

الحصة	تحليل	التاريخ	افريل 2016
المحور	الحساب التكاملي	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	توظيف خواص التكامل لحساب دوال أصلية وإستعمال التكامل بالتجزئة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	توظيف خواص التكامل لحساب دوال أصلية وإستعمال التكامل بالتجزئة	المعارف المكتسبة	خواص التكامل
الوسائل البداغوجية	السطرة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
-----------	-------------	-------

1. المكاملة بالتجزئة :

مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال I حيث الدالتان المشتقتان u' و v' مستمرتان على I . من أجل كل عددين حقيقيين a و b من I لدينا:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

طريقة: تطبيقيا لحساب التكامل: $\int_a^b u(x)v'(x)dx$ نعلم المخطط التالي:

$$\begin{array}{ccc} u(x) & \xrightarrow{(-)} & u'(x) \\ \text{الجداء} & \swarrow & \uparrow \text{التكامل} \\ v'(x) & & v(x) \end{array} \longrightarrow [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

تمرين تطبيقي: باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب:

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx \quad (3) \quad J = \int_1^2 x^3 \ln x dx \quad (2) \quad I = \int_0^1 (x-1)e^x dx \quad (1)$$

2. الدالة الأصلية لدالة التي تنعدم من أجل قيمة :

مثال تمهيدي: الدالة \ln هي الدالة الأصلية الوحيدة للدالة $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ على $]0; +\infty[$ التي تنعدم من أجل 1.

مبرهنة: f دالة مستمرة على مجال I و a عدد حقيقي من I . الدالة F حيث:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

أجل a .

إذن الدالة F هي الدالة الأصلية الوحيدة للدالة f على I التي تنعدم من أجل a

تمرين تطبيقي: عين الدالة الأصلية F للدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad \text{و التي تنعدم عند } 1.$$

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt = \int_1^x \frac{\ln t}{t} dt = \left[\frac{1}{2} (\ln t)^2 \right]_1^x = \frac{1}{2} (\ln x)^2 \quad \text{الحل:}$$