اختبار الفصل الاول في مادة : الرياضيات المدة : 02 سا و 30 د

التمرين الاول : (06 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n)المعرفة بحدها الاول $u_0 = e$ ومن اجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1} = \frac{1}{e}u_n + \frac{1-e}{e}$$

1. أحسب u_1، u_2 .
2. أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -1$.
ب. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . هل هي متقاربة ؟
3. نعتبر المتتالية العددية (v_n)المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 1$
أ. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين اساسها وحدها الاول .
ب. أكتب كل من v_n و u_n بدلالة n .
ج. أحسب نهاية المتتالية (u_n) .
د. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و $S_n{}'$ حيث :
$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ و $S'_n = v_0 + ev_1 + e^2v_2 \dots + e^nv_n$
4. نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \ln(v_n)$
أ. بين أن المتتالية (w_n) متتالية حسابية يطلب تعين اساسها وحدها الاول .
ب. أحسب بدلالة n المجموع T حيث : $T_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$

التمرين الثاني : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي: $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.
1. أدرس اتجاه تغير الدالة g .
2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بمايلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{\ln x}{2x}$.
وليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
1. أ. أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .
ب. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال : $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.
ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
ب. عين الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4. أ. بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .
ب. أكتب معادلة المماس (T) .

5. أنشئ (Δ) و (T) و $\left(C_f\right)$.

التمرين الثالث : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = e^x + x + 1$.
1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيد α حيث : $-1.28 < \alpha < -1.27$ ثم استنتج اشارة g .

II. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$
وليكن $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني لدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها وفسر النتائج هندسيا.
2. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^2} \times g(x)$ ،استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيم (Δ) .
5. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
6. أنشئ (Δ) و (T) و $\left(C_f\right)$.