

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان بشلول -		بطاقة رقم: 23/12		الأستاذ: شداني عبد المالك	
العصبة	تحليل	التاريخ	نوفمبر 2015	المالك	الزمن
المحور	الدالة الأسية	القسم	3 علوم تجريبية		
الموضوع	الدالة الأسية ذات الأساس a	المدة	ساعة واحدة		
الكفاءات المستهدفة	مفهوم الدالة الأسية ذات الأساس a	المعارف المكتسبة	خواص الدالة الأسية		
الوسائل البداغوجية	السيبورة - المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي		
سير الدرس	مراحل الدرس				
صياغة الكفاءة	<p><b>1/ تمهيد:</b> ليكن a عدد حقيقي موجب تماما وليكن n عدد صحيح، لدينا: <math>\ln(a^n) = n \ln a</math> ومنه: <math>e^{\ln(a^n)} = e^{n \ln a}</math> أي: <math>a^n = e^{n \ln a}</math></p> <p><b>نشاط رقم 1 صفحة 120:</b></p>				
صياغة الكفاءة	<p><b>قوى عدد حقيقي موجب تماما:</b></p> <p><b>تعريف 1:</b> من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث: <math>a &gt; 0</math> فإن: <math>a^b = e^{b \ln a}</math> ويقرأ: a أس b</p> <p><b>تعريف 2:</b> عدد حقيقي موجب تماما</p> <p>نسمي الدالة f المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ: <math>f(x) = a^x = e^{x \ln a}</math> الدالة الأسية ذات الأساس a</p> <p><b>ملاحظة:</b> من أجل <math>a = e</math> نجد: <math>f(x) = e^x</math> وعبارة الدالة الأسية النيبيرية</p> <p><b>2/ قواعد الحساب:</b> من أجل كل a و b عددين حقيقيين موجبان تماما ومن أجل كل عددين حقيقيين x و y ، لدينا:</p> <p>(1) <math>\ln a^x = x \ln a</math> (2) <math>a^x a^y = a^{x+y}</math> (3) <math>(a^x)^y = a^{xy}</math> (4) <math>\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}</math> (5)</p> <p>(6) <math>a^{-y} = \frac{1}{a^y}</math> (7) <math>\frac{a^x}{b^y} = \left(\frac{a}{b}\right)^x</math> (8) <math>(ab)^x = a^x b^x</math></p>				
مرحلة التقويم و الاستثمار	<p><b>تطبيق 1:</b> حل في <math>\mathbb{R}</math> المعادلتين: <math>(\sqrt{5})^{3-x^2} = 5^x</math> ، <math>\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-3x} = 49</math></p> <p><b>الحل:</b> <math>\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-3x} = 49</math> معناه: <math>e^{(x^2-3x) \ln\left(\frac{1}{7}\right)} = e^{\ln(7^2)}</math> ومنه نجد: <math>e^{-(x^2-3x) \ln 7} = e^{2 \ln 7}</math> أي:</p> <p><math>S = \{1; 2\}</math> وعيه: <math>-(x^2 - 3x) = 2</math></p> <p><b>حالة خاصة:</b> <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math></p> <p>لدينا، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}</math> حسب الخاصية: <math>a^x = e^{x \ln a}</math></p> <p>منه: بوضع، <math>\frac{1}{x} = y</math> نجد: <math>\begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 0 \end{cases}</math> ومنه نجد:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{y \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(1+y)}{y}}</math> لاحظ أن <math>x = \frac{1}{y}</math></p> <p>من جهة أخرى: لدينا، <math>\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(1+y)}{y} = 1</math> نهاية شهيرة الخلاصة: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math></p>				

تغيير المتغير ليس وحيد، ممكن أن نضع مثلاً  $1 + \frac{1}{x} = t$  او  $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) = z$  ونتبع نفس الخطوات .

**تطبيق 2:** أحسب النهاية التالية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$  **الحل:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$

**التمرين 1:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1)  $3^x = 5^{2x-5}$       2)  $5^{2x} - 7 \times 5^x + 12 = 0$   
3)  $10^x = 5$       4)  $3^{x+2} + 9^{x-1} = 1458$

**تمرين 2:**

1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  حيث:  $g(x) = \ln x + 1 - \frac{1}{x}$  و إستنتج إشارتها بعد حساب  $g(1)$

2) دالة عددية لمتغير حقيقي موجب تماماً كما يلي:  $f(x) = x^{x-1}$   
أدرس تغيرات الدالة  $f$ ، ثم إستنتج تمثيلها البياني (C) في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$