مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الاحتمالات في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

BAC2018-2019

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الاحتمالات في البكالوريا
بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول : تمارين على التحليل التوفيقي

الجزء الثاني : تمارين البكالوريا الجزائرية

الشعب: تسيير واقتصاد+علوم تجريبية+رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث:تمارين بكالوريات النظام القديم

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الرابع:تمارين البكالوريات الاجنبية

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الخامس:تمارين مقترحة

BAC2018-2019

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربي الجزائري

الجزء الأول: تدريبات متنوعة

1-التحليل التوفيقي

التمريـــــن01

تتكون ترقيمة الهاتف من 9 أرقام . الرقم الاول هو 0 و الأرقام الثمانية الاخرى كيفية

1.ماعدد ترقيمات الهواتف الكلية ؟

2.ماعدد ترقيمات الهواتف التي تضم :أ)3مرات الرقم 1 ؟ ،ب) على الأقل ثلاث مرات الرقم 1 ؟

جـ) مرتين الرقم 5 ومرة واحدة الرقم 2 ؟ ، د) 5 أرقام زوجية فقط ؟

التمريـــــن02

في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات.

1) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها؟

2) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية:

أ) الأعضاء الأربعة المختارين باحثات؟

ب) من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط؟

جـ) من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة.

د) من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان

3) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلهاإذا كانت هذه اللجنة تضم رئيسا ونائبا له و كاتبين

التمريـــــن03

يضم صندوق 15 كرة منها 6 بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3) و 5 خضراء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2) و 4 حمراء تحمل الأرقام (1 ،3، 3 ، 3) .

نسحب 3 كرا ت في آن واحد . ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب :

1) 3 كرات من نفس اللون؟ 2) 3 كرات تحمل نفس الرقم؟ 3) 3 كرات مجموع أرقامها 6 ؟

4) 3 كرات واحدة على الأقل منها تحمل رقما فرديا ؟

التمريـــــن04

1-جد العدد الطبيعي n في كل حالة: أ) $2(C_n^0+C_n^2+C_n^3)=5n+2$ ، ب) $C_n^3+C_{2n}^2=8n$

2-حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1} \\ C_{x+y}^{2}=10 \end{cases}$

التمريـــــن05

1- برهن بالتراجع انه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $1\times 1! + 2\times 2! + \ldots\ldots + n\times n! = (n+1)! - 1$

2-برهن بالتراجع انه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $2^n\left[1\times 3\times 5\times 7\times \ldots\ldots\times (2n-1)\right]n! = (2n)!$

التمريـــــن06

1) أثبت أن $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$ ثم استنتج أن : $C_m^m + C_{m+1}^m + \ldots + C_n^m = C_{n+1}^{m+1}$

2)جد المجاميع التالية : $S_1 = 1+2+3+\ldots+n$ ، $S_2 = 1\times 2 + 2\times 3 + \ldots + (n-1)n$ ، $S_3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$

التمريـــــن07

ليكن المنشور التالي $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$

1)أكتب الحد الذي درجته 10. 2) أوجد معامل الحد التاسع. 3) أوجد الحد الثابت

التمريـــــن08

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء . نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات ممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ ج) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء و نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ)أثبت أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $X_n = n^2 + 9n + 21$ ، ب)كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n = 10713$

التمريـــــن09

يحتوي كيس على 18كرة منها4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4 و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 و8 كرات خضراء مرقمة من1الى8

1. نسحب من هذا الكيس 3كرات في آن واحد.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل ج)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

2. نسحب من هذا الكيس 3كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل ج)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

التمريـــــن10

اشترى احد التلاميذ المجتهدين 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي ثم أراد أن يضعهم على رف مكتبته فما هو عدد الطرق الممكنة لتحقيق ذلك إذا :

أ) أراد وضع الكتب ذات نفس المادة متجاورة

ب)كتب الأدب العربي فقط متجاورة . ج) دون شرط .

2-حساب الاحتمالات

التمريـــــن11

تحتوي علبة على سبع بطاقات مرقمة من 1 الى 7 لا نميز بينها باللمس .
نسحب من هذه العلبة بطاقتين على التوالي مع إعادة البطاقة المسحوبة .
احسب احتمال كل حادثة :
A: "سحب بطاقتين رقميهما فرديان "B:" سحب بطاقة رقمها زوجي والأخرى رقمها مربع تام "
C " سحب بطاقة على الأقل رقمها اولي": D " سحب بطاقتين مجموع رقميهما زوجي"

التمريـــــن12

نضع بصندوق عشر كريات متماثلة ، منها خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3 .نسحب عشوائيا من هذا الصندوق ثلاث كريات في الآن الواحد .
1-احسب احتمال كل حادثة :
A :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما يساوي 6" ،
B :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام " ، C: " سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "
2-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات .

أ-عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . ب-احسب الامل الرياضياتي للمتغير X .

التمريـــــن13

يحتوي صندوق على كريتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء . نسحب عشوائيا من هذا الصندوق كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الصندوق .**احسب احتمال كل حادثة :**
A:"كريتين من نفس اللون"، B :"سحب كرية بيضاء ثم كرية سوداء"
C:"سحب كريتين مختلفين في اللون" .

التمريـــــن14

يحتوي كيس 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 .نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .
1) حدد مجموعة القيم الممكنة للمتغير X . 2)عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X
3)أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ ثم أحسب التباين $V(X)$ ، 4) أوجد $P(X \geq 25)$

التمريـــــن15

يريد تلاميذ قسم مكون من 10 ذكور و 6 اناث أن يكونوا لجنة من 3 افراد لتمثيلهم في مسابقة دراسية (نفترض أن كل التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار) .
1-ماهو عدد اللجان الممكنة ؟

2-لتكن الحادثة E : " أعضاء اللجنة من نفس الجنس" .
أ-احسب احتمال الحادثة E . ب-استنتج احتمال الحادثة F : أعضاء اللجنة من الجنسين معا.
3-نفترض انه من بين تلاميذ القسم يوجد التلميذ A واخته التلميذة B .
ماهو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا ، وان لا يتواجد بها التلميذ A والتلميذة B في ان واحد ؟
4-ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الاناث المتواجدة باللجنة .
حدد قانون احتمال X ثم احسب الامل الرياضياتي : $E(X)$.

التمريـــــن16

زهرة نرد غير متوازنة أوجهها تحمل الأرقام 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 إحتمالات ظهورها في رمية واحدة هي P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 على الترتيب.

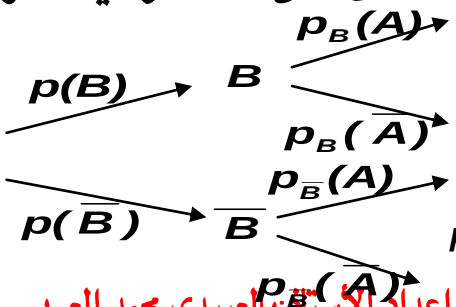
1. جد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 علما أن هذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$
2. نرمي زهرة النرد هذه مرة واحدة . ما احتمال ظهور أ-رقم زوجي ؟ ، ب- رقم مضاعف لـ 3 ؟
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .
عرف قانون الإحتمال و احسب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري .

التمريـــــن17

تستقبل ثانوية L ، تلاميذ السنة الأولى من ثلاث مؤسطات : $C1$ ، $C2$ ، $C3$.
25% من التلاميذ يأتون من المتوسطة $C1$ ، 40% من المتوسطة $C2$ والباقي من المتوسطة $C3$
5% من تلاميذ من المتوسطة $C1$ ، 10% من تلاميذ $C2$ و 0.1% من تلاميذ $C3$ يعيدون السنة .
نختار تلميذا عشوائيا..
1. كون شجرة متوازنة تترجم الوضعية . 2. احسب احتمال الحادثة R التلميذ يعيد السنة .

التمريـــــن18

نعتبر صندوقين أحدهما U_1 يحوي 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء و الآخر U_2 يحوي 3 كرات خضراءو 6 كرات حمراء . كل الكرات لا نميز بينها باللمس .
نرمي حجر نرد مكعب غير مزور ، مرقم من 1 الى 6 . إذا تحصلنا على أحد الرقمين 5 أو 6 نسحب كرة عشوائيا من الصندوق U_1 و في الحالات الأخرى نسحب كرة من الصندوق U_2
نسمي A الحادثة "الكرة المسحوبة خضراء" و نسمي الحادثة B "نحصل على أحد الرقمين 5 أو 6 "



1) أحسب $p(\overline{B})$ ($p(B)$
2) أحسب $p_B(A)$ و استنتج $p_B(\overline{A})$
3) أحسب $p_{\overline{B}}(A)$ و استنتج $p_{\overline{B}}(\overline{A})$
4) أكمل الشجرة بالقيم العددية المحصل عليها ،ثم استنتج $p(A)$

الجزء الثاني: تمارين البكالوريات

شعبة التسيير والإقتصاد

التمرين19: دورة 2018 م1 بتصرف

اجريت دراسة احصائية حول قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما.
فكانت النتائج كما يلي: 70% من التلاميذ إناث منهن 50 % لا يمارسون هذه الرياضة.
90 % من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.
نختار عشوائيا تلميذ من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:
G التلميذ المختار ذكر . F التلميذ المختار أنثى . S التلميذ المختار يمار هذه الرياضة.
1- انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2-احسب الاحتمالات التالية: $P(S)$ ، $P(G\cap\overline{S})$ ، $P_{\overline{S}}(F)$ و $P_S(G)$
3-هل الحادثتان G و $\overline{S}$ مستقلان ؟ برر جوابك.

التمرين20: دورة 2018 م2 بتصرف

تضم مؤسسة انتاجية موظفين من الجنسين
رجالا نرمز لهم بـ:H ونساء نرمز لهن بـ:F.
منهم الإداريون " A " والمهندسون "I "
و العمال " T".موزعون حسب الجدول التالي:

	الاداريون A	المهندسون I	العمال T
رجال	12 %	13 %	27 %
نساء	16 %	12 %	20 %

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري ، نختار عشوائيا موظفا.
1-أ) بيّن أن احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=0,52$
انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2-احسب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$. 3-ما احتمال ان يكون الموظف مهندسا؟
4-ما احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري؟

التمرين21: دورة 2011

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

المستوى / الصنف	السنة الاولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية ، احسب الاحتمالات التالية:
1-احتمال ان يكون التلميذ خارجيا. 2-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى .

3-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
4-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى علما انه خارجي.
هل الحادثتان " التلميذ من السنة الأولى " و" التلميذ خارجي " مستقلتان ؟

التمرين22: دورة 2017 م2

في كل حالة من الحالات الأتية ، اقترحت ثلاث اجابات صحيحة واحدة فقط صحيحة عيّن الاقتراح الصحيح مع التبرير.

1) A و B حادثتان مستقلتان. إذا كان $P(A\cap B)=0,03$ و $P(A)=0,4$ فإن:
أ) $P(B)=0,43$ ، ب) $P(B)=0,075$ ، جـ) $P(B)=0,37$

2) A و B حادثتان. إذا كان $P(A\cap B)=\frac{3}{100}$ و $P_A(B)=\frac{1}{4}$ فإن:
أ) $P(A)=\frac{3}{25}$ ، ب) $P(A)=\frac{4}{25}$ ، جـ) $P(A)=\frac{3}{400}$

3) A و B حادثتان . إذا كان $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,55$ فإن:
أ) $P(A\cap B)=0,2$ ، ب) $P(A\cap B)=0,45$ ، جـ) $P(A\cap B)=0,9$

4) الجدول التالي يعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية .

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرّياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0,32 هما:
أ) $\alpha=1$ و $\beta=0,08$ ، ب) $\alpha=2$ و $\beta=0,03$ ، جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0,08$

التمرين23: دورة 2017 م1

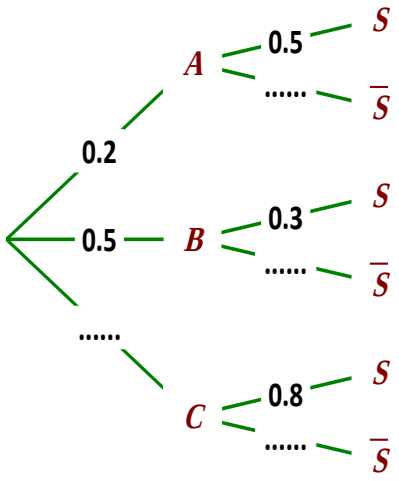
يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي: شعبة الآداب والفلسفة (L)،شعبة العلوم التجريبية (S) و شعبة التسيير والاقتصاد (G) 47 % من المترشحين ذكور(M) والباقي اناث (F).من بين الذكور 35 % في شعبة العلوم التجريبية و49 % في الآداب والفلسفة ومن بين الإناث يوجد 10 % في شعبة التسيير والاقتصاد و37 % في شعبة العلوم التجريبية . نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز .

1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية
2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:**A** "المترشح المختار أنثى و من شعبة التسيير والاقتصاد"
B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد"
C " المترشح المختار أنثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد"

التمرين24: دورة 2016 م2

وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث وجهات A ، B وC 20 % من الزبائن اختاروا الوجهة A

و 50 % اختاروا الوجهة B والباقي اختاروا الوجهة C
عند العودة من السفر اجرت الوكالة استجوابا حول مدى اعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:
50 % من اصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.
30 % من اصحاب الوجهة B كانوا معجبين بها.
80 % من اصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.
نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:
S : الزبون معجب بالوجهة المختارة .
$\overline{S}$:الزبون غير معجب بالوجهة المختارة .



1)انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة
2) -أ) احسب احتمال الحوادث التالية: $A\cap S$ ، $B\cap S$ و $C\cap S$
ب)استنتج احتمال ان يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة
3) نستوجب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة . ما احتمال ان يكون من الوجهة B؟

التمرين25: دورة 2012 م1 بتصرف

عدد تلاميذ قسم دراسي هو 35 من بينهم 15بنتا، يختار كل تلميذ من القسم رياضة واحد وواحدة فقط يمارسها في إطار نشطات النادي للمؤسسة . 75 % من الأولاد اختاروا ممارسة كرة القدم و 15 % اختاروا ممارسة كرة اليد بينما اختار 10 % ممارسة الكرة الطائرة. 60 % من البنات اخترن ممارسة الطائرة والبقية اخترن ممارسة كرة اليد.
لتمثيل هذا القسم في منافسة رياضية ، يتم اختيار تلميذ واحد منه بطريقة عشوائية.
يرمز G للحادثة "التلميذ المختار ولد" و يرمز F للحادثة "التلميذ المختار بنت"
يرمز T للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة القدم"
يرمز M للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة اليد"
يرمز V للحادثة "التلميذ المختار يمارس الكرة الطائرة"
1-انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2-أحسب P(V) احتمال ان تتحقق الحادثة V. 3-احسب الاحتمال الشرطي $P_V(G)$.
4-احسب احتمال ان يكون التلميذ المختار لا يمارس كرة القدم.

التمرين26: دورة 2013 م1

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح" ، يوجد 150 كتاب رياضيات و50 كتاب فلسفة ، حيث 40 % من كتب الرياضيات و 70 % من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير و الاقتصاد.
نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا .عيّن مع التبرير،الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة،في كل حالة من الحالات التالية:

1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو: أ) $\frac{3}{4}$ ، ب) $\frac{2}{5}$ ، جـ) $\frac{1}{150}$

2)احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

أ) 0,24 ، ب)0,475 ، جـ)0,21

3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد

أ) 0,15 ، ب)0,4 ، جـ)0,3

4)إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير و الاقتصاد، فإن احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو : أ) $\frac{2}{75}$ ، ب) $\frac{12}{19}$ ، جـ) $\frac{3}{10}$

التمرين27: دورة 2008

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء وتحمل الارقام 2- ، 1 ، 2
و 4 كرات حمراء تحمل الارقام 2 ، 2 ، 1 ، 1

1)نسحب كرة واحدة من الكيس .

أ) ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 ؟.

ب)إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ، ما هو احتمال ان يكون لونها أحمر؟.

2)نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع.

أ) ما هو احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا؟

ب)ما هو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون ؟

جـ) ما هو احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 ؟.

التمرين28: دورة 2014

عين مع التبرير الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة في كل حالة

I. أعضاء الطاقم الصحي لمؤسسة استشفائية موزعين حسب الجدول المقابل اختير عشوائيا عضو من هذا الطاقم .

	أطباء	ممرضون
ذكور	12	25
اناث	8	15

1-احتمال ان يكون العضو المختار انثى هو :

أ- $\frac{1}{23}$ ، ب- $\frac{23}{60}$ ، جـ- $\frac{8}{23}$

2-احتمال ن يكون العضو المختار انثى علما انها طبيبة هو :أ- $\frac{2}{5}$ ،ب- $\frac{2}{15}$ ، جـ- $\frac{8}{23}$

II. الجدول المقابل يعرف قانون احتمال لتجربة عشوائية

x_i	1	2	3	4
p_i	0.2	0.4	0.1	0.3

1-تباين قانون الاحتمال هو: أ- 1.12،ب - 2.5 ،جـ-1.25

2-اذا كانت A و B حادثتين مستقلتين حيث:

$P(A)=0.4$ ، $P(B)=0.3$ فإن $P(A\cap B)$ هو: أ-0.12 ، ب- 0.7 ، جـ - 0.75

شعب: ع تجريبية+ت رياضي+ رياضيات

التمرين29: دورة 2018 ع ت

يحتوي صندوق 10كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس،منها اربع كريات بيضاء مرقمة بـ:3،2،2،1
ثلاث كريات مرقمة حمراء مرقمة بـ:2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:2 ، 3 ، 3
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق.
نعتبر الحادثتين :A الكريات الثلاث المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني.
و B الكريات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم.

1-أ) احسب : P(A) و P(B) احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب) بيّن أن: $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا
عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسبه أمله الرياضياتي E(X)

التمرين30: دورة 2018 ت ر

كيس به 7 كريات متماثلة ، لا نفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

I) أ) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كرتين مختلفتين في اللون ".

ب) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين من نفس اللون ".

II)نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب α(DA)
(α عدد طبيعي معطى DA تعني دينار جزائري)
فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على 100DA و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على 50DA ، وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

1)برّر أن قيم المتغير العشوائي هي : $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2)بيّن أن لأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي بدلالة هو: $E(x)=-\alpha+\frac{300}{7}$

ثم أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ : α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين31: دورة 2018 ر

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة بـ:1 ، 1 ،2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:3- ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ:1-.
نسحب عشوائيا 4 كريان في آن واحد.

1)أحسب احتمال الحوادث التالية:
A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون ".
B " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر ".
C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".
2)ليكنXالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس
أ)عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.
ب) أحسب الأمل الرياضياتي E(X)للمتغير العشوائي X.
ج) أحسب أحتمال الحادثة " $X^2 - X > 0$ "

التمرين32: دورة 2009 ر

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6حمراء .
نسحب عشوائيا من الكيس 3كريات في آن واحد.
1)أ- احسب احتمال الحصول على 3كريات بيضاء.
ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.
2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
-عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي E(X).

التمرين33: دورة 2008 رياضيات نموذج وزاري

يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2
و 4 حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و5 خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .
نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، كرتين من الكيس .
1-نعتبر الحادثتين : A : " سحب كرتين من نفس اللون " . B : " سحب كرة خضراء على الأقل "
ا- احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A \cap B$
ب- هل الحادثتان A ، B مستقلتان ؟
2- ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجَّلين على الكرتين المسحوبتين.
ا- أعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X.
ب-احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X.
جـ-احسب التّباين $Var(X)$،واستنتج الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين34: دورة 2008 ع تجريبية نموذج وزاري

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء، و7 كريات سوداء، لا نفرّق بينها عند اللّمس.
1. يسحب لاعب، عشوائيًا، 3 كريات في آن واحد.
ا- احسب احتمالات الحوادث التالية:

A : " يسحب اللاّعب كرية بيضاء واحدة فقط " .

B : " يسحب اللاّعب كريتيْن بيضاويْن فقط " .

C : " يسحب اللاّعب 3 كريات بيضاء ".

ب- يربح اللاّعب 10 دنانير من أجل كلّ كرية بيضاء مسحوبة و ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرق بكلّ سحب، مجموع الرّبح المحصّل عليه.

عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X، واحسب أمله الرّياضي

2. يسحب اللاّعب كرية من الكيس، فإذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء، يربح اللاّعب 10 دنانير، و يتوقّف اللعب، بينما إذا كانت الكرية المسحوبة سوداء، يُعيد اللاّعب الكرية المسحوبة إلى الكيس،و يسحب كرية أخرى في نفس الظروف.

تتكرّر العمليّة، و يتوقّف اللّعب تلقائيّا عند السّحب الثالث.

احسب احتمالات الحوادث التّالية:

D : " يربح اللاّعب في السّحب الأوّل ". E : " يربح اللاّعب في السّحب الثاني ".

F : " يربح اللاّعب في السّحب الثالث ". G : " لا يربح اللاّعب أيّ شيء ".

التمرين35 دورة 2008 نموذج وزاري

كيس U_1 يحتوي على 4 قريصات بيضاء، و 3 سوداء و كيس آخر U_2 يحتوي على 17 قريصة بيضاء و 18 قريصة سوداء.

نرمي زهرة نرد متجانسة أوجهها مرقمة من1 إلى 6، فإذا ظهر الرقم 6 نسحب قريصة من الكيس U_1 وإلاّ فنسحب قريصة من الكيس U_2.

1. برهن أنّ احتمال سحب قريصة بيضاء هو0,5.

2.إذا سحبنا قريصة بيضاء،فما احتمال أن تكون من الكيس U_1.

الجزء الثالث: بكالوريات النظام القديم

التمرين36: دورة 2002 ع ط

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها:
3 حمراء ، 3خضراء و 4 بيضاء .
1) نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد . ما احتمال الحصول على :
أ – نفس اللون ؟ ، ب– الألوان الثلاثة ؟ ، جـ – كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟
2)نعتبر المتغير العشوائي Xالذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة
أ – ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؟
ب – احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين37: دورة 2003 ع ط

يحتوي وعاء على3قريصات بيضاء و 4حمراء ،إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3 .
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد، ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .
1) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟
2)ما هو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من6علما أن القرصيتين بيضاوين؟ .
3) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.
ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟.
أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي Xواحسب أمله الرياضي.

التمرين38: دورة 1996 ع ط

زهرة نرد مكعبة A بها وجه يحمل الرقم 1 ، ووجهان يحملان الرقم 2 وثلاثة أوجه تحمل الرقم 3
زهرة نرد مكعبة B لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 ووجه يحمل الرقم 3 ووجهان يحملان الرقم 4
نفرض ان كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور .نرمي الزهرتين في آن واحد ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين :
أ) زوجيين ، ب) فرديين .

التمرين39: دورة 1997 ع ط

يحتوي كيس على 10قريصات مرقمة من1إلى 10(لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان) نسحب في آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال

1)أحسب عدد السحاب الممكنة .
2)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية
3)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية
4)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحد منها عدد غير أولي
5)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل رقم أولي

الجزء الرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين40: (فرنسا 2018/ش.علوم/Pondichéry/ت الأستاذ جبالي/بتصرّف)

تقوم مؤسّسة بتوضيب السّكّر الذي يأتيها من مصنعيْن U و V ، في عُلَب يزن الواحد منها $1kg$.

30% من السّكّر يأتي إلى المؤسّسة من المصنع U، و الباقي يأتي إليها من المصنع V. نفرض أنّ 3% من السّكّر الآتي من المصنع U، رقيق، و 95% من السّكّر الآتي من المصنع V، خشن.

نأخذ،عشوائيّا، عُلْبة سّكّر، و نعتبر الحوادث التّالية:

U:"العُلْبة تحتوي على سّكّر آتٍ من المصنع U "، V:"العُلْبة تحتوي على سّكّر آتٍ من المصنع V ".

F: " العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق ".

1) احسب احتمال أن تكون العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق.

2) عِلْماً أنّ العُلْبة تحتوي على سّكّر رقيق، ما احتمال أن يكون سكّرها آتياً من المصنع U؟

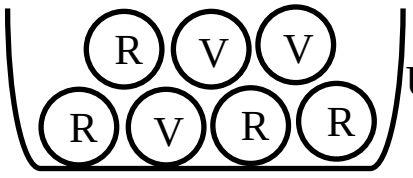
3) ترغب المؤسّسة أن يكون 30% من السّكّر الرّقيق، آتياً من المصنع U (أي $P_F(U)=0,3$)

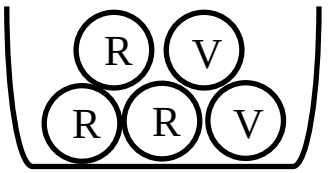
كم تصبح، في هذه الحالة، النسبة المئويّة من السّكّر الآتي من كلٍّ من المصنعيْن U و V ؟.

التمرين41: المغرب 2015 ع ت

يحتوي صندوق U_1 على 7كرات:4 حمراء و3 خضراء(لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).

و يحتوي صندوق U_2 على 5كرات:3 حمراء و2 خضراء(لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).

الصندوق U_1 

الصندوق U_2 

I) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا 3 كرات من الصندوق U_1 .

ليكن A الحادث " الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين"

و ليكن B الحادث " الحصول على3 كرات من نفس اللون".

بيّن أن $P(A)=\frac{12}{35}$ و وأن $P(B)=\frac{1}{7}$.

II) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا كرتين من U_1 ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .

ليكن C الحادث " الحصول على 3كرات حمراء ". بيّن أن : $P(C)=\frac{6}{35}$.

التمرين42: المغرب 2003 ع ت

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 و 0 و0 و1 و 1 و2
وكرتين سوادين تحملان العددين 0 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .
1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:
A " للكرتين نفس اللون" ، B " جداء العدد ين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم"
2) نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين ، حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين43: المغرب 2003 ع ت الاستراكية

يحتوي كيس على 6كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد 2- و1- و 0و 1 و 1و2
نعتبر الاختبار التالي : 'نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس'.
نعتبر ، بعد القيام بهذا الاختبار ، الحادثتين التاليين :
A: " من بين الكرات المسحوبة ، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S، "مجموع الاعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".
أ) أحسب احتمال الحدث A. ب) بيّن أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين44: المغرب 2004 ع ت

يحتوي كيس على 9 بيادق (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
بيدقان بيضاوين يحملان الرقم 1 وثلاثة بيادق حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و أربع بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و 2.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيادق من الكيس .
1) احسب احتمال الأحداث التالية:
A:" البيادق الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدق من كل لون)"
B:" البيادق الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".
C: " من بين البيادق المسحوبة يوجد على الأقل بيدق واحد أحمر "
2) احسب احتمال الحادث: $A\cap B$.

التمرين45: المغرب 2006 ع ت

يحتوي كيس U_1 على 5 بيادق : ثلاث منها تحمل الرقم 2 وبيدقان يحملان الرقم 3.

ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 بيادق : ثلاث منها بيضاء واثنان أحمران (لا يمكن التمييز بين البيادق باللمس) نسحب عشوائيا بيدق واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمه ،
ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الكيس U_2 بحيث n هو الرقم الذي يحمله البيدق المسحوب من الكيس U_1 .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيادق الحمراء المسحوبة .
1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.
2) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

التمرين46: المغرب 2007 ع ت

يحتوي كيس على 7بيادق متماثلة تحمل الاعداد:
0 و 0 و 0 و1- و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التميز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 بيادق من هذا الكيس.لتكن الحوادث الآتية:
A: " لا توجد أية بيدقة من البيادق المسحوبة تحمل الرقم 0".
B:"سحب 3 بيادق تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى .
C:"مجموع الأرقام المسجلة على البيادق المسحوبة معدوم.
1) احسب P(A) و P(B). 2) بيّن أن $P(C)=\frac{2}{7}$.

التمرين47: تونس 2007 ش ر

يحتوي كيس على 4 زهر نرد لا نفرق بينها عند اللمس ، منها:
3 زهر نرد خضراء تحمل أوجه كل منها الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ،5 ، 6 . وزهر نرد أحمر تحمل أوجهها الأرقام 2 ، 2 ، 4 ، 4 ، 6 ، 6 .
1) نسحب عشوائيا زهر نرد من الكيس .أحسب احتمال الحادثتين الآتيتين :
A: "زهر النرد المسحوب احمر ". B : "زهر النرد المسحوب اخضر ".
2) نسحب عشوائيا زهرة نرد من الكيس ثم نرميه ثلاث مرات متتابعة .
نسمي C الحادثة :" الحصول على عدد زوجي ثلاث مرات متتابعة ".
أ- $P(C/A)=1$ و $P(C/B)=\frac{1}{8}$. استنتج P(C).
3) نفرض أن زهر النرد المسحوب اخضر. ليكن المغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية من الرميات الثلاثة السابقة عدد الأوجه التي تحمل رقما زوجيا.
أ- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
ب- احسب الأمل الرياضي المغير العشوائي X.

الجزء الخامس: تمارين مقترحة

التمريـــــن48

تأهل إلى أولمبياد الرياضيات من دول المغرب العربي 25 تلميذا.3 تلاميذ و5 تلميذات من المغرب 4تلاميذ و تلميذتين من الجزائر وتلميذين و4تلميذات من تونس وتلميذين و3تلميذات من ليبيا

I. 1) نريد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء من هذه المجموعة

أ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 تلميذات ؟

ب) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 أعضاء من نفس الدولة؟

جـ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة على الأقل عضوين من ليبيا؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد التلاميذ الذكور المتواجدين فيها.

أ) أوجد قيم المتغير العشوائي X.

ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمريـــــن49

تبين من مجموعة 12شخصا أن5 منهم يشاهدون التلفزيون فقط و 4 يستمعون للمذياع فقط و3 يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معّا.

أ- نختار 3 أشخاص بطريقة عشوائية من هذه المجموعة.

* عين احتمال لكي الأشخاص الثلاثة يشاهدون التلفزيون فقط

*عين احتمال لكي يوجد شخص واحد على الأقل يستمع للمذياع فقط من بين الأشخاص الثلاثة

ب-نختار شخصا واحدا وتبين أنه يشاهد التلفزيون فقط فما هو احتمال أنه يستمع للمذياع فقط.

حـ - نختار شخصين ونهتم بالمتغير العشوائي بعدد الأشخاص اللذين يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معا من بين الشخصين المختارين .

عين فيم المغير العشوائي ، قانون الاحتمال ، الأمل الرياضي.

التمريـــــن50

يحتوي كيس على14 قريصة:4 قريصات تحمل الحرف (م) و3 قريصات تحمل الحرف (د) و3 قريصات تحمل الحرف (ي) وقريصتان تحملان الحرف (ن) وقريصتان تحملان الحرف (ة)

نسحب في آن واحد 5 قريصات بلا اختيار (الإمكانيات متساوية الاحتمال)

1)ما هو الاحتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"

2) ما هو الاحتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م) ؟

3) ما هو الاحتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف (م) ؟

4) ما هو الاحتمال لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م) ؟

التمريـــــن51

صندوق به 8 كرات بيضاء و n كرة سوداء ($n \geq 2$).نفرض أن سحب كرة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرة سوداء يفقد نقطتين . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

I/نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي

1)عين قيم المتغير العشوائي X . 2) عين قانون الاحتمال

3) احسب الأمل الرياضي $E(x)$ ثم عيّـن العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X)=0$

II/ نفرض الآن $n=6$. نسحب من هذا الكيس3 كرات في آن واحد

1)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

2) احسب أمله الرياضي.

التمريـــــن52

طالب في قسم ثانوي علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية. فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في امتحان البكالوريا $\frac{1}{3}$ واحتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$.

1)احسب احتمال نجاحه في امتحان البكالوريا.

2)ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنه حصل على البكالوريا ؟

التمريـــــن53

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 .علبة تحوي n كريه بيضاء و 3 كريات سوداء .

نسحب من هذه العلبة كريتين في آن واحد.

1) احسب بدلالة n احتمال سحب :

أ) كريتين من لونين مختلفين. ب) كريتين بيضاوين. جـ) على الأقل كريه سوداء.

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X .

ب) عين بدلالة n قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي E(X) .

جـ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق : $E(X)=1$.

التمريـــــن54

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء مرقمة :1- ،0 ،1 ،1 ،1 و5 كرات سوداء مرقمة :1- ،0 ،0 ،1 ،1 لا نميز بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد من من هذا الصندوق.

أولا: احسب احتمال الحوادث التالية :

A حادث سحب كرة واحدة فقط بيضاء ، Bحادث سحب كرة بيضاء على الاقل .

Cحادث سحب 3 كرات من نفس اللون.، Aحادث سحب3 كرات من نفس الرقم.
Fحادث سحب 3 كرات مجموع أرقامها معدوم.

ثانيا:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1-عين قيم المتغير العشوائي X.

2-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمريـــــن55

1-من أجل كل عددين طبيعيين n وp حيث : $n > p$ لدينا : $C_p^n = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

بين من أجل كل عددين طبيعيين n وp حيث: $1 < p < n$ أن : $C_p^n = C_{p-1}^{n-1} + C_p^{n-1}$

2-كيس يحوي 10 قريصات لا نفرق بينها في اللمس منها 7 بيضاء مرقمة من 1 إلى 7و 3 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس.

1-أ)نعتبر الحادثة A"الحصول على قريصتين بيضاويين "، بين أن احتمال الحادثة A يساوي: $\frac{7}{15}$

ب) نعتبر الحادثة B"الحصول على قريصتين تحملان رقمين فرديين "، احسب احتمال الحادثة B

جـ) هل أن الحادثتين A و B مستقلتان؟ برر إجابتك.

2-نعتبر X المتغير العشوائي الذي يأخذ عدد القريصات البيضاء في السحب في آن واحد

أ-عين قانون احتمال X. ب- احسب الأمل الرياضي E(X).

التمريـــــن56

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.

1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبة A؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X.

ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.

أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

جـ) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمريـــــن57

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .
إذا تحصل على وجه F ،يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق ، وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبإرجاع أي يعيدالكرة المسحوبة إلى الصندوق قبل السحب الموالي .نعتبرالحدثين التاليين
A: " الحصول على كرتين بيضاوين B : " الحصول على كرة خضراء على الأقل "
1) بين أنّ إحتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{33}{100}$ ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.
2)يدفع اللاعب m دينارا حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب.
أ) عين قيم المتغير العشوائي Y .
ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y .
جـ) عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .

التمريـــــن58

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .
1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " .
B : يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " .
C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .
ب)علما أنّ مجموع الأرقام التي تحملها الكرات يساوي 3،ما هوإحتمال أن تحمل نفس الرقم
2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات بمجموع الأرقام المسحوبة :
أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .
3- نسحب الآن ثلاث كرات على التوالي و بدون إرجاع وَ نسجل بالأرقام المسحوبة عددا طبيعيا رقم آحاده هو الرقم المسحوب ثالثا ، وَ رقم عشراته يسحب ثانيا ، وَ رقم المئات هو الرقم المسحوب أوّلا :
أ)أحسب إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 111.
ب)ماهو إحتمال سحب عدد يقبل القسمة على 5 ؟

التمريـــــن59

يحتوي صندوق على 10كرات تحمل الأعداد 1 ،2 ،2 ،3 ،3 ،3 ،4 ،4 ،4 و4(لا نميز بينها باللمس)

نعتبر التجربة التالية :نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون ارجاع كرتين من الصندوق.

1)ليكن A الحادث " الحصول على كرتين تحملان عدد زوجيين ".بيّن أن $P(A)=\frac{1}{3}$

2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين للصندوق بعد كل تجربة ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحادث A.

بيّن أن $P(X=1)=\frac{4}{9}$ ، ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمريـــــن60

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 و كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x=y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية $(x\,،\,y)$ العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم بين أن : $P(X=4)=\frac{5}{24}$ واحسب : $P(X\leq 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمريـــــن61

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متماثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان سوداوين يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X. ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين $V(X)$ و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمريـــــن62

نرمي زهرة نرد متوازنة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 المرة الأولى ونسجل الرقم α ثم نرميها ثانية ونسجل الرقم β .

1) أحسب إحتمال كل حادثة :

A : " الرقمان α و β يحققان المساواة $2\alpha+1=\beta$ " .

B : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|<1$ " .

C : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|>5$ " .

2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل رميتين بالعدد $|\alpha-\beta|$.

أ) ما هي قيم X الممكنة ؟. ب) أكتب قانون احتمال X . جـ) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

3) نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث : $(E): x^2+\alpha x+\beta=0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E) .

أ) ما هي قيم Y الممكنة ؟ . ب) أكتب قانون إحتمال Y . جـ) أحسب أمله الرياضي $E(Y)$.

التمريـــــن63

لدينا وعائين U_1 و U_2 يحتويان على كرات لا نفرّق بينها عند اللّمس . الوعاء U_1 يحتوي على n كرة بيضاء وَ 3 كرات سوداء (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1)

الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين وَ كرة واحدة سوداء .

نقوم بالتجربة E :"نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2 ، ثمّ نسحب كرة من U_2 ونضعها في U_1 "

1) نعتبر الحادثة A : " بعد التجربة E يبقى الوعاءان على ما كانا عليه " .

أ) بيّن أنّ الإحتمال $p(A)$ للحادثة A يكتب : $p(A)=\frac{3}{4}(\frac{n+2}{n+3})$.

ب) عيّن نهاية $p(A)$ لمّا n يؤول إلى $+\infty$.

2) نعتبر الحادثة B : " بعد التجربة E الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء فقط " .

✓ تحقّق من أنّ : $p(B)=\frac{6}{4(n+3)}$.

3) لاعب يدفع 20 دينارا و يقوم بالتجربة E :

*)إذا كان بعد التجربة ، الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء ، اللاّعب يكسب $2n$ دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين ، فإنّ اللاّعب يكسب n دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء ، فإنّ اللاّعب لا يكسب شيئا .

✓ إشرح لماذا لا يكون للاعب أيّ ربح إذا كان n لا يفوق 10 ؟ .

4)فيما يلي نفرض أنّ $n > 10$ ،ونعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ قيمة الرّبح الجبري للاّعب
مثلا : إذا وجد كرة واحدة بيضاء يكون الرّبح الجبري : $X = 2n - 20$.
✓ عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .
✓ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.
✓ بيّن أنّ اللعبة تكون رابحة عندما يكون في الوعاء U_1 25 كرة بيضاء على الأقل .

التمريـــــن64

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء وَ 3 كرات بيضاء ،كلّها متماثلة و لا نفرّق بينها عند اللّمس.
1) نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وَ في آن واحد .
❖ أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية :
A : " الكرات المسحوبة كلّها حمراء " .
B : " توجد كرة واحدة حمراء في السحب " .
C : " توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب " .
D : " الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة " .
2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء وَ نضع مكانها n كرة سوداء حيث : $(n \geq 2)$ ، ثمّ نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع .
❖ نفرض أنّ سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة ، وَ سحب كرة سوداء يساوي $(+5)$ نقطة
ليكن X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصّل عليها .
أ) أكتب قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرّياضي $E(X)$.
ب) عين قيمة n حتىّ تكون اللعبة عادلة .
ج) كيف نختار عدد الكرات السّوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟ .

التمريـــــن65

تحتوي علبة على كمية من القريصات ، حيث أنّ نصف القريصات بيضاء (B) وَ ثلث القريصات خضراء (V) ، وَ سدس القريصات صفراء (J) .
75% من القريصات البيضاء شكلها دائري (R) ، وَ 50% من القريصات الخضراء شكلها دائري وَ 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري ، أما باقي القريصات فشكلها مربّع (C) .
نسحب عشوائيا قريصة واحدة من العلبة .
1) شكّل شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية .
2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
❖ A : " القريصة المسحوبة خضراء دائرية " .
❖ B : " القريصة المسحوبة بيضاء و دائرية الشكل " .

❖ C : " القريصة المسحوبة دائرية الشكل " .

3) سحبنا قريصة دائرية الشكل ، فما هو إحتمال أن تكون خضراء ؟ .

4) نفرض أنّ مجموع القريصات في العلبة هو 24 :

أ) أكمل الجدول المقابل .

	B	V	J	المجموع
R				
C				
المجموع				24

ب) نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من العلبة :

-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل

-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون .

إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل فما هو إحتمال أن تكون من نفس اللون

التمريـــــن66

يلعب طفل بـ 20 كريّة ، منها 13 كرّية حمراء وَ 7 كريّات خضراء . يضع 10 كريّات حمراء وَ 3 كريّات خضراء في العلبة A ، و يضع الباقي في العلبة B .

1) في أوّل لعبة يختار 3 كريّات عشوائيا و في آن واحد من العلبة A و ينظر كم كريّة حمراء ظهرت ليكن X المتغيّر العشوائي المتعلّق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرّياضي $E(X)$.

2) و في ثاني لعبة ، يختار الطفل إحدى العلب و يسحب منها كرة واحدة .

أ) مثّل هذه الوضعية بشجرة الإحتمالات .

ب) أحسب إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

جـ) علما أنّ الطفل سحب كرة حمراء ، ما إحتمال أن تكون من العلبة A ؟ .