

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية باتنة

ثانوية: زانة البيضاء الجديدة

الشعبة: الثالثة علوم تجريبية

الموسم الدراسي: 2019 / 2020

اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقطة A ذات اللاحقة Z_A حيث: $Z_A = \frac{1+i\sqrt{3}}{i}$

في كل اقتراح مما سيأتي أذكر إن كانت الجملة صحيحة أم خاطئة مع التبرير:

(1) الشكل الجبري للعدد المركب Z_A هو: $\sqrt{3} - i$

$$(2) Z_A^9 = 512i$$

(3) النقطة A هي إحدى نقطتي تقاطع الدائرة ذات المركز O وطول نصف قطرها 2 مع المستقيم حيث: $y = -1$ معادلة له.

(4) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $(Z - \sqrt{3} + i)(\bar{Z} - \sqrt{3} - i) = 9$ هي الدائرة التي مركزها A وطول قطرها 6.

(5) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $k \in \mathbb{Z}$; $\arg(Z - Z_A) = \frac{\pi}{2} + \pi k$ هي المستقيم حيث: $x = \sqrt{3}$ معادلة له.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = 2U_n + n^2 + 3n \end{cases}$$

و المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $V_n = U_n + n^2 + 5n + 6$

(1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n : $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(2) أ. أثبت أن: (V_n) هندسية أساسها 2.

ب. حدد اتجاه تغير (V_n) على \mathbb{N} .

ج. عبر بدلالة n عن كل من V_n و U_n .

د. أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(3) نعتبر المجموعين: S_n و T_n المعرفين على \mathbb{N} كما يلي: $S_n = C_n^0 V_0 + C_n^1 V_1 + \dots + C_n^n V_n$ و $T_n = \sum_{k=0}^n U_k$

▪ عبر بدلالة n عن كل من: S_n و T_n .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

تحتوي ثلاثة صناديق متماثلة: U_1 ، U_2 و U_3 على كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس وهذه الكريات موزعة كما يلي:

الصندوق U_1 : ثلاث كريات بيضاء و كريتان سوداوان.

الصندوق U_2 : كريتان بيضاوان و كريتان سوداوان .

الصندوق U_3 : كريتان بيضاوان و ثلاث كريات سوداء.

نلقي زهر نرد متجانس أوجهه تحمل الأرقام: 1، 1، 2، 2، 2 و 3. ونهتم برقم الوجه العلوي له.

- إذا ظهر الرقم 1 : فإننا نسحب كرتين على التوالي وإرجاع من الصندوق U_1 .
 إذا ظهر الرقم 2 : فإننا نسحب كرتين على التوالي دون إرجاع من الصندوق U_2 .
 إذا ظهر الرقم 3 : فإننا نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_3 .
 و نعتبر الأحداث التالية:

A : " الكرتان المسحوبتان بيضاوان "

B : " الكرتان المسحوبتان سوداوان "

C : " الكرتان المسحوبتان مختلفتان في اللون "

(1) أ. أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة.

ب. بين أن: $P(A) = \frac{11}{50}$ و $P(B) = \frac{14}{75}$ ثم استنتج: $P(C)$.

ج. ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من الصندوق U_1 ، علما أنهما بيضاوان؟

(2) لنعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المحصل عليها.

أ. أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب. أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (05,5 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$f(x) = \begin{cases} 2xe^{x+1} & ; x \leq 0 \\ 2x \ln(x) - 3x & ; x > 0 \end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس استمرارية الدالة f في 0 .

(2) بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق في 0 .

(3) أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر بيانيا النتيجة المحصل عليهما.

(4) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها.

(5) بين أن: (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يطلب تعيين إحداثيتها.

(6) عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(7) مثل بيانيا (C_f) .

بالتوفيق أبنائي الأعزاء