ثانوية بني مزلين   السنة الدراسية : 2018-2019

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

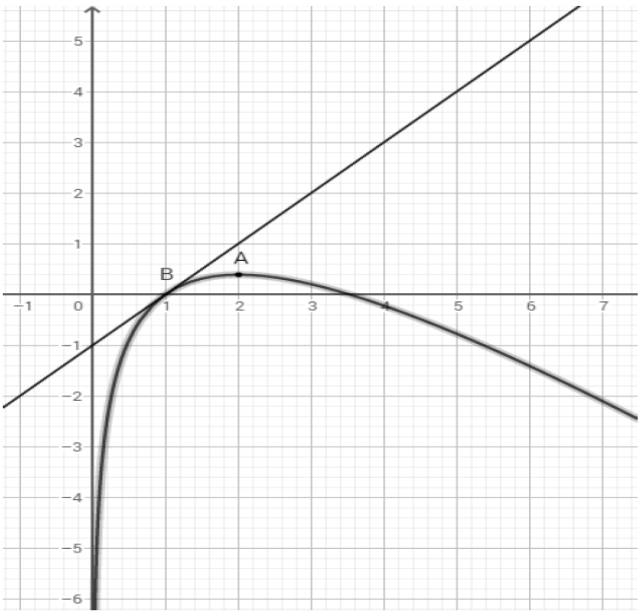
المستوى : 3 تقني رياضياتي   المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: 07 نقاط

الجزء الأول:

لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = ax + b + c\ln x$ حيث $a; b; c$ أعداد حقيقية

الشكل المقابل هو (C_g) التمثيل البياني للدالة g و (Δ) المماس عند النقطة B. المماس عند A يوازي محور الفواصل



بقراءة بيانية:

1) عين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

2) عين $g'(2)$ و بين أن $g'(1) = 1$

3) شكل جدول تغيرات الدالة g

4) عين معادلة للمماس (Δ)

5) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $3 < \alpha < 4$. يطلب تعيين الحل الآخر

6) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x

7) باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $g(x) = -x + 1 + 2\ln x$

8) أدرس تغيرات الدالة g على المجال: $]0;+\infty[$ ثم تأكد من جواب السؤال 3)

- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال: $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = [g(x)]^2$

1) أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة h

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 2x\ln x \\ f(0) = 0 \end{cases}$ و ليكن (C_f) هو تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أحسب: $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لقابلية اشتقاق الدلة f عند 0 ؟ فسر بيانيا

3) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) تحقق أن: $f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha^2 + 2\alpha$

5) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياها

6) أنشئ المنحني (C_f) في المعلم $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\alpha = 3{,}5$)

7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2 + 2x = 4x\ln x + 2\ln m$

التمرين الثاني: 05 نقاط

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{xe^x}{e^x-1}\ ;\ x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ و ليكن (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب نهايتي الدالة f ثم فسر النتيجة بيانيا.

2)

أ) أثبت أن: $\lim_{x\to 0} \frac{x}{e^x-1} = 1$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 و فسر النتيجة بيانيا

3)

أ) برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x \geq x + 1$

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x.g(x)}{(e^x-1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها

ج) بين أن الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

4)

أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (Δ)

5) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)

التمريـــن الثالث: 05 نقاط

$(\mathcal{U}_n)$ متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول $\mathcal{U}_1$ و أساسها q حيث: $\begin{cases} \mathcal{U}_1 + 2\mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3 = 32 \\ \mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2 \times \mathcal{U}_3 = 216 \end{cases}$

1) أحسب $\mathcal{U}_2$ و الأساس q لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول: $\mathcal{U}_1$

2) أكتب عبارة الحد العام $\mathcal{U}_n$ بدلالة n

3) أحسب المجموع $S = \mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3 + \cdots + \mathcal{U}_n$ بدلالة n

$(\mathcal{V}_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $\mathcal{V}_1 = 2$ و $\mathcal{V}_{n+1} = \frac{3}{2}\mathcal{V}_n + \mathcal{U}_n$. أحسب $\mathcal{V}_2$ و $\mathcal{V}_3$

2) نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\mathcal{W}_n = \frac{\mathcal{V}_n}{\mathcal{U}_n} - \frac{2}{3}$.

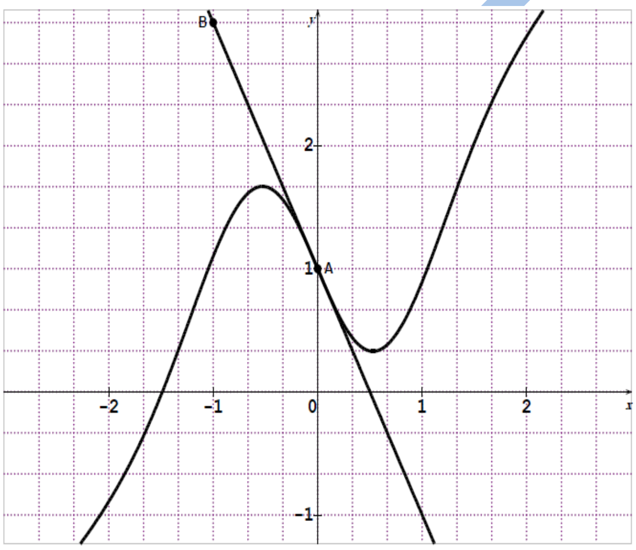
1) بين أن متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

2) أكتب $\mathcal{W}_n$ بدلالة n ثم استنتج $\mathcal{V}_n$ بدلالة n

التمريـــن الرابع: 03 نقاط

في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين $\mathcal{A}(0,1)$ و $\mathcal{B}(-1,3)$. المنحني $(\mathcal{C})$ المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للاشتقاق و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x) = x + 1 + axe^{-x^2}$ حيث: $a \in \mathbb{R}$



1)

أ) بين أن المنحني $(\mathcal{C})$ يشمل النقطة $\mathcal{A}$

ب) عين معامل توجيه المستقيم $(\mathcal{AB})$

ج) أحسب $f'(x)$

د) عين العدد الحقيقي a بحيث يكون المستقيم $(\mathcal{AB})$ مماسا لـ $(\mathcal{C})$ في $\mathcal{A}$

2) نضع: $a = -3$

أ) بين أنه من اجل كل $x \in]-1;0]$: $f(x) > 0$ و أنه من أجل كل $x \in]-\infty;-1]$: $f'(x) > 0$

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $c \in \left[-\frac{3}{2};-1\right]$ حيث: $f(c) = 0$ و تحقق أن: $c < -\frac{3}{2} + 2 \times 10^{-2}$