الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية الشيخ أمود- مديرية التربية لولاية تمنغست | الموسم الدراسي 2019-2020

المستوى : الثالثة رياضيات + الثالثة هندسة الطرائق | المـــــــدة : 4 ساعات

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (04 نقاط) :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ الحد الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$

1. أحسب الحدود u_1 و u_2 و u_3 .
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$: $u_n\geq 0$.

ب-أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$: $u_n\geq n-3$.

ج-أستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

3. نعرف المتتالية (v_n) كما يلي من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب. أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$.

ج. ليكن المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

أكتب عبارة المجموع S_n بدلالة n.

التمرين الثاني (04 نقاط) :

1. حل المعادلة التفاضلية التالية $y'+2y=0....(E)$
2. نعتبر المعادلة $y'+2y=5\cos x...(F)$ عين العددين a ; b

حتى تكون g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=a\cos x+b\sin x$ حل للمعادلة (F).

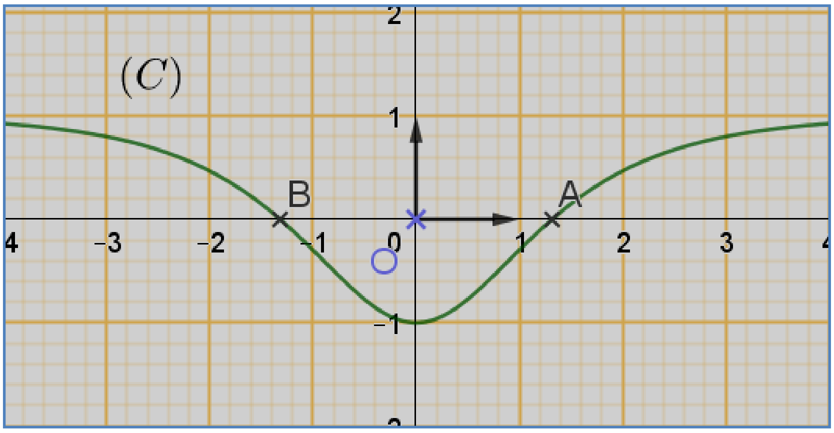
3. بين أن f هي حل للمعادلة (F) إذا وفقط إذا $f-g$ هي حل للمعادلة (E) .
4. استنتج حلول للمعادلة (F) ثم عين الحل الخاص f الذي يحقق $f(0)=5$.

التمرين الثالث (05 نقاط) :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=1-\frac{4e^x}{e^{2x}+1}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I - أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

II - الهدف من هذا الجزء هو إثبات بعض الخصائص للدالة f و التي يمكن استنتاجها من البيان.



1. يظهر من البيان أن f متزايدة على المجال $[0;+\infty[$

أ. تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{4e^{x}\left(e^{2x}-1\right)}{\left(e^{2x}+1\right)^{2}}$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f .

ب. استنتج جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

2. انطلاقا من البيان يبدو أن المستقيم ذو المعادلة $x=0$ محور تناظر للمنحنى (C) برر صحة الفرضية .

3. نرمز بـ a لفاصلة النقطة A و نضع $c=e^{a}$

أ - بين أن العدد c هو حل للمعادلة $x^2-4x+1=0$ ثم استنتج القيمة المضبوطة للعدد a فاصلة النقطة A

ب أعط إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

4. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $|f(x)|=m$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

الجزء الأول : نعتبر الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\ln(1+x)-\ln x-\frac{1}{x+1}+1$.

1) بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ ثم أحسب $\lim_{x\to 0^{+}} g(x)$.

2) أحسب $g'(x)$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج إشارتها على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f معرفة على $[0;+\infty[$ بـ $\begin{cases} f(x)=x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+x+1 \ : \ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$.

1) بوضع $t=\frac{1}{x}$ بين أن $\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=1$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين أن f مستمرة عند 0.

ب- أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة بيانيا

3) بين أن $f'(x)=g(x)$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

بالتوفيق للجميع – أستاذة المادة