المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - البويرة		بطاقة رقم:01/01	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	النهايات و الاستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند $+\infty$ أو $-\infty$	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	تقريب مفهوم نهاية منتهية وغير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$	المعارف المكتسبة	النهايات (السنة الثانية)
الوسائل البداغوجية	السبورة + المدور + الحاسوب	المراجع	الكتاب المدرسي+ المناهج

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي		35د

نشاط رقم1:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{x}+1$ وليكن (C_f) مثيلها البياني.

1) أنشئ (C_f) . و المستقيم ذو المعادلة $y=1$.

2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

نهاية منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$

تعريف: القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي ℓ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ ينتمي إلى مجال يشمل العدد ℓ إذا كـــان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\ell$

نتيجة: التفسير الهندسي/ نقول أن المستقيم ذو المعادلة $y=\ell$ مستقيم مقارب لـلمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند $+\infty$.

ملاحظة: نحصل على تعريف و تفسير مماثلين عند $-\infty$

نشاط إستكشافي

نشاط رقم2:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^2+1$ وليكن (C_g) مثيلها البياني.

1) أنشئ (C_g) . 2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

نشاط رقم3:

لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\frac{1}{x}+x+1$ وليكن (C_h) مثيلها البياني.

1) أنشئ (C_h) . 2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

نهاية غيرمنتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$

تعريف: القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أكبر من أي عدد حقيقي أي $f(x)\in[A;+\infty[$ مع $A\in\mathbb{R}$ إذا كـــــان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ملاحظة : يمكن الحصول على تعاريف لنهايات مماثلة بنفس الطريقة $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

نتيجة: إذا كانت النهاية غير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$ فهناك إحتمال وجود مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ أو $-\infty$

مثال: f دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x-1}$. أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

المستقيم المقارب المائل

تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة:
القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$)
يعني أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$ (على الترتيب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$)

ملاحظة: إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي: $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ مع $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)=0$ فمن الواضح أن المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$ مستقيم مقارب مائل للمنحني الممثل للدالة f عند $+\infty$ أو $-\infty$.

مثال توضيحي: نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=3x+1-\dfrac{5}{1-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{5}{1-x}\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{5}{1-x}\right)=0$ إذن المستقيم الذي معادلته $y=3x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).

الوضع النسبي لمنحن ومستقيم مقارب:

> ليكن (C_f) المنحني البياني الممثل لدالة f في معلم متعامد $(o;\vec{i},\vec{j})$.
> (D) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) معادلته من الشكل $y=ax+b$.
> لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)، نقوم بدراسة إشارة $[f(x)-(ax+b)]$.
> - إذا كان (D) يقع تحت المستقيم المقارب (C_f) فإن $f(x)-(ax+b)<0$
> - إذا كان (D) يقع فوق المستقيم المقارب (C_f) فإن $f(x)-(ax+b)>0$

تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=4x+1+\dfrac{2x}{x^2+1}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=4x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).

2) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

الحل:

1) من أجل كل عدد حقيقي x، لدينا: $f(x)-(4x+1)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

$\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(4x+1)]=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{2x}{x^2+1}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x+\frac{1}{x}}\right)=0$ إذن $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(4x+1)]=0$

إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y=4x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).

2) من أجل كل عدد حقيقي x، لدينا: $f(x)-(4x+1)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

إذا كان $x\in]-\infty;0[$ فإن $\dfrac{2x}{x^2+1}<0$ أي $f(x)-(4x+1)<0$

إذن المنحني (C_f) يقع تحت المستقيم المقارب (D) على المجال $]-\infty;0[$.

إذا كان $x\in]0;+\infty[$ فإن $\dfrac{2x}{x^2+1}>0$ أي $f(x)-(4x+1)>0$

.

إذن المنحني (C_f) يقع فوق المستقيم المقارب (D) على المجال $]0;+\infty[$

مرحلة التقويم و الإستثمار	تطبيق: تمرين رقم 07 صفحة 26 تمرين رقم 08+09+10+11 صفحة 26 للمنزل	15د

ملاحظات حول سير الحصة:...