئ المماس Δ و المنحنى C_f

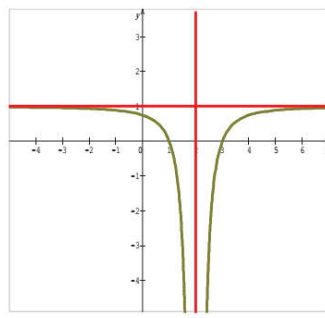
8/ ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين 12:

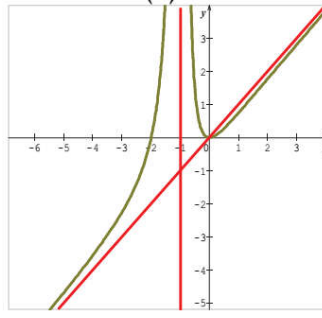
في كل حالة من الحالات التالية عين نهايات كل دالة ثم شكل جدول تغيراتها



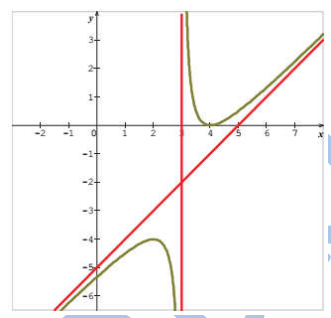
الحالة 4



الحالة 3



الحالة 2



الحالة 1

التمرين 13: BAC2014 s

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على R كما يأتي : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$.
ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II - نعتبر f الدالة معرفة على R بالعلاقة :

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل $x \in R$:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x + 1) + \frac{1 - 3x}{2(2x^2 - 2x + 1)}$$

ب. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

(3) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R :

$$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$$

حيث f' مشتقة الدالة f

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha) \approx -0.1$)

(4) احسب $f(1)$ ثم حل في R المعادلة $f(x) = 0$.

(5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) لتكن h الدالة المعرفة على R كما يلي:

$$h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. تحقق أنه من أجل كل $x \in R$: $h(x) = f(x) - 2$

ب. استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم أنشئ (C_h) .

التمرين 14:

(I) $P(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$ كثير حدود حيث :

1/ احسب $P(1)$ واستنتج تحليلا لكثير الحدود $P(x)$

2/ ادرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x

(II) f دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة ب : $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

1- عين مجموعة التعريف D_f للدالة f

2- بين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x من D_f فإن : $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^3}$

3- ادرس تغيرات الدالة f

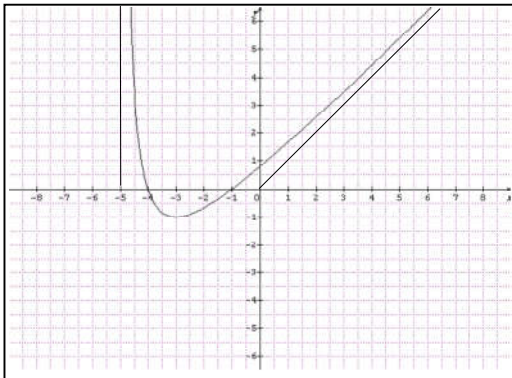
4- بين أن المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

5- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

6- أكتب معادلة المماس (T) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 3 .

7- ارسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحني C_f

التمرين 15:



I. f دالة معرفة على $I =]-5; +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{x^2+5x+4}{x+5}$

C_f تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

كما هو مبين في الشكل .

(1) أ- احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة ل I

ب- بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f

ج- شكل جدول تغيراتها .

(2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; -5[$ بالعلاقة : $g(x) = \frac{x^2+5x+4}{-x-5}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

أ- أحسب نهاية g عند حدود مجموعة تعريفها .

ب- تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له

ج- ادرس تغيرات g

II. k دالة معرفة على $R - \{-5\}$ كما يلي : $k(x) = \frac{x^2+5x+4}{|x+5|}$

(1) اكتب $k(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة

(2) من نتائج الجزء الأول شكل جدول تغيرات الدالة k

(3) ارسم (C_k) المنحني الممثل للدالة k في معلم متعامد و متجانس

التمرين 16:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2}$$

نسمي C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α ، β و γ بحيث يكون من أجل كل x من D_f :

$$f(x) = x + \alpha + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

2/ استنتج أن المنحني C_f الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له ثم حدد وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى Δ

3/ ادرس تغيرات الدالة f

4/ عين عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ثم ارسم المنحني C_f

5/ عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$3x^2 + (x - m)x^2 + (10 - 2m)x + 5 - m = 0$$

6/ g الدالة المعرفة ب :

$$g(x) = \frac{|x|^3 + 3x^2 + 10|x| + 5}{(|x|+1)^2}$$

أ) بين أن الدالة g زوجية .

ب) بين أن المنحني (Γ) الممثل للدالة g يستنتج بسهولة من رسم المنحني (f)

- ارسم (Γ)

التمرين 17:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و التجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) أ- بين أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته : $y = x$

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحني C_f و (D)

3) أ- بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $1.3 < x_0 < 1.4$.

ب- عين معادلة (Δ) مماسا للمنحني C_f في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب .

ج- ارسم (Δ) و C_f في نفس المعلم .

4) g الدالة العددية الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$: بالعلاقة :

$$g(x) = |f(x)|$$

(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق .

- بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من C_f ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $g(x) = m^2$

التمرين 18:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب : $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} + \frac{1}{x-1}$

- 1- ادرس استمرارية و قابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة 2 وفسر النتيجة بيانيا
- 2- اكتب معادلتني نصفي المماسين
- 3- ادرس تغيرات الدالة f
- 4- بين ان $y = -x + 2$ و $y = x - 2$ مستقيمين مقاربين مائلين بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب
- 5- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0; \frac{1}{2}[$
- 6- أنشئ المنحنى C_f
- 7- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $|x - 2| + \frac{1-m(x-1)}{x-1} = 0$

التمرين 19:

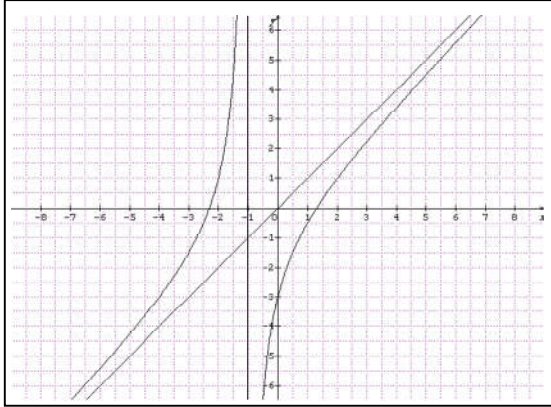
f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$

C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1- ادرس تغيرات الدالة f
 - عين احداثية نقطة تقاطع C_f مع المستقيم المقارب الافقي (Δ)
 - أنشئ المنحنى C_f
 - ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m حلول المعادلة : $(m-1)x^2 + 4x - m - 4 = 0$
- 2- نعتبر الدالة g المعرفة بالعلاقة : $g(x) = \frac{(|x|-2)^2}{x^2-1}$
 - اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .
 - ادرس استمرارية و قابلية الاشتقاق للدالة g عند 0 .
 - بين أن $g(x) = f(x)$ على مجموعة يطلب تعيينها .
 - ادرس شفعية الدالة g - استنتج التمثيل البياني (C') للدالة g .
- 3- نعتبر الدالة h حيث : $h(x) = \frac{(x-2)^2}{|x^2-1|}$
 - اكتب العبارة : $h(x)$ بدلالة $f(x)$
 - استنتج التمثيل البياني (γ) للدالة h

التمرين 20:

الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $R - \{-1\}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^2+x-3}{x+1}$



ولیکن C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1- عين نهايات الدالة عند حدود مجموعة التعريف
- 2- اثبت انه من اجل على عدد حقيقي x يختلف عن -1-

فان $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث a, b, c اعداد حقيقية

يطلب تعيينها

- 3- استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f
- 4- حدد الوضع النسبي للمنحنى C_f والمستقيم المقارب المائل

التمرين 21:

I. نعتبر الدالة g المعرفة بالعلاقة : $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]\frac{1}{2}; \frac{3}{4}[$.

3. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على R .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بالعلاقة :

$$f(x) = \frac{x^3+x^2+1}{3x}$$

حيث (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1. ادرس نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف.
2. بين انه من أجل كل x من R^* فان إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن : $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5. أنشئ المنحنى C_f حيث (نأخذ $\alpha \approx \frac{2}{3}$)

6. ناقش بيانيا وجود و عدد حلول المعادلة : $3m(1-x) + x^2(x+1) - 3m + 1 = 0$

حيث m وسيط حقيقي

I. نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = x^3 + 6x + 12$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1.48; -1.47]$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \frac{x^3-6}{x^2+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2+2)^2}$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(3) بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(5) نرمز بـ S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت اللتي معادلاتها

$x = \alpha$ و $x = 0$ و $y = 0$.

أثبت انه من اجل كل $x \in [\alpha, 0]$: $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$. ثم بين أن : $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$

التمرين 23:

المنحنى C المقابل هو التمثيل البياني لدالة g المعرفة

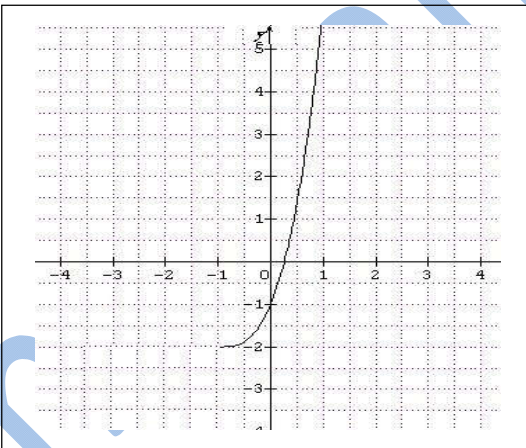
على $]-1, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

1. بقراءة بيانية حدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$

2. شكل جدول تغيرات الدالة g

3. بين ان الدالة g تقبل حلا وحيدا α من المجال $]\frac{1}{2}; 0]$

4. استنتج إشارة الدالة g



$$f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

II- f دالة معرفة على : $]-1, +\infty[$

وليكن (C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D فان $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

2. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانياً.

3. ادرس تغيرات الدالة f .

4. بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{(\alpha+1)^2}$ استنتاج حصر الـ $f(\alpha)$.

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ثم ادرس وضعيته بالنسبة للمنحنى (C_f)

6. اكتب $f(x)$ على الشكل $f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان

7. عين F الدالة الاصلية لدالة f على المجال $]-1, +\infty[$ والتي تحقق : $F(1) = 2$

التمرين 24:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يأتي : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و التجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة f

2- بين ان يقبل (C_f) مستقيمين مقاربين مائلين معادلتيهما $y = x - 1$ و $y = -x + 1$

3- بين ان المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر

4- انشئ منحنى الدالة f .

التمرين 25:

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على R كما يأتي : $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $g(-1)$ استنتاج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

II - نعتبر f الدالة معرفة على $R - \{-2\}$ بالعلاقة : $f(x) = x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2(x+2)^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ وفسر النتيجة هندسياً.

(3) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R - \{-2\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^3}$

(4) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α بحيث : $-3 < \alpha < -2.5$.

(6) استنتاج ان (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له. ثم ادرس وضعيته بالنسبة لـ (C_f)

(7) انشئ المنحنى (C_f) .

(8) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m - 1$

(9) نعتبر h الدالة المعرفة على R بالعلاقة : $h(x) = f(|x|)$

أ- ادرس شفعية الدالة h

ب- انشئ منحنى الدالة h انطلاقا من منحنى الدالة f

(10) أ. احسب الدالة المشتقة لدالة g حيث $g(x) = \frac{1}{x+2}$

ب. احسب مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و (Δ) والمستقيمين $x = 2$ و $x = 3$

التمرين 26:

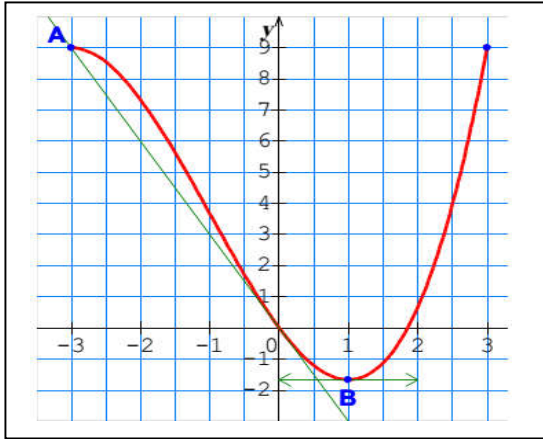
I- المنحنى C المقابل هو التمثيل البياني

للدالة العددية f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3; 3]$

المنحنى C يمر بالمبدأ O ويشمل النقطة $A(-3; 9)$

ويقبل في النقطة B مماسا افقيا ويقبل المستقيم (OA) مماسا

عند النقطة O



لتكن f معرفة بالعلاقة التالية : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1- احسب $f'(1)$ و $f'(0)$ و $f(0)$

2- أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c, d

3- أكتب جدول تغيرات الدالة g

4- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[\frac{3}{2}; 2]$

5- سنتنتج إشارة $g(x)$ على $[-3; 3]$

التمرين 27:

I. نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.5; 0[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x + 1}{x^2 - 2x + 2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من R فإن : $f(x) = x - \frac{x-1}{x^2-2x+2}$

2- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من R :

$$f'(x) = \frac{(x-1)^2[(x-1)^2+3]}{[(x-1)^2+1]^2}$$

3- ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

5- شكل معادلات المماسات التي ميلها 1

6- انشئ منحنى الدالة f والمماسات.

7- ناقش بيانيا وجود و عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

التمرين 28:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[-1; 1]$ كما يأتي :

$$f(x) = (x + 1)\sqrt{1 - x^2}$$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و التجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس قابلية الاشتقاق عند -1 و 1 ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) ادرس تغيرات الدالة f

(3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ O

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (T)

(4) ارسم المنحنى (C_f)

التمرين 29:

I. نعتبر الدالة h المعرفة على R كما يلي :

$$h(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

1. ادرس تغيرات الدالة h .

2. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة الدالة $h(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{-1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 7x^2 + 8x + 2}{(x+1)^2}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من $R - \{-1\}$ فان :

$$f'(x) = \frac{2h(x)}{(x+1)^3}$$

2- ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3- بين انه يوجد ثلاثة اعداد حقيقية a, b, c بحيث :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{(x+1)^2}$$

4- بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مستقيمين احدهما مائل (Δ)

ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

5- بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[-\frac{3}{8}; \frac{-1}{4}\right]$

6- انشئ منحنى الدالة f .

7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع (C_f) والمستقيم الذي معادلته $f(x) = 2x + m$

8- نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = f(|x|)$

أ- بين أن g دالة زوجية

ب- انشئ منحنى الدالة g انطلاقا من منحنى الدالة f

التمرين 30:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ب: $f(x) = |x + 1| + \frac{x}{x^2 - 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) اكتب f بدون رمز القيمة المطلقة

ب) ادرس النهايات على اطراف مجال التعريف

2- أ) احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3- بين أن $y = -x - 1$ و $y = x + 1$ مستقيمين مقاربين مائلين بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب

4- ادرس الوضعية النسبية بالنسبة للمنحنى (C_f) والمستقيمين المقاربين المائلين

5- بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1; 1[$ واعط حصرا لـ α سعته 10^{-1}

التمرين 31:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[\cup]-\infty; -4]$

كما يأتي: $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و التجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب النهايتين للدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2) بين أن $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

3) هل الدالة قابلة للاشتقاق عند 0 و -4؟

4) احسب f' ثم ادرس اتجاه تغير f

5) شكل جدول التغيرات للدالة f

6) ارسم المستقيم المقارب ثم المنحنى (C_f)