الجُمهُورِيَّةُ الجَزَائِرِيَّةُ الدّيمُقرَاطِيَّةُ الشَّعْبِيَّةُ

وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ الوَطَنِيَة

مُدِيرِيَةُ التَّرْبِيَةِ لِوِلَايَةِ الأَغْوَاطِ * ثَانَوِيَةُ الشيخ أحمد قصيبة

الاختبار الثاني في مــــادّة الرياضيات لسنوات الثّالثة علوم تجريبية

الإثنين 02 مارس 2020

ملاحظة

تُمنح نُقطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الإجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَري:(نُقطَةٌ وَاحِدَةٌ):

باستعمال البرهان بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و من أجل كل عدد مركب غير معدوم z، $arg\left(z^{n}\right)=n\,arg\left(z\right)$.

التمرين الأوّل: (03 نِقَاطٍ):

أجب بـ : صحيح أو خطأ مع التبرير

1) من أجل العددين المركبين: $z_1=ln5+i\,ln7$ وَ $z_2=ln7+i\,ln5$ لدينا: $z_1+z_2=\left(\sqrt{2}\,ln35\right)\left(cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\,sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

2) لا توجد أي قيمة للعددين الحقيقين a وَ b تجعل العدد المركب $(3-5a)+(2b+3)i$ معدومًا.

3) نجد في نشر $(x+i)^{7}$ ، معامل x^4 تخيلي صرف. حيث i عدد مركب يحقق $\left(i^2=-1\right)$ وَ x عدد حقيقي غير معدوم.

(تذكير بدستور ثنائي الحد لنيوتن : $(a+b)^n=\sum_{p=0}^{n}C_n^p a^{n-p}b^p$ ....)

التمرين الثّاني:(05 نقاط)

لدينا: أربع صناديق غير شفافة U,U_1,U_2 وَ U_3 حيث:

الجزء الأوّل:

الصندوق U يَحوي 10 كريّات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللّمس) منها ثلاث كريات تحمل الرقم "1" و ثلاث كريات تحمل الرقم "2" و أربع كريات تحمل الرقم "3". نسحب عشوائياً من الكيس 3 كريّات وَ في آنٍ واحد و نعتبر الحدثان A وَ B حيث:

A : " الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة فردية "، B : " الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم ".

نرمز إلى $P(\alpha)$ إحتمال الحدث α و Ω مجموعة الإمكانيات.

1) أحسب كلا من $P(A)$ وَ $P(B)$.

2) بين انّ: $P(A\cap B)=\frac{1}{24}$ ثم استنتج كلا من $P(A\cup B)$ وَ $P_A(B)$.

الجزء الثاني:

نعيد الكريات المسحوبة في الجزء الأول إلى الصندوق U ونقترح التجربة التالية:

نوزع كريات الصندوق U على الصناديق U_1,U_2 وَ U_3 بحيث:

- ✓ الصندوق U_1 يحتوي على كريتان تحملان الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2.
- ✓ الصندوق U_2 يحتوي على اربع كريات تحمل الرقم 3 .
- ✓ الصندوق U_3 يحتوي على كريتان تحملان الرقم 2 و كرية واحدة تحمل الرقم 1.

نسحب عشوائيًا، كرية واحدة من U_1 وَ كرية واحدة من U_2 وَ كرية واحدة من U_3 وَ نضع: $X=b^2-4ac$ ، حيث : (c,b,a) هي الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة من الصناديق (U_1,U_2,U_3) على الترتيب.

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

2) أحسب الإحتمال P حتى تقبل المعادلة $(E): ax^2+bx+c=0$ حلين حقيقين متمايزين.

التمرين الثّالث:(04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A , B , C وَ E التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=1+i\left(\sqrt{3}+2\right)$ ، $z_C=2i$ وَ $z_E=\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$.

1) بين أنّ: $z_E=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC ، ثم عين z_I لاحقة النقطة I مركز الدائرة (δ) المحيطة بالمثلث ABC .

2) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(z_E+1\right)^{n+2}$ تخيليا صرفا.

3) نعتبر التحويل النقطي H الذي يرفق بكل نقطة M - من المستوي المركب - ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$H: Z'+i=3Z-2\sqrt{3}-i$$

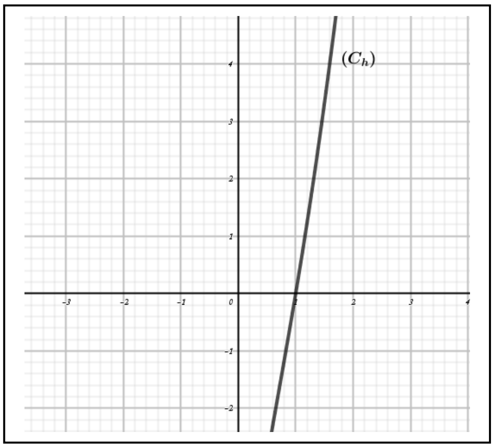
✓ عين طبيعة التحويل H مُحددا عناصره المميزة، ثم استنتج أنّ النقطة A مرجح للجملة المثقلة : $\left\{(M',1);(M,-3)\right\}$.

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث: $(\Gamma): \left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\leq arg\left(z-z_C\right)\leq\dfrac{\pi}{3}$.

✓ بين أنَّ النقطتين A وَ B تنتميان الى المجموعة (Γ)، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع :(06 نقاط)

الجزء الأول:



h الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـِ: $h(x)=2x^2-2+2\ln(x)$.

و (C_h) تمثيلها البياني الممثل لها كما هو موّضح في الشكل المقابل.

1) احسب $h(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $h(x)$.

الجزء الثاني:

g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـِ: $g(x)=x^2-x-\ln(x)$.

1) أدرس تغيرات الدّالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ، $g(x)\geq 0$.

الجزء الثالث:

f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$.

وَ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة المحصل عليها هندسيا.

2) بين أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ، $f'(x)=2\left(\dfrac{g(x)}{x}+1\right)$ ثم شكل جدول تغيّراتها.

4) عين معادلة للماس (T) لـ : (C_f) عند النقطة $A(1,0)$.

5) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$ ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييْها.

6) أنشئ (T) وَ (C_f) في المعلم السابق على المجال $\left]0,\dfrac{5}{2}\right[$.

الأستاذ : زبدة يتمنى النجاح للجميع

العِلم مَغرَس كُلِّ فَخرٍ فَافتَخِر * وَاحذَر يَفوتُكَ فَخرُ ذاكَ المَغرَسِ

وَاعلَم بِأَنَّ العِلمَ لَيسَ يَنالُهُ * مَن هَمُّهُ في مَطعَمٍ أَو مَلبَسِ