متقـــــــن: بلونار محمد/ بسكـرة | السنة الدراسية:2019/2018

المستـوى:ثالثـــة ثانــــــوي | الشعبـــة: تقنـــي رياضـــي

اختبار الثلاثي الاول في مادة الرياضيات | الـمــــــدة:02 ســاعـــة

التمرين الاول : (08 ن)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty\,;0[$ بـ : $g(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}-\frac{1}{2}$

(C_g):التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، $\|\vec{i}\|=2\,cm$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} g(x)$ ، ثم استنتج أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;0[$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3.2<\alpha<-3.1$
4. أنشئ (C_g) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$
5. حل و ناقش ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ، $g(x)=m$

التمرين الثاني : (12 ن)

I. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)+x-1}{\ln(x-1)}$

(C_f):التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. استنتج انه من اجل كل x من $]2;+\infty[$ فان : $f(x)\geq e+1$
4. أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]2;10]$

II. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الاول $u_0=e^2+1$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_n\geq e+1$
2. أ) بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)\left(1-\ln(u_n-1)\right)}{\ln(u_n-1)}$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية العددية (u_n) .

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

بالتـــوفيـــق

العلامة		الاجابة النموذجية	محاور الموضوع
المجموع	مجزاة		
08		**التمرين الاول** :	الدوال العددية

التمرين الاول : ....

1.5 — 1. حساب النهايات واستنتاج أن $\left(C_g\right)$ يقبل مستقيم مقارب (Δ) مع تعيين معادلة له : ....

$$\lim_{\substack{< \\ x \to 0}} g(x) = -\frac{1}{2} \ ، \ \lim_{x \to -\infty} g(x) = \frac{1}{2}$$

لدينا : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ ومنه نستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}$ مقارب أفقي لـ $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$

2.5 — 2. دراسة اتجاه تغير الدالة g و تشكيل جدول تغيراتها : ....

ا) دراسة اتجاه تغير الدالة g

- حساب $g'(x)$: $g'(x) = -\left(\frac{2x+1}{x}\right)\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$
- دراسة إشارة $g'(x)$: لدينا إشارة $g'(x)$ من إشارة المقدار $2x+1$ على $\left]-\infty\,;0\right[$ ومنه نجد :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0
$g'(x)$		-	0	+	$\Vert$

ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة g

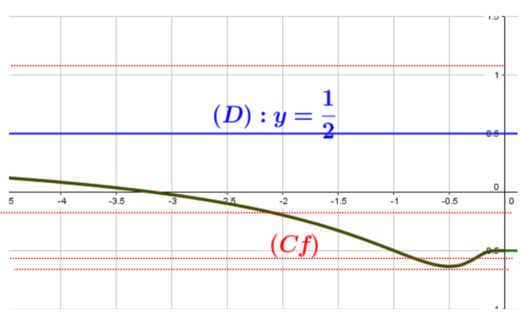
x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0
$g'(x)$		-	0	+	$\Vert$
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\frac{2+e^2}{2e^2}$	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$

1.5 — 3. تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α : ....

لدينا الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $\left[-3.2\,;-3.1\right]$ و $g(-3.2)\times g(-3.1) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث α من $\left]-3.2\,;-3.1\right[$

1.5 — 4. إنشاء $\left(C_g\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$:



5. المناقشة البيانية ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة. $g(x) = m$: ....

1

فواصل نقاط تقاطع $\left(C_g\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y = m$ هي حلول للمعادلة $g(x) = m$

m	$m < -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$m = -\frac{2+e^2}{2e^2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2} < m \leq -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$	$m \geq \frac{1}{2}$
المناقشة البيانية	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	يوجد حلين	يوجد حل وحيد	يوجد حلين موجبين

12

الدوال العددية

المتتاليات العددية

التمرين الثاني :..

.I

1

1. حساب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 2}} f(x)$:..

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \text{ ، } \lim_{\substack{> \\ x \to 2}} f(x) = +\infty$$

2.5

2. دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\left]2;+\infty\right[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:...

حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\left]2;+\infty\right[$ و : $f'(x) = \dfrac{\ln\left(x-1\right)-1}{\ln\left(x-1\right)}$

دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة المقدار $\ln\left(x-1\right)-1$ على المجال $\left]2;+\infty\right[$

ومنه نجد :

x	0	$e+1$	$+\infty$
$f'(x)$	|| -	0	+

الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left]2;e+1\right]$ ، الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[e+1;+\infty\right[$

- تشكيل جدول تغيرات الدالة f على المجال $\left]2;+\infty\right[$

x	0		$e+1$		$+\infty$
$f'(x)$	||	-	0	+	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	$e+1$	$\nearrow$	$+\infty$

1

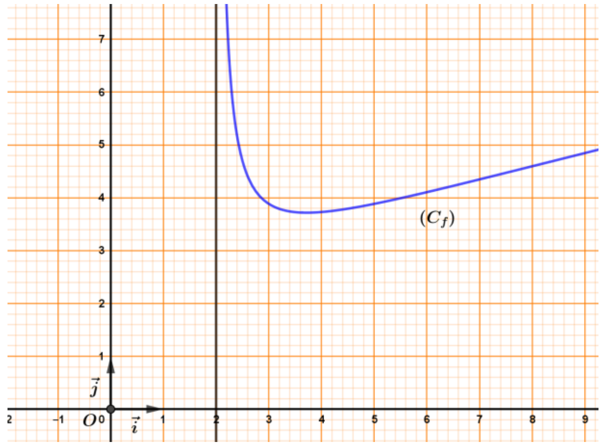
3. استنتاج انه من اجل كل x من المجال $\left]2;+\infty\right[$ فان $f(x) \geq e+1$:...

من جدول تغيرات الدالة f نستنتج ان الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى قيمتها $f(e+1)=e+1$ على المجال $\left]2;+\infty\right[$

ومنه من اجل كل x من المجال $\left]2;+\infty\right[$ فان $f(x) \geq e+1$

1.5

4. أنشئ $\left(C_f\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ على المجال $\left]2;10\right]$:..



.II

2 **1.** برهان بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_n \geq e+1$:...

المرحلة الاولى : من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = e^2+1>0$

المرحلة الثانية (الوراثية) : لنتفرض انه من اجل كل عدد طبيعي k حيث $0 \leq k \leq n$ فان $u_k \geq e+1$

وبماان الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[e+1;+\infty\right[$ فان $f(u_k) \geq f(e+1) = e+1$

منه نجد ان : $u_{k+1} \geq e+1$

اي من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq e+1$

1 **2.** أ) تبيين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{\left(u_n-1\right)\left(1-\ln\left(u_n-1\right)\right)}{\ln(u_n-1)}$:...

1 ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية العددية $\left(u_n\right)$:...

لدينا من اجل كل n من $\mathbb{N}$ إشارة $u_{n+1}-u_n$ من إشارة المقدار $1-\ln\left(u_n-1\right)$ وبما ان $1-\ln\left(u_n-1\right) \leq 0$

فان $u_{n+1}-u_n \leq 0$ ومنه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ متناقصة

2 ج) استنتاج ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة، مع حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:..

بما ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة و محدودة من الاسفل فانها متقاربة أي : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ ، $l \in \mathbb{R}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ و منه فان : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = l$.......$\left(1\right)$

ولنا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\ln(u_n-1)+x-1}{\ln(u_n-1)} = \dfrac{\ln(l-1)+l-1}{\ln(l_n-1)}$.....$\left(2\right)$

بماان النهاية ان وجدت فهي وحيدة ، اذن بمطابقة (1) مع (2) نجد ان : $\left(l-1\right)\left(1-\ln\left(l-1\right)\right)=0$

معناه ان : $(l=1$ او $l=e+1)$

اذن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e+1$