المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - البويرة		بطاقة رقم:02/02	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	النهايات و الاستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند عدد حقيقي	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	تقريب مفهوم نهاية منتهية وغير منتهية عند عدد حقيقي	المعارف المكتسبة	النهايات (السنة الثانية)
الوسائل البداغوجية	السبورة + المدور + الحاسوب	المراجع	الكتاب المدرسي+ المنهاج

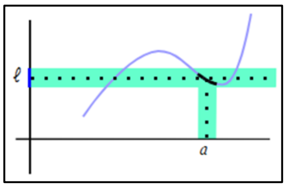
سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشاف	**نشاط رقم1 صفحة 06**	35د

نهاية منتهية عند عدد حقيقي

تعريف: f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a;x_0[\cup]x_0;b[$ و l عدد حقيقي.
القول أن نهاية f عند x_0 هي l يعني أن كل مجال مفتوح شامل للعدد l يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x قر بالقدر الكافي من x_0. نكتب $\lim_{x\to x_0} f(x) = l$

ملاحظات ونتائج :

1. اذا كانت f دالة معرفة عند قيمة a وكانت f لها نهاية عند a
فان $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$



2. اذا كانت الدالة f لها نهاية l عند a فان هذه النهاية وحيدة .
3. تقبل الدالة f نهاية وحيدة l إذا كانت النهاية من اليمين والنهاية من اليسار عند a متساويتان أي
$$\lim_{\substack{p\\x\to a}} f(x) = \lim_{\substack{f\\x\to a}} f(x) = l$$

مثال تطبيقي : لتكن f دالة معرفة على ، بـ: $\begin{cases} f(x) = \dfrac{2|x|}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$.

أدرس نهاية الدالة f عند 0

سير الدرس	مراحل الدرس
نشاط إستكشافي	

نشاط: لتكن الدالة f المعرفة على $-\{2\}$ ، كما يلي: $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

1) أنشئ (C_f) منحنى الممثل لدالة f
2) أكمل الجدول التالي:

x	1,99	1,999	2,01	2,001
$f(x)$				

3) ضع تخمين حول : $\lim_{x\to 2} f(x)$.

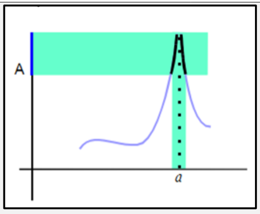
نهاية غيرمنتهية عند عدد حقيقي

تعريف: f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a;x_0[\cup]x_0;b[$.
القول أن نهاية f عند x_0 هي $+\infty$ يعني أن كل مجال من الشكل $[A;+\infty[$ ، ($A \in$)
يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x قريب بالقدر الكافي من x_0 . نكتب $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$

مثال تطبيقي : لتكن الدالة f معرفة على المجال $-\{2\}$ ، بـ : $f(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2}$

اثبت باستعمال التعريف أن : $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$

التفسير الهندسي :المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب:



تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته: $x=a$.

القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يعني أن نهاية الدالة f عند x_0 (من اليسار أو من اليمين) هي $+\infty$ أو $-\infty$

مرحلة التقويم و الإستثمار

تطبيق: تمرين رقم 29 صفحة 28 تمرين رقم 23 إلى 28صفحة 28

15د

الخلاصة: السلوك التقاربي لمنحنى

المستقيم المقارب العمودي و الأفقي و المـــــائل :

النهاية	التفسير البياني للنهاية
$\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته $\boxed{x=a}$. (يوازي محور التراتيب)
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=b$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته $\boxed{y=b}$، وذلك بجوار ∞.(يوازي محور الفواصل)
$\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مــائلا معادلته $\boxed{y=ax+b}$، وذلك بجوار ∞.
$f(x)=ax+b+\varphi(x)$ مع $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\varphi(x)=0$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مــائلا معادلته $\boxed{y=ax+b}$، وذلك بجوار ∞.

تطبيق: نعتبر الدالة f المعرفة على $-\{-2\}$ ، بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-3^2+5}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيينه.

3- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4- عين أصغر عدد طبيعي n حيث من أجل كل x يحقق $x\geq n$ يكون لدينا

$$f(x)-(x+1)\leq\frac{1}{100}$$

الحل:---

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=+\infty$

2) من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، لدينا:

$$f(x)-(x+1)=\frac{x^3-3x^2+5}{(x-2)^2}-(x+1)=\frac{1}{(x+2)^2}$$

بمأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3) من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، لدينا: $f(x)-(x+1)>0$

إذن المنحني (C_f) يقع فوق المستقيم المقارب (D) على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$.

4) تعيين أصغر عدد طبيعي n :

$f(x)-(x+1)\leq\dfrac{1}{100}$ يعني $\dfrac{1}{(x-2)^2}\leq\dfrac{1}{100}$ أي $(x-2)^2\geq100$ لأن $x\neq2$

ومنه $(x-2)^2-10^2\geq0$ ومنه $(x+8)(x-12)\geq0$.

x	$-\infty$ -8 12 $+\infty$
$(x+8)(x-12)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$

نستنتج من الجدول أن $(x+8)(x-12) \geq 0$
إذا كان $x \geq 12$ أو $x \leq -8$
إذن أصغرعدد طبيعي n حيث من أجل كل x يحقق $(x \geq n)$، يكون لدينا:
$f(x)-(x+1) \leq \frac{1}{100}$ هو 12.

ملاحظات حول سير الحصة:..