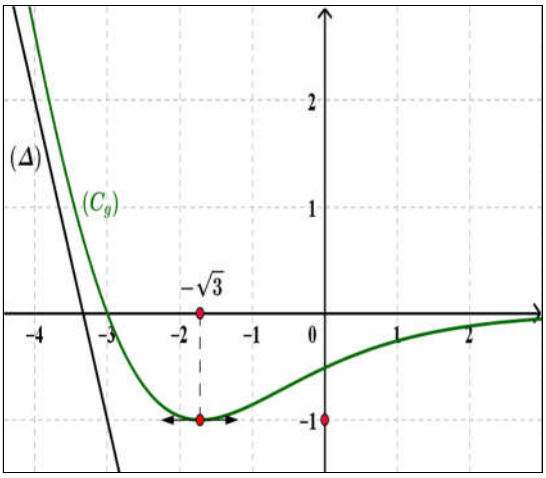
ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم | السنة الدراسية : 2020/2019

المستوى: 3 تقني رياضي + علوم تجريبية | المدة : 1 سا

الفرض الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول

✍ نعتبر الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



- المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى $\left(C_g\right)$ بجوار $-\infty$.
- محور الفواصل مقارب لـ $\left(C_g\right)$ بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عين :

أ) $g(-3)$ ، $g\left(-\sqrt{3}\right)$ ، $g'\left(-\sqrt{3}\right)$.

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)+3x\right]$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$.

2. نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ،

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني حيث $f'(x)=g(x)$.

- عين إشارة $f'(x)$.
- برر وجود نقطة انعطاف للمنحنى $\left(C_f\right)$.

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=x+a+\dfrac{b}{2(x-1)^2}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. جد قيمة العددين الحقيقيين a و b اذا علمت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ و يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4.

II. نضع فيما يلي : $a=3$ و $b=5$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. بين أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له ، ثم أدرس وضعيته مع $\left(C_f\right)$.

3. ليكن جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]-3.5;-3[$ ثم أعط حصرا لـ α سعته 10^{-1}.
- استنتج إشارة $f(x)$.

x	$-\infty$		1		2.7		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	‖	↘	6.5	↗	

4. أرسم (Δ) ، $\left(C_f\right)$.

III. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=\left[f(x)\right]^2$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني.

- أكتب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h .
- شكل جدول تغيرات الدالة h.

التصحيح

التمرين الأول

.1 أ) حساب : $g\left(-3\right)=0$ ، $g'\left(-\sqrt{3}\right)=0$ ، $g\left(-\sqrt{3}\right)=-1$.

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g\left(x\right)+3x\right]=-10$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\overbrace{g\left(x\right)}^{0}}{\underbrace{x}_{+\infty}}=0$.

ملاحظة : معادلة المستقيم (Δ) : $y=-3x-10$.

.2

- **تعيين إشارة** $f'(x)$:

x	$-\infty$ -3 $+\infty$
$f'(x)=g(x)$	$+$ 0 $-$

- **تبرير وجود نقطة انعطاف للمنحنى** (C_f) :

x	$-\infty$ $-\sqrt{3}$ $+\infty$
$f''(x)=g'(x)$	$-$ 0 $+$

التمرين الثاني

.I إيجاد قيمة العددين الحقيقين a و b :

المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ معناه : $f\left(0\right)=0+a+\dfrac{b}{2\left(0-1\right)^2}=\dfrac{11}{2}$ أي $2a+b=11\cdots\cdots(1)$

يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4 معناه : $f'(2)=-4$ أي

نحسب $f'\left(x\right)=1-\dfrac{b}{\left(x-1\right)^3}$ ومنه $f'(2)=1-\dfrac{b}{\left(2-1\right)^3}=-4$ أي $b=5$ ، نعوض في المعادلة (1) نجد $a=3$

.II

.1 حساب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to1} f\left(x\right)=+\infty$.

.2 المستقيم $(\Delta): y=x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) لأن

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f\left(x\right)-\left(x+3\right)\right]=\lim_{|x|\to+\infty} x+3+\frac{5}{2\left(x-1\right)^2}-x-3=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{5}{2\left(x-1\right)^2}=0$$

دراسة وضعية (C_f) **بالنسبة إلى** (Δ): ندرس إشارة الفرق $f\left(x\right)-y=\dfrac{5}{2\left(x-1\right)^2}>0$ ومنه من أجل كل $x\neq1$ المنحنى (C_f) فوق (Δ).

.3 تبيان أن المعادلة $f\left(x\right)=0$ **تقبل حل وحيد** α :من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة f مستمرة و رتيبة على المجال $]-\infty;1[$ فهي مستمرة و رتيبة على المجال $]-3.5;-3[$ و $f\left(-3.5\right)=-0.38$ ، $f\left(-3\right)=0.16$ أي $f\left(-3.5\right)\times f\left(-3\right)<0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حل وحيد $-3.5<\alpha<-3$ يحقق $f\left(\alpha\right)=0$.

• حصر α :

x	-3.5	-3.4	-3.3	-3.2	-3.1
$f(x)$	-0.38	-0.27	-0.16	-0.06	+0.05

ومنه $-3.2 < \alpha < -3.1$.

• استنتاج إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	

✍ كتابة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة h : $h'(x) = 2f'(x) \times f(x)$

✍ دراسة إشارة المشتقة

x	$-\infty$		α		1		2.7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

✍ جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		α		1		2.7		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$(6.5)^2$	$\nearrow$	$+\infty$

• $h(\alpha) = [f(\alpha)]^2 = 0^2 = 0$

• $h(7.2) = [f(7.2)]^2 = (6.5)^2 \simeq 42$

الرسم: