

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلبحري كمال

المؤسسة: ثانوية سليماني جلول

المستوى والشعبية: الثالثة علمي تجريبية

المحتوى المعرفى: الدوال الأسيّة

الكلمات المستهدفة: - توظيف خواص الدالة الأسيّة التبديلية .

- سير الحصة -

الكلمات	المعنى	الكلمات	المعنى
مناقشة النشاط من طرف التلميذ	مناقشة	النهايات	النهايات

* التهيئة النفسية:

مناقشة النشاط 01 صفحة 76:

1) إنشاء تمثيل تقريري للدالة f باستعمال طريقة أولى
2) خواص الدالة f :

* إثبات أن h دالة ثابتة على \mathbb{R} :

لدينا: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $h(x) = f(x)f(-x)$ دالة قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} ودالها المشتق هي:

$$h'(x) = f'(x)f(-x) + [-f'(-x)f(x)] = 0$$

و منه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $h'(x) = 0$ إذن: h دالة ثابتة

* استنتاج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $h(x) = 1$:

لدينا: $h(0) = f(0).f(0) = 1$ و $h(x) = f(x).f(-x)$ دالة ثابتة فإن:

* إثبات أن $f(x) \neq 0$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

نفرض بالخلاف أنه يوجد عدد حقيقي x_0 بحيث $f(x_0) = 0$ ومنه $f(x_0).f(-x_0) = 0$ أي: $h(x_0) = 0$ وهذا ينافق كون $h(x)$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$.

إذن: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \neq 0$.

3) نفرض أنه توجد دالة ثانية g تحقق: $g'(0) = 1$ و $g(0) = 1$ و بما أن: f لا تندم على \mathbb{R} .

نعتبر الدالة k المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$k(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

* تبيّن أن k دالة ثابتة على \mathbb{R} :

دالة قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} ودالها المشتق هي:

$$k'(x) = \frac{g'(x)f(x) - g(x)f'(x)}{(f(x))^2}$$

و بما أن: $g'(0) = 1$ و $g(0) = 1$ و $f'(0) = 0$ فإن: $k'(0) = \frac{g(0)f(0) - g(0)f'(0)}{(f(0))^2} = 0$ أي: k دالة ثابتة على \mathbb{R} .

* استنتاج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $k(x) = k(0) = 1$:

لدينا: $k(0) = \frac{g(0)}{f(0)} = 1$ و بما أن: $k(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$.

إذن: $f(x) = g(x)$ أي: $\frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

4) بنفس الطريقة يمكن إثبات أن الدالة i ثابتة على \mathbb{R} .

* استنتاج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $i(x) = i(0)$:

لدينا: $i(0) = \frac{f(0+y)}{f(0)} = f(y)$ و $i(x) = \frac{f(x+y)}{f(x)} = f(y)$.

و منه: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $i(x) = f(y)$.

أي: $f(x+y) = f(x)f(y)$ و منه: $f(x+y) = \frac{f(x+y)}{f(x)} = f(y)$.

المرجع	الكلمة	المعنى
د 10		<p>* استنتاج أنه من أجل كل x من \mathbb{R} و y من \mathbb{R} : $f(x - y) = \frac{f(x)}{f(y)}$</p> <p>$f(-y)f(y) = 1$: $f(x - y) = f(x + (-y)) = f(x)f(-y)$</p> <p>و منه : $f(-y) = \frac{1}{f(y)}$</p> <p>بالتعويض ينتج : $f(x - y) = f(x)\frac{1}{f(y)} = \frac{f(x)}{f(y)}$</p> <p>5) عدد صحيح نسيبي و j معرفة على \mathbb{R} بـ : $j(x) = \frac{f(nx)}{[f(x)]^n}$</p> <p>بنفس الطريقة يمكن إثبات أن الدالة : j ثابتة على \mathbb{R}.</p> <p>* استنتاج أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(nx) = [f(x)]^n$</p> <p>لدينا : $1 = f(0) = \frac{f(0)}{[f(0)]^n} = 1$ و j ثابتة على \mathbb{R}</p> <p>فإن : $1 = j(0) = j(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R}</p> <p>إذن : $f(nx) = [f(x)]^n$</p> <p>مبرهنٌ و تعرٍف: توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} بحيث: $f' = f$ و $f(0) = 1$ و تسمى الدالة الأسيّة و نرمز لها بالرمز \exp. من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = \exp(x)$ و تقرأ أسيّة x.</p>
د 25		<p>نتائج: من التعريف ينتج لدينا</p> $\exp(0) = 1 \quad ② \quad \exp'(x) = \exp(x) \quad ①$ <p>خواص: من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا:</p> $\cdot (\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}) \quad \exp(x).\exp(-x) = 1 \quad ② \quad \exp(x) \neq 0 \quad ①$ $\exp(x - y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)} \quad ④ \quad \exp(x + y) = \exp(x).\exp(y) \quad ③$ $\cdot \exp(nx) = [\exp(x)]^n \quad ⑤$ <p>العدد e والرمز e^x: العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسيّة أي : $\exp(1) = e$: تعطينا الحاسبة . $e \approx 2,715281$</p> <p>من أجل كل عدد صحيح نسيبي n لدينا :</p> $\cdot \exp(n) = \exp(n \times 1) = [\exp(1)]^n = e^n$ <p>نصلح أنه من أجل كل عدد حقيقي x نرمز له e^x بـ : $\exp(x)$</p> <p>خواص الحساب: من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا:</p> $\cdot (e^{-x} = \frac{1}{e^x}) \quad e^x.e^{-x} = 1 \quad ③ \quad \exp(0) = 1 \quad ② \quad (e^x)' = e^x \quad ①$ $e^{(x-y)} = \frac{e^x}{e^y} \quad ⑥ \quad e^{(x+y)} = e^x.e^y \quad ⑤ \quad e^x \neq 0 \quad ④$ $e^{(nx)} = [e^x]^n \quad ⑦$
		<p>نفيه: حل التمارين 102 و 103 صفحة 03</p> <p>..... ملاحظات عامة حول الحصة:</p>