الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربيـــــة الوطنيـة — ثانوية هواري بومدين - الميلية -

امتحــــان الثلاثـــي الأول — يوم : 03 ديسمبر 2018

القسم : 3 ريـــــــــاضي

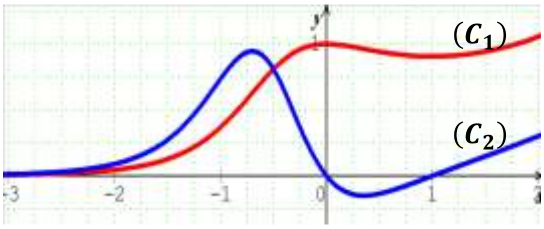
اختبار في مادة: الرياضيات — المـــــــدة: 02 ســـا

التمرين الأول (7 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ :

1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + 1 + axe^{1-x^2}$ بحيث a عدد حقيقي غير معدوم .
لتكن $A(0,e)$ و $B(1,1)$ نقطتان من المستوي . إذا كان المستقيم (AB) يوازي المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة $C(0,1)$ فإن: $a = 2$.

2) ليكن (C_1) و (C_2) المنحنيين الممثلين للدالة g و دالتها المشتقة g' . و عليه :
التمثيل (C_1) يمثل منحنى الدالة g'
و التمثيل (C_2) يمثل منحنى الدالة g .



3) لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية متزايدة تماما حيث: $\begin{cases} u_2 + u_3 = 12 \\ u_2 \times u_3 = 32 \end{cases}$
عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) تعطى بالعلاقة : $u_n = 3^n$.

4) حلول المعادلة التفاضلية $y - \frac{y'}{e} + 2$ هي الدوال $x \mapsto ce^{2x} - 2$ بحيث $c \in \mathbb{R}$.

التمرين الثاني (6 نقاط)

I. لتكن المتتالية (u_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$u_0 = e^2 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > \frac{1}{e}$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$. ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

II. لتكن المتتالية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$

1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

2) أ. أكتب عبارة v_n بدلالة n . ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ب. أحسب $\lim u_n$.

3) أحسب بدلالة n المجموع s_n بحيث :

$$s_n = \frac{1}{1+\ln u_0} + \frac{1}{1+\ln u_1} + \dots + \frac{1}{1+\ln u_n}$$

أقلب الصفحة

التمرين الثالث (7 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α بحيث $1<\alpha<2$.

3) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=e^{-\frac{1}{x}}\ln x & \text{لما } x\in]0,+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

ليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ. بين أن الدالة f مستمرة عند 0 على اليمين .

ب. أحسب $\lim\limits_{x\to>0}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

3) أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ فإن:

$$f'(x)=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$$

ب. حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=-\alpha e^{-\alpha}$ ثم استنتج حصر لـ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

5) أ. أنشئ المنحني (C_f).

ب. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب m عدد إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$.