الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سكيكدة — ثانوية بودبزةعبدالسلام

الشعبة : علوم تجريبية — اختبار الثلاثي الثاني — يوم : 02 مارس 2020

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ســـاعات

## التمرين الأول: ( 04 ن )

$f$ دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـــ : $f(x)=x-\ln(x+2)$ .

**1)** ادرس تغيرات الدالة $f$ .

**2)** $(u_n)$متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $u_{n+1}=f(u_n)$ ; $n\in\mathbb{N}$ و $u_0=3$ .

أ) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n\geq -1$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ،استنتج أنها متقاربة ثم عين نهايتها .

**3)** نعتبر المتتالية $(v_n)$المعرفة بـــ :

$v_0=0$ و $v_n=\ln\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times\ldots\times(u_{n-1}+2)\right]$ ; $n\in\mathbb{N}^*$

أ) أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=3-u_n$ .

ب) استنتج : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times\ldots\times(u_{n-1}+2)\right]$ .

## التمرين الثاني: ( 05 ن )

يحتوي صندوق $U_1$ على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق $U_2$ على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء

و يحتوي صندوق $U_3$على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان الرقم 2.( لا نفرق بين الكرات عند اللمس ).

**1)** نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الصندوق $U_1$ ( لا نهتم بالصندوقين $U_1$و $U_2$ )

**أ)** احسب عدد الحالات الممكنة للسحب .

**ب)** ما احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون ؟

جـ) ما احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل ؟

د) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم احسب أمله الرياضياتي .

**2)** نسحب الآن كرة من الصندوق $U_3$.

إذا كان رقمها 1 نسحب كرة من $U_1$، أما إذا كان رقمها 2 فنسحب كرة من $U_2$.

أ ) مااحتمال الحصول على كرة حمراء .

**ب)**علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ما احتمال أن تكون مسحوبة من $U_2$.

نرمزبـــ :**R**:الكرة المسحوبة حمراء. **A**:الكرة المسحوبة من الصندوق $U_1$.

**$B_1$**: الكرة المسحوبة من $U_3$ تحمل الرقم1. **$B_2$**: الكرة المسحوبة من $U_3$ تحمل الرقم 2 .

**التمرين الثالث: (04 ن)**

**I.** نعتبرفي المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

النقط A ، B لواحقها : $z_B=\sqrt{3}-i \quad ; \quad z_A=1+i$ .

**1) أ)** اكتبالاعداد المركبة $z_A \;;\; z_B \;;\; \dfrac{z_A}{z_B}$ على الشكلالمثلثي و الأسي .

**ب)** أنشئ بدقة النقطتينAوB .

**2)** اكتب العدد $\dfrac{z_A}{z_B}$ الشكل الجبري للعدد ثم استنتج القيم المضبوطة لـ $Cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right) \;;\; Sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ .

**3) أ)** بين أن العدد $\left(\dfrac{z_B}{2}\right)^{1440}+\left(\dfrac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$ حقيقي .

**ب)** عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $\left(\dfrac{z_B}{2}\right)^{n}$ تخيلي موجب .

**4)** عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون : $\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)^{n}=\dfrac{1}{8}(1-i\sqrt{3})$ ثم احسب $\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)^{8}$ .

**التمرين الرابع: ( 07 ن )**

نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.4\prec\alpha\prec0.5$.

- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$ .

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامدوالمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

**1)** احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} -1} f(x)$ فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

**2)** أ) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن : $f(\alpha)=4-\alpha-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

**3)** بين أنه يوجد مماسان $(T_a)$ للمنحنى $(C_f)$ يشملان النقطة $A(1;0)$ ، يطلب تعيين معادلتيهما .

**4)** أنشئالمنحنى $(C_f)$ و المماسان .

**5)** mوسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات التي معادلاتها $y=mx-m$ تشمل النقطة $A(1;0)$ .

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$m+(x-1)\ln(x+1)=mx-1$ .

**انتهى**

أ : كريبش ع الرزاق



**بالتوفيق و النجاح فى بكالوريا**

| متقن بودبزة عبدالسلام سكيكدة | المستوى : 3 علوم تجريبية باك 2020 |
|---|---|

## التصحيح النموذجي للاختبارالثاني في الرياضيات

| العلامة | التمرين الأول | التنقيط |
|---|---|---|

**1)** تغيرات الدالة f:

| $x$ | $-1$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-1 \nearrow +\infty$ |

**01**

**2)** أ) البرهان بالتراجع أن $u_n \geq -1$ ; $n \in \mathbb{N}$ :

** $u_0 = 3 \geq -1$ صحيحة

** نفرض أن ( p ( n صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n .

** نبرهن أن ( p ( n+1 من اجل كل عدد طبيعي n .

لدينا $u_n \geq -1$ و الدالة $f$ متزايدة تماما

بالتالي $f(u_n) \leq f(-1)$ أي $u_{n+1} \leq -1$ .

إدن من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$ .

**01**

ب) اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2)$

لدينا : $u_n \geq -1$ أي : $u_n + 2 \geq 1$ أي $-\ln(u_n + 2) \leq 0$

إدن : $(u_n)$ متناقصة .

تقارب $(u_n)$ : $(u_n)$ متناقصة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

نهايتها : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$ يعني أن : $l = l - \ln(l+2)$ أي : $l = -1$

**01**

**3)** أ) اثبات أن $v_n = 3 - u_n ; n \in \mathbb{N}$ :

بالتراجع : البرهان بالتراجع أن $v_n = 3 - u_n ; n \in \mathbb{N}$ :

** $v_0 = 3 - 0 = 3$ صحيحة

** نفرض أن ( p ( n صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n .

** نبرهن أن ( p ( n+1 من اجل كل عدد طبيعي n .

لدينا $v_n = \ln\left[(u_0+2) \times (u_1+2) \times \ldots \times (u_{n-1}+2)\right] ; n \in \mathbb{N}$

$$v_{n+1} = \ln\left[(u_0+2) \times (u_1+2) \times \ldots \times (u_{n-1}+2) \times (u_n+2)\right]$$

يعني أن :

أي أن : $v_{n+1} = 3 - u_n + \ln(u_n + 2)$ أي : $v_{n+1} = 3 - u_{n+1}$ صحيحة .

وبالتالي : $v_n = 3 - u_n ; n \in \mathbb{N}$ .

**01**

ب) استنتاج $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[(u_0+2) \times (u_1+2) \times \ldots \times (u_{n-1}+2)\right]$ :

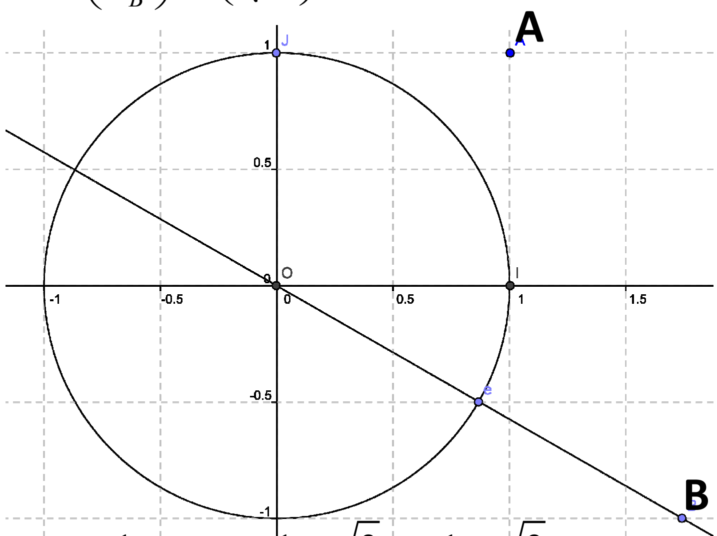
$$\lim_{x \to +\infty}\left[(u_0+2) \times (u_1+2) \times \ldots \times (u_{n-1}+2)\right] = \lim_{x \to +\infty} e^{v_n} = \lim_{x \to +\infty} e^{3-u_n} = e^4$$

العلامة: 04 ن

| العلامة | التمرين الثاني | التنقيط |
|---|---|---|

**1)** أ) عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_7^3 = 35$ **0.5**

ب) احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون: $p_1 = \dfrac{C_3^3 + C_4^3}{35} = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$ **0.5**

| التنقيط | | العلامة |
|---|---|---|
| 0.5 | جـ) احتمال الحصول على كرة بيضاء على الاقل : $p_2=\frac{C_3^1\times C_4^2+C_3^2\times C_4^1+C_3^3}{35}=\frac{31}{35}$ | |
| 0.25 | د ) - قانون الاحتمال لـــ X : $X=\{0;1;2;3\}$ | |
| 01 | $P(X=0)=\frac{C_4^3}{35}=\frac{4}{35}$ ، $P(X=1)=\frac{C_3^1\times C_4^2}{35}=\frac{18}{35}$<br>$P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_4^1}{35}=\frac{12}{35}$ ، $P(X=2)=\frac{C_3^3}{35}=\frac{1}{35}$ | 05 ن |
| 0.5 | - الامل الرياضياتي لـ X : $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.p(X=x_i)=\frac{45}{35}=1.28$ | |
| 0.5 | **2)** أ) احتمال الحصول على كرة حمراء :<br>$P(R)=P(B_1)\times P_{B_1}(R)+P(B_2)\times P_{B_2}(R)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{35}$ | |
| 0.25 | ب) علما أن المسحوبة حمراء . ما احتمال أن تكون من الصندوق $u_2$:<br>$P_R(u_2)=\frac{P(u_2\cap R)}{P(R)}=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}}{\frac{16}{35}}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ . | |
| **التنقيط** | **التمرين الثالث** | **العلامة** |
| 1.25 | **1)** أ) الشكل الأسي للاعداد المركبة :<br>$z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=2e^{i\frac{-\pi}{6}}$ ، $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)e^{i\frac{5\pi}{12}}$ . | |
| 0.5<br>0.5 | ب) الانشاء :<br><br> | 04 ن |
| 0.5 | **2)** الشكل الجبري للعدد $\frac{z_A}{z_B}$ : $\frac{z_A}{z_B}=\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}=\frac{-1+\sqrt{3}}{4}+i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ | |
| | - استنتاج القيم المضبوطة : $Sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ ; $Cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ | |
| | أ : كريش ع الرزاق<br> | |

**3)** أ) حساب العدد $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1440}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$ :

$$\begin{cases}\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}=\left(e^{i(\frac{\pi}{4})}\right)^{2020}=e^{i(505\pi)}=-1\\ \left(\frac{z_B}{2}\right)^{1440}=\left(e^{i(-\frac{\pi}{6})}\right)^{2020}=e^{i(-240\pi)}=1\end{cases}$$

0.5

و منه : $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1440}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}=0$ و هو عدد حقيقي .

ب) قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{n}$ تخيلي موجب :

0.25

$\left(\frac{z_B}{2}\right)^{n}=e^{-in\frac{\pi}{6}}$ تخيلي موجب ادا كان $Arg\left(\frac{z_B}{2}\right)^{n}=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$

أي : $-\frac{n\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ و بالتالي : $n=-3-12k\ ;\ k\mathbb{Z}_-^{*}$

**4)** تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{n}=\frac{1}{8}(1-i\sqrt{3})$ :

0.25

$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{n}=\frac{1}{8}(1-i\sqrt{3})$ أي : $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n}e^{i\frac{n5\pi}{12}}=\frac{1}{4}e^{i\frac{-\pi}{3}}$

وبالتالي : $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$ أي : $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$ أي : $n=4$

0.25

حساب العدد : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{8}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{8}e^{i\frac{10\pi}{3}}=\frac{1}{2^4}e^{i(\pi+\frac{\pi}{3})}=\frac{-1}{32}-i\frac{\sqrt{3}}{32}$

| التنقيط | التمرين الرابع | العلامة |
|---|---|---|

07

**الجزء الأول :**

**1)** تغيرات الدالةg :

01

| $x$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | + | |
| $g(x)$ | $-1$ ↗ | $+\infty$ |

0.5

**2)** المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.4\prec\alpha\prec0.5$ : م . ق . م

إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$ :

0.25

| $x$ | $-1$ | $a$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |

أ : كريبش ع الرزاق

**الجزء الثاني :**

0.75

**1)** $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = +\infty$ التفسير البياني : المنحنى $(C_f)$ يقبل مقارب عمودي معادلته : $x=-1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5

**2)** أ) اتجاه تغير $f$ : $f'(x) = g(x)$

0.25

جدول تغيرات $f$ :

| $x$ | $-1$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(\alpha)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

ب) اثبات $f(\alpha) = 4-\alpha-\dfrac{4}{\alpha+1}$ :

$$f(\alpha) = 1+(\alpha-1)\ln(\alpha+1) = 1+(\alpha-1)\left[-\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right]$$

0.5

$$=1-\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha+1} = \frac{-\alpha^2+3\alpha}{\alpha+1} = 4-\alpha-\frac{4}{\alpha+1}$$

0.25

- حصر $f(\alpha)$ : $0.65 \prec f(\alpha) \prec 0.94$

**3)** اثبات وجود ممسان لـ $(C_f)$ يشملان النقطة $A(1;0)$ :

$$(T_a): y = f'(a)(x-a)+f(a) = g(a)(x-a)+f(a)$$

$$A(1;0)\in(T_a): 0 = g(a)(1-a)+f(a)$$

01

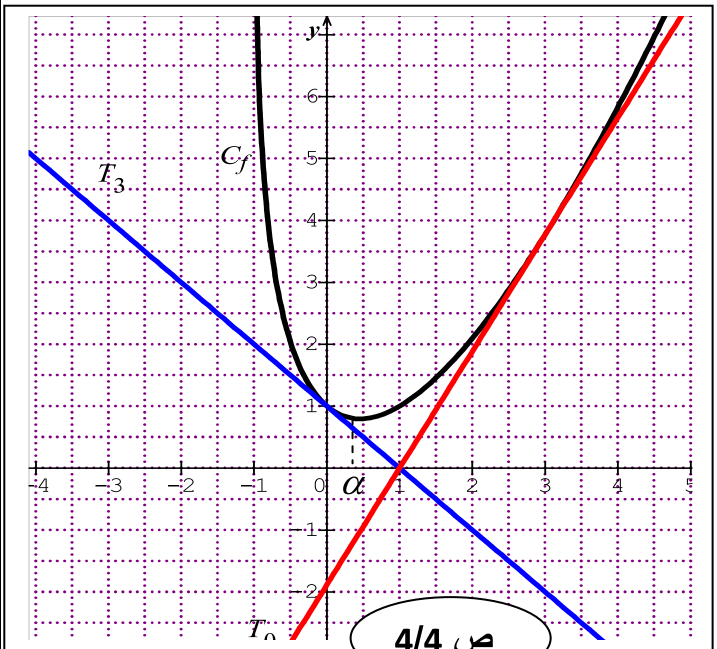
$$0=\left[\frac{a-1}{a+1}+\ln(a+1)\right](1-a)+1+(a-1)\ln(a+1)$$

$$0=\frac{a-1}{a+1}+\ln(a+1)-\frac{a(a-1)}{a+1}-a\ln(a+1)+1+(a-1)\ln(a+1)$$

أي أن : $a^2-3a=0$ يعني أن : $a=3$ ; $a=0$ إذن يوجد مماسان

معادلتيهما : $(T_3): y=(\frac{1}{2}+\ln 4)x-(\frac{1}{2}+\ln 4)$ و $(T_0): y=-x+1$

01




**4)** الرسم :

**5)** $m$ وسيط حقيقي :

$m+(x-1)\ln(x+1)=mx-1$

أي: $1+(x-1)\ln(x+1)=mx-m$

أي : $f(x)=mx-m$ .

0.25

أ) جميع المستقيمات تشمل النقطة $A(1;0)$ : $0=m(1)-m$

ب) المناقشة البيانية :

$m\prec-1$: حلين سالب و موجب

01

$m=-1$: حل مضاعف معدوم

$-1\prec m\prec 1$: لا توجد حلول

$m=1$: حل مضاعف موجب

$m\succ 1$: حلين موجبين .