الواجب المنزلي الأول

التمرين الأول

f الدالة المعرفة على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ كما يلي : $f(x)=x+\sqrt{4x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

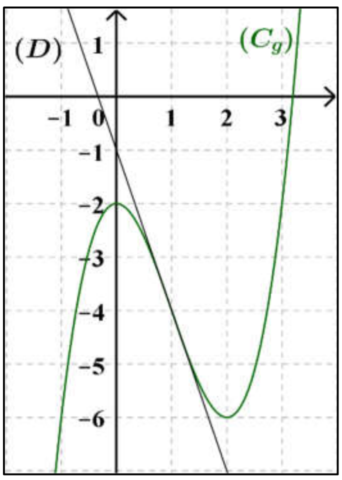
1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.
2. أ- تحقق أنه من أجل كل $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$: $\dfrac{f(x)-f\left(\frac{-1}{2}\right)}{x+\frac{1}{2}}=1-2\sqrt{\dfrac{x-\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}}$

   ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f من اليسار عند القيمة $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
3. بين أنه من أجل كل $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$: $f'(x)=\dfrac{-(12x^2+1)}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-4x\right)}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
5. جد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.
6. أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$.
7. أرسم (Δ)،(C_f).

التمرين الثاني

الجزء الأول

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x^2-2$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل : المستقيم (D) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1.



بقراءة بيانية :

1. احسب $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ ، $g''(1)$.
2. شكل جدول تغيرات الدالة g.
3. حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]3,\frac{7}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقق أن : $3.1<\alpha<3.2$.
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـــ : $f(x)=\dfrac{x^3+1}{(x-1)^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
3. بين أنه من أجل كل $x\neq1$: $f'(x)=\dfrac{(x-1)\times g(x)}{(x-1)^4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. أحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x\right]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
5. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
6. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
7. بين أن : $f(\alpha)=3+\dfrac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ثم أعط حصرا لـ$f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2}.
8. أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\dfrac{1}{3}$.
9. جد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.
10. أرسم (Δ) ، (C_f).
11. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

الجزء الثالث

h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـــ : $h(x)=\dfrac{|x^3+1|}{(x-1)^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني.

1. أكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة (-1) ثم فسر النتيجة هندسيا.
3. استنتج رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f).

من رام العلم من غير كد .... أضاع العمر في طلب المحال

التصحيح

التمرين الأول

1. تبيان أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$:

$$\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{4x^2-1}=\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^2\left(4-\frac{1}{x^2}\right)}=\lim_{x\to-\infty} x+|x|\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to-\infty} x+(-x)\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to-\infty}\underbrace{x}_{-\infty}\left[\underbrace{1-\sqrt{4-\cancel{\frac{1}{x^2}}^{\,0}}}_{-1}\right]=+\infty$$

أ- التحقق من أجل كل $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$: $\dfrac{f(x)-f\left(\frac{-1}{2}\right)}{x+\frac{1}{2}}=1-2\sqrt{\dfrac{x-\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}}$

$$\frac{f(x)-f\left(\frac{-1}{2}\right)}{x+\frac{1}{2}}=\frac{x+\sqrt{4x^2-1}+\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}=\frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)+\sqrt{4x^2-1}}{x+\frac{1}{2}}=1+\frac{\sqrt{4x^2-1}}{x+\frac{1}{2}}=1+\frac{\sqrt{4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}{x+\frac{1}{2}}$$

تنبيه : نعلم أن $\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{2}\right|=-\left(x+\frac{1}{2}\right)$ لأن $\left(x+\frac{1}{2}\right)$ يكون سالب في المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ إذن :

$$1+\frac{\sqrt{4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}{x+\frac{1}{2}}=1+\frac{2\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}{-\left[-\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]}=1+\frac{2\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}{-\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}}=1-2\sqrt{\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)\cancel{\left(x+\frac{1}{2}\right)}}{\cancel{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}}}=1-2\sqrt{\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)}{\left(x+\frac{1}{2}\right)}}$$

ب- دراسة قابلية اشتقاق الدالة f **من اليسار عند** $\left(-\frac{1}{2}\right)$:

$$\lim_{x\xrightarrow{<}-\frac{1}{2}}\frac{f(x)-f\left(\frac{-1}{2}\right)}{x+\frac{1}{2}}=\lim_{x\xrightarrow{<}-\frac{1}{2}}1-2\sqrt{\frac{\cancel{x-\frac{1}{2}}^{\,-1}}{\underbrace{x+\frac{1}{2}}_{0^-}}}=-\infty$$

إذن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $\left(-\frac{1}{2}\right)$ من اليسار.

التفسير الهندسي : المنحنى (C_f) يقبل على يسار النقطة $A\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x=-\frac{1}{2}$.

2. تبيان أنه من أجل كل $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$: $f'(x)=\dfrac{-\left(12x^2+1\right)}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-4x\right)}$ **ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة** f.

الدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$:

$$f'(x)=1+\frac{\left(4x^2-1\right)'}{2\sqrt{4x^2-1}}=1+\frac{\cancel{8}x}{\cancel{2}\sqrt{4x^2-1}}=1+\frac{4x}{\sqrt{4x^2-1}}=\frac{\sqrt{4x^2-1}+4x}{\sqrt{4x^2-1}}=\frac{\left(\sqrt{4x^2-1}+4x\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-4x\right)}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-4x\right)}$$

$$=\frac{\left(4x^2-1\right)-(4x)^2}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(4x-\sqrt{4x^2-1}\right)}=\frac{4x^2-1-16x^2}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(4x-\sqrt{4x^2-1}\right)}=\frac{-12x^2-1}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(4x-\sqrt{4x^2-1}\right)}=\frac{-\left(12x^2+1\right)}{\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(4x-\sqrt{4x^2-1}\right)}$$

✐ **دراسة اتجاه تغير الدالة :** من أجل كل $x \in \left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ لدينا : $\left(\sqrt{4x^2-1}\right)\left(4x-\sqrt{4x^2-1}\right)>0$ و من جهة أخرى لدينا $\left(12x^2+1\right)>0$ أي $-\left(12x^2+1\right)<0$ ومنه من أجل كل $x \in \left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$: $f'(x)<0$ اذن الدالة f متناقصة تماما.

✐ **جدول تغيرات الدالة :**

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$-\frac{1}{2}$

3. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]$ ثم استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\left(x+\sqrt{4x^2-1}\right)+x\right]=\lim_{x\to-\infty}\sqrt{4x^2-1}+2x=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2-1}+2x\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-2x\right)}{\left(\sqrt{4x^2-1}-2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(4x^2-1\right)-\left(2x\right)^2}{\left(\sqrt{4x^2-1}-2x\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{\underbrace{\left(\sqrt{4x^2-1}\underbrace{-2x}_{-(-\infty)}\right)}_{+\infty}}=0$$

🔊 **ملاحظة :** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=0$ أي $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x)\right]=0$ ومنه نستنتج أن المستقيم $(\Delta):y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

4. إيجاد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل:

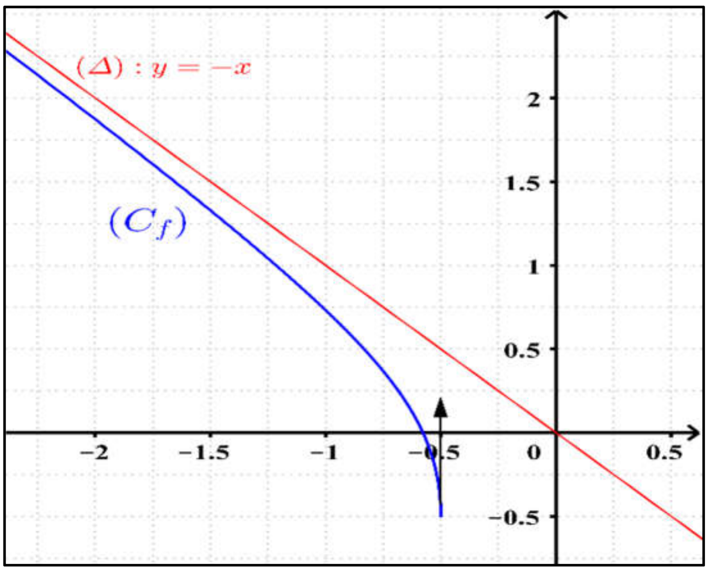
لنحل في $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ المعادلة $f(x)=0$ أي $x+\sqrt{4x^2-1}=0$ أي $\sqrt{4x^2-1}=-x$ أي $\left(\sqrt{4x^2-1}\right)^2=(-x)^2$ أي $4x^2-1=x^2$ أي $x^2-\frac{1}{3}=0$ ومنه $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ أو $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ (مرفوض لأن $\frac{1}{\sqrt{3}}\notin\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$) ، اذن $(C_f)\cap(xx')=\left\{A\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},0\right)\right\}$

5. كتابة معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)$:

$$(T):y=\underbrace{f'\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}_{-3}\left(x+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+\underbrace{f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)}_{0}$$

ومنه $(T):y=-3x-\sqrt{3}$.

6. رسم (Δ)، (C_f):



--------- التمرين الثاني ---------

الجزء الأول

1. حساب $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ ، $g''(1)$.

- $g'(0)=g'(2)=0$: قيم حدية محلية.
- $g'(1)$: ميل المماس (D) نختار نقطتين كيفيتين من المماس $A(1,-4)$ ، $B(0,-1)$ ومنه :

$$g'(1)=\frac{-1-(-4)}{0-1}=-3$$

- $g''(1)=0$: المماس (D) يغير وضعيته عند نقطة التماس و بالتالي فهو يخترق المنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1 التي تعتبر نقطة انعطاف.

2. تشكيل جدول تغيرات الدالة g:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

3. تحديد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$: من البيان نلاحظ أن $g(3)<0$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)>0$.

✎ **استنتاج وجود عدد حقيقي** α **وحيد من** $\left]3,\frac{7}{2}\right[$ **بحيث** $g(\alpha)=0$: الدالة g مستمرة و رتيبة على $\left]3,\frac{7}{2}\right[$ و $g(3)\times g\left(\frac{7}{2}\right)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $3<\alpha<\frac{7}{2}$ يحقق $g(\alpha)=0$.

✎ **التحقق أن** : $3.1<\alpha<3.2$ لدينا: $\left]3,\frac{7}{2}\right[\subset]3.1,3.2[$ اذن الدالة g مستمرة و رتيبة على $]3.1,3.2[$ و $g(3.1)\simeq-1.039$ ، $g(3.1)=0.048$ أي $g(3.1)\times g(3.2)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $3.1<\alpha<3.2$ يحقق $g(\alpha)=0$.

4. استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to-\infty}x=-\infty$$ ،
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$$

2. حساب $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ ثم تفسير النتيجة هندسيا : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{\overbrace{x^3+1}^{2}}{\underbrace{(x-1)^2}_{0^+}} = +\infty$

✎ التفسير الهندسي : وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) معادلته $x=1$.

3. تبيان أنه من أجل كل $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{(x-1) \times g(x)}{(x-1)^4}$ ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

$$f'(x) = \frac{(x^3+1)'(x-1)^2 - (x^3+1)\left[(x-1)^2\right]'}{\left[(x-1)^2\right]^2} = \frac{(3x^2)(x-1)^2 - (x^3+1)\left[2(x-1)'(x-1)\right]}{(x-1)^4} = \frac{(3x^2)(x-1)^2 - (x^3+1)2(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{(x-1)\left[(3x^2)(x-1) - 2(x^3+1)\right]}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)(3x^3 - 3x^2 - 2x^3 - 2)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)\overbrace{(x^3 - 3x^2 - 2)}^{g(x)}}{(x-1)^4} = \frac{(x-1) \times g(x)}{(x-1)^4}$$

✎ جدول إشارة المشتقة:

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	

✎ جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4. حساب $\lim\limits_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - x\right]$ ثم استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له:

$$\lim_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - x\right] = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{x^3+1}{(x-1)^2} - x = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{x^3+1-x\left(x^2-2x+1\right)}{x^2-2x+1} = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{2x^2-x+1}{x^2-2x+1} = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = 2$$

🔊 ملاحظة : $\lim\limits_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - x\right] = 2$ أي $\lim\limits_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - x - 2\right] = 0$ أي $\lim\limits_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - (x+2)\right] = 0$ ومنه نستنتج أن المستقيم $(\Delta): y = x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5. دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ):

ندرس إشارة الفرق $f(x) - (x+2) = \frac{x^3+1}{(x-1)^2} - (x+2) = \frac{x^3+1}{(x-1)^2} - \frac{(x^2-2x+1)(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$

ومنه نلاحظ أن المقام موجب تماما $(x-1)^2 > 0$ اذن إشارة الفرق من إشارة $3x-1$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$\frac{3x-1}{(x-1)^2}$		$-$	0	$+$	||	$+$	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	||	(C_f) فوق (Δ)	

.6 تعين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ **ثم تفسير النتيجة هندسيا:**

☝ **طريقة 1 :** $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)$ ، بما أن الدالة f تقبل قيمة حدية محلية عند $x=\alpha$ فإن $f'(\alpha)=0$.

✌ **طريقة 2 :** $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=\frac{(\alpha-1)\times\overbrace{g(\alpha)}^{=0}}{(\alpha-1)^4}=0$

✎ **التفسير الهندسي :** المنحنى (C_f) يقبل مماسا أفقيا معادلته $y=f(\alpha)$.

.7 تبيان أن : $f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ **ثم اعطاء حصر ا** $f(\alpha)$ **:**

$f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ معناه $f(\alpha)-\left[3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}\right]=0$ و منه :

$\frac{\alpha^3+1}{(\alpha-1)^2}-3-\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}=\frac{\alpha^3+1-3(\alpha-1)^2-6\alpha}{(\alpha-1)^2}=\frac{\overbrace{\alpha^3-3\alpha^2-2}^{g(\alpha)=0}}{(\alpha-1)^2}=0$ اذن $f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$.

✎ **حصر $f(\alpha)$:** نعلم أن $3.1<\alpha<3.2$ أي $(3.1-1)^2<(\alpha-1)^2<(3.2-1)^2$ أي $4.41<(\alpha-1)^2<4.84$

أي $0.23>\frac{1}{(\alpha-1)^2}>0.2$ أي $0.2<\frac{1}{(\alpha-1)^2}<0.23\cdots\cdots(1)$ و لدينا أيضا $18.6<6\alpha<19.2\cdots\cdots(2)$ و منه:

$0.2\times18.6>\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}>0.23\times19.2$ أي $3+3.72>3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}>3+4.45$ أي $6.72<\overbrace{3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}}^{f(\alpha)}<7.45$ اذن $6.72<f(\alpha)<7.45$

.8 كتابة معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{3}$.

$(T): y=\underbrace{f'\left(-\frac{1}{3}\right)}_{1}\left(x+\frac{1}{3}\right)+\underbrace{f\left(-\frac{1}{3}\right)}_{\frac{13}{24}}$ و منه $(T): y=x+\frac{7}{8}$.

.9 ايجاد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات:

✎ **مع محور الفواصل :** نحل المعادلة $\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=0$ أي $x^3+1=0$ و منه $x=-1$ اذن : $(C_f)\cap(xx')=\{A(-1,0)\}$

✎ **مع محور التراتيب :** $y=\frac{0^3+1}{(0-1)^2}$ و منه $y=1$ اذن : $(C_f)\cap(yy')=\{B(0,1)\}$

.10 المناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$**:**

⌖ إيجاد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم $y=x+m$:

- $m<\frac{7}{8}$: لا توجد حلول
- $m=\frac{7}{8}$: حل مضاعف سالب
- $m=1$: حلين أحدهما معدوم و الآخر سالب
- $1<m<2$: حلين مختلفين في الإشارة
- $m=2$: حل وحيد موجب
- $m>2$: حلين موجبين

الجزء الثالث

1.كتابة الدالة h بدون رمز القيمة المطلقة :

إشارة x^3+1 من إشارة $x+1$ لأن $x^3+1=(x+1)\underbrace{(x^2-x+1)}_{>0}$ اذن :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x^3+1	$-$	0	$+$

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+1}{(x-1)^2}=f(x);x\in[-1,1[\cup]1,+\infty[\\ -\dfrac{(x^3+1)}{(x-1)^2}=-f(x);x\in]-\infty,-1[\end{cases}$$

❖ دراسة قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة (-1) من اليمين :

$$\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{f(x)-\overbrace{f(-1)}^{0}}{x-(-1)}=\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{\frac{x^3+1}{(x-1)^2}}{x+1}=\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{x^3+1^3}{(x+1)(x-1)^2}=\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}{\cancel{(x+1)}(x-1)^2}=\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{\overbrace{(x^2-x+1)}^{3}}{\underbrace{(x-1)^2}_{4}}=\frac{3}{4}$$

ومنه الدالة h تقبل الاشتقاق عند (-1) من اليمين.

❖ دراسة قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة (-1) من اليسار :

$$\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{f(x)-\overbrace{f(-1)}^{0}}{x-(-1)}=\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{\frac{-(x^3+1)}{(x-1)^2}}{x+1}=\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{-(x^3+1^3)}{(x+1)(x-1)^2}=\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{-\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}{\cancel{(x+1)}(x-1)^2}=\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{\overbrace{-(x^2-x+1)}^{-3}}{\underbrace{(x-1)^2}_{4}}=-\frac{3}{4}$$

ومنه الدالة h تقبل الاشتقاق عند القيمة (-1) من اليسار.

❀ بما أن $\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}\neq\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$ فإن الدالة h لا تقبل الاشتقاق عند القيمة (-1).

✎ التفسير الهندسي: المنحنى (C_h) يقبل عند النقطة $A(-1,f(-1))$ أي $A(-1,0)$ نصفي مماسين حيث A هو نقطة زاوية.

2.استنتاج رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f):

- (C_h) منطبق على (C_f) في المجال $[-1,1[\cup]1,+\infty[$
- (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل في المجال $]-\infty,-1[$.