

سلسلة تمارين الدوال الأسية في البكالوريا

من 2008 إلى 2018 [شعبة علوم تجريبية]

جمع و إعداد الأستاذ : بخاخشة خالدر

السنة الدراسية : 2019/2018

التمرين الأول [باك 2008] [م1] [7.5ن]

(I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm .

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1; 1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

(II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$.
 (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

(أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة بيانيا . (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

(ب) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

(ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثيها .

(د) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

(هـ) أرسم (C_g) .

(و) H الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي : $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عدنان حقيقيان .
 عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x \mapsto g(x) - 1$. استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0 .

(III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يأتي : $k(x) = g(x^2)$.
 باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين الثاني [باك 2010] [م2] [7ن]

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أـ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x + 1$ و $y = x$.
 بـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) أـ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.
 بـ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

جـ أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د ـ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m - 1)e^{-x} = m$

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$.
- ($\mathcal{C}_f$) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 ب- أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.
 ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى ($\mathcal{C}_f$) بجوار $(-\infty)$.
 ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى ($\mathcal{C}_f$) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
 ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ ، تقبل في المجال $]1,75; 1,76[$ حلا وحيدا α .
 د- أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى ($\mathcal{C}_f$) على المجال $]-\infty; 2]$.
- (3) أ- أحسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى ($\mathcal{C}_f$)، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادليهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.
 ب- أثبت أن: $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha \right) ua$ (حيث ua هي وحدة المساحات).

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - xe^x$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 (2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 (3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1; +\infty[$.
 ب- تحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.
- ($\mathcal{C}_f$) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$ ،
 استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha} \right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})
- (4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى ($\mathcal{C}_f$) بجوار $-\infty$.
 ب- أدرس وضعية ($\mathcal{C}_f$) بالنسبة إلى (Δ) .
- (5) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6 < x_1 < -1.5$ و $1.5 < x_2 < 1.6$.
 ب- أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.
- (6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (ax + b)e^x$.
 أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $xe^x \mapsto x$ على $\mathbb{R}$.
 ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

(I) f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

(2) أحسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرًا للعدد α .

(4) أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

(5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

(II) g الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $g(x) = f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

(1) أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ- تحقق أن $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن : $2f'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$.

ب- استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج- تحقق من أن : $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن : $0,36 < \alpha < 0,37$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب- استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -\alpha[$ ومتزايدة تماما على $]-\alpha; +\infty[$.

(2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

(5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.

(6) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.

(1) أـ أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

بـ - بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$

جـ- أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,37 < \alpha < -1,38$.

(3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

بـ- بين أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتق الدالة f).

جـ- أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أـ بين أن: $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

بـ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

جـ- أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \approx 0,29$)

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيراً هندسياً للنتيجة، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أـ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

بـ- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 1 - x e^{1-x}$

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x) \geq 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.

(3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.

(4) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$

- تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محاور الفواصل

و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = 1$.

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في حلا وحيدا α حيث $-0.38 < \alpha < -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$.

($\mathcal{C}_f$) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) ..

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث : $y = 2x + 1$: (Δ) .

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,8$) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$.

(6) أـ باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$.

بـ أحسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى ($\mathcal{C}_f$) والمستقيمتين التي معادلاتهما : $x = 1$ ، $x = 3$ و $y = 2x + 1$